## УДК 519.6

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ БЕСТИГЕЛЬНОЙ ЗОННОЙ ПЛАВКЕ ИНТЕРМЕТАЛЛИДОВ TIAl

## С. М. Ганина, В. П. Гинкин, К. Г. Чернов (ГНЦ РФ-ФЭИ, г. Обнинск)

Представлены результаты математического моделирования процесса тепломассопереноса при перекристаллизации интерметаллического образца TiAl (Nb,Cr,Zr) методом вертикальной бестигельной зонной плавки. Для расчетов применялась неравновесная математическая модель затвердевания многокомпонентных расплавов — обобщение ранее предложенной модели затвердевания бинарных расплавов. Целью работы являлось установление соответствия между технологическими условиями процесса кристаллизации и микроструктурой получаемых в результате слитков.

*Ключевые слова:* кристаллизация, многокомпонентный расплав, двухфазная зона, конвекция, тепломассоперенос, метод бестигельной зонной плавки.

### Введение

Сплавы TiAl, благодаря их исключительным эксплуатационным характеристикам: высокой твердости, коррозионной стойкости и низкой ползучести — относятся к перспективным материалам для аэрокосмической индустрии. Из них, в частности, изготавливаются лопатки газовых турбин для двигателей летательных аппаратов. В то же время процесс получения слитков с однородной микроструктурой достаточно сложен, он требует организации точного контроля тепловых условий протекания процесса затвердевания.

Ранее при получении слитков TiAl (Nb,Cr,Zr) методом вертикальной направленной кристаллизации было установлено, что на их структуру в основном влияют два параметра — скорость затвердевания и градиент температуры в расплаве на границе *ликвидус*. В работе [1] получена диаграмма для сплава Ti-46 Al-8Nb, показывающая, при каких условиях затвердевания расплава слиток будет иметь столбчатую дендритную структуру, а при каких — равноосную кристаллитную. Эта диаграмма приведена на рис. 1.

Однако даже если исходный слиток имеет *плохую* (крупнозернистую и неоднородную) микроструктуру, ее можно улучшить с помощью метода бестигельной зонной плавки (БЗП). Суть идеи заключается в следующем. Используя кольцевой нагреватель, можно расплавить узкую часть расположенного вертикально цилиндрического образца и после соответствующей временной выдержки провести его перекристаллизацию, обеспечив необходимые для получения *хорошей* микроструктуры скорость затвердевания и градиент температуры. Одновременно с этим можно ввести в расплав небольшую, око-



Рис. 1. Экспериментально полученная [1] диаграмма для сплава Ti-46Al-8Nb в зависимости от скорости затвердевания и температурного градиента при затвердевании расплава методом Бриджмена

ло 1-2%, примесь бора, что позволит, как показано во многих работах, уменьшить размеры поликристаллитных зерен и добиться более высокой однородности микроструктуры слитка.

В настоящей работе приведены результаты численного моделирования процесса тепломассопереноса методом БЗП. Для расчетов применялась неравновесная математическая модель затвердевания многокомпонентных расплавов [2], которая была проверена на численных [3] и экспериментальных [4] бенчмарках. Результаты верификационных исследований представлены в работе [5].

## Метод БЗП

Рассмотрим исходный образец, состоящий из сплава TiAl (Nb,Cr,Zr). Образец представляет собой цилиндр диаметром 10 мм, длиной 100 мм. Он размещен в вертикально расположенной цилиндрической ампуле с коаксиальным зазором между образцом и стенкой ампулы, через который снизу вверх продувается аргон. По торцам снизу и сверху образец охлаждается проточной водой, температура которой равна 20°С. Ампула размещена на штативе и может перемещаться в вертикальном направлении с заданной скоростью. Вокруг ампулы неподвижно расположен цилиндрический нагреватель. Высота нагревателя равна 10 мм. В начальный момент нижний край нагревателя находится на расстоянии 15 мм выше нижнего торца образца.

После включения нагревателя и выдержки образца до установления температурных полей в области, окруженной нагревателем, образуется расплавленная зона высотой 10 мм. Затем включается механизм передвижения штатива с ампулой и ампула начинает двигаться вертикально вниз со скоростью 150 мм/ч. В процессе эксперимента в расплав вводится небольшая доля (~ 12 %) бора, атомы которого, как известно, обладают высокой зародышеобразовательной способностью.

На рис. 2 приведен снимок полученного в результате перекристаллизации методом БЗП образца TiAl(Nb,Cr,Zr), сделанный в Институте электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины.

Результаты исследований полученного в результате перекристаллизации образца показали, что при данных технологических параметрах его микроструктура, действительно, заметно улучшилась.

### Математическая модель

Для моделирования процесса тепломассопереноса при перекристаллизации образца методом БЗП была выбрана двумерная (X, Y)-геометрия. Ось X направлена по высоте образца, ось Y по ширине.

Высота образца принималась равной 100 мм, ширина — 10 мм. На нижнем и верхнем торцах задавалась температура 20°С. На боковых поверхностях температура аппроксимировалась следующим выражением:

$$T = P \exp\left(-R^{2\alpha}\right) + 20,$$
  

$$R = 100 \left(x - xx\left(t\right)\right),$$

где x — координата по высоте ампулы;  $xx(t) = (20 + V_{\text{амп}}t) \cdot 10^{-3} \text{ м}, V_{\text{амп}} \text{ [м/c]} - \text{скорость ам$  $пулы; } t \text{ [c]} - время; <math>P, \alpha$  — параметры.

Приведем краткое описание неравновесной математической модели затвердевания многокомпонентных расплавов [2], использованной для численных расчетов.

В области моделирования вещество может находиться в твердом, жидком или промежуточном состоянии, являющемся смесью двух фаз —



Рис. 2. Перекристаллизированный методом БЗП образец TiAl (Nb,Cr,Zr)

твердой и жидкой — с разными их объемными долями. Зону, содержащую смесь двух фаз, будем называть двухфазной. Снизу эта зона ограничена температурой образования эвтектики  $T_e$ (или температурой солидус для неэвтектических сплавов), сверху — температурой ликвидус  $T_{liq}$ , зависящей от концентраций примесей в расплаве  $C_l^i$ . Многокомпонентный расплав будем рассматривать как однокомпонентный, выделив основной компонент с максимальной концентрацией. Остальные компоненты будем считать примесями.

Для бинарного расплава существует общепринятая формула линеаризованной зависимости температуры ликвидус от концентрации примеси:  $T_{liq} = T_m + mC_l$ . Предположим, что количество примесей равно n и они между собой не взаимодействуют. По аналогии с бинарными расплавами будем считать, что зависимость  $T_{liq}$  от  $C_l^i$  линеаризована:

$$T_{liq} = T_m + \sum_{i=1}^n m^i C_l^i,$$

где  $m^i$  — наклон линии пересечения гиперповерхности ликвидус на фазовой диаграмме с координатными плоскостями для *i*-й примеси и основного компонента (заданные константы);  $T_m$  — температура плавления "чистого" материала (т. е. при всех  $C_l^i = 0$ ).

Введем объемные доли фаз в единице объема двухфазной области:  $\varepsilon_l$  и  $\varepsilon_s$ . Здесь и далее индексы l и s означают принадлежность к жидкой и твердой фазе соответственно. Объемная доля жидкой фазы называется также пористостью вещества. По определению

$$\varepsilon_l + \varepsilon_s = 1.$$

Тогда уравнения тепломассопереноса имеют следующий вид:

- уравнение движения

$$\rho_l \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\varepsilon_l} \left( \nabla \mathbf{V} \right) \mathbf{V} =$$
$$= \nabla \left( \mu \nabla \mathbf{V} \right) - \varepsilon_l \nabla p + \varepsilon_l \tilde{\rho} \vec{g} - \frac{\mu \varepsilon_l}{K} \mathbf{V}; \qquad (1)$$

- уравнение неразрывности

$$\nabla \mathbf{V} = 0; \tag{2}$$

- уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial \rho \langle h \rangle}{\partial t} + \nabla \left( \rho c_p T \right) \mathbf{V} - \nabla \left( k \nabla T \right) = 0; \quad (3)$$

– уравнение переноса *i*-й примеси  $(i = \overline{1, n})$ 

$$\frac{\partial \left\langle C^{i} \right\rangle}{\partial t} + \nabla C_{l}^{i} \mathbf{V} - \nabla \left( D^{i} \nabla C_{l}^{i} \right) = 0.$$
 (4)

Здесь  $\mu$  — вязкость (константа);  $\tilde{\rho} = \rho_l \times \\ \times \left\{ 1 - \beta_T \left( T - T_0 \right) - \sum_{i=1}^n \left[ \beta_C^i \left( C_l^i - C_0^i \right) \right] \right\}$ , где  $\rho_l$  — плотность расплава при  $T = T_0$  и  $C_l^i = C_0^i$  (считаем ее константой);  $\beta_T$  — коэффициент температурного расширения;  $\beta_C^i$  — коэффициент концентрационного расширения для *i*-й примеси. Последний член в уравнении движения (1) учитывает силу сопротивления течению расплава в пористой среде по аналогии с законом Дарси:

$$F = -\frac{\mu\varepsilon_l}{K}\mathbf{V},$$

где  $K = \frac{\lambda_2^2 \varepsilon_l^3}{180 \varepsilon_s^2}$  — проницаемость пористой среды для жидкостных потоков в соответствии с формулой Козени—Кармана;  $\lambda_2$  — параметр, характеризующий расстояние между вторичными ветвями поликристаллических дендритов.

В уравнениях (1)—(4) введены обозначения:

$$\begin{split} \mathbf{V} &= \varepsilon_l \mathbf{v}_l; \quad p = p_l; \quad h_s = c_{p_s} \left( T - T_e \right); \\ h_l &= c_{p_l} \left( T - T_e \right) + L; \quad \langle h \rangle = c_p \left( T - T_e \right) + \varepsilon_l L; \\ \langle C^i \rangle &= \varepsilon_l C_l^i + \varepsilon_s C_s^i = \left[ \varepsilon_l + (1 - \varepsilon_l) k_0^i \right] C_l^i; \\ \rho &= \varepsilon_l \rho_l + \varepsilon_s \rho_s; \quad k = \varepsilon_l k_l + \varepsilon_s k_s; \\ D^i &= \varepsilon_l^i D_l^i + \varepsilon_s D_l^i; \quad c_p = \varepsilon_l c_{p_l} + \varepsilon_s c_{p_s}, \end{split}$$

где  $\mathbf{v}_l$  — истинная скорость течения расплава;  $\mathbf{V}$  — скорость фильтрации расплава; p — давление; T — температура материала;  $h_s$  — удельная энтальпия вещества в твердой фазе;  $h_l$  — удельная энтальпия вещества в жидкой фазе;  $\langle h \rangle$  — удельная энтальпия вещества в двухфазной зоне; L — скрытая теплота фазового перехода.

На межфазной границе  $C_s^i = k_0^i C_l^i$ , где  $k_0^i -$  равновесный коэффициент распределения *i*-й примеси, характеризующий долю ее вхождения из жидкой фазы в твердую фазу в процессе кристаллизации. При этом полагаем, что массоперенос на границе фазового перехода происходит мгновенно.

Система четырех уравнений (1)—(4) содержит пять неизвестных **V**, p,  $\langle h \rangle$ ,  $C_l$ ,  $\varepsilon_l$ . Поэтому необходимо еще одно дополнительное уравнение, в качестве которого выберем зависимость пористости  $\varepsilon_l$  от энтальпии в соответствии с неравновесной моделью из работы [6]:

$$\varepsilon_{l} = \begin{cases} 0, & \langle h \rangle \leq 0; \\ \frac{c_{p}^{2}}{4L^{2}} \left( \sqrt{1 + \frac{4L \langle h \rangle}{c_{p}^{2} T_{liq}^{2}}} - 1 \right)^{2}, & 0 < \langle h \rangle < c_{p} T_{liq} + L; \\ 1, & \langle h \rangle \geq L. \end{cases}$$

Теплофизические данные, использованные в расчете, приведены в работе [7].

### Результаты расчетов

Расчеты проводились для случая двухкомпонентного расплава Ti-46Al, так как влияние остальных примесей расплава TiAl (Nb,Cr,Zr) на его гидродинамику и температурные поля пренебрежимо малы. Основным компонентом полагался Ti, примесью — Al.

В области расплава с низким градиентом температуры создаются хорошие условия для образования зон концентрационного переохлаждения. В местах зарождения твердой фазы примесь алюминия оттесняется в расплав, так как коэффициент распределения алюминия в расплаве титана равен 0,94. Это приводит к локальным повышениям концентрации примеси в расплаве. В результате в расплаве появляются локальные зоны концентрационного переохлаждения. Если в эти зоны попадают атомы бора, то с большой вероятностью на них как на центрах кристаллизации зарождаются новые частицы твердой фазы в виде кристаллитов. В результате образуется большое число частиц твердой фазы, поэтому структура слитка становится мелкозернистой и однородной.

В то же время при зарождении и росте частиц твердой фазы выделяется скрытая теплота фазового перехода, что приводит к возрастанию температуры в локальных областях расплава вблизи границ фазового перехода и снятию возникающих локальных концентрационных переохлаждений.

Эти два процесса протекают с разными скоростями и при реальных скоростях затвердевания не компенсируют друг друга полностью в процессе образования и роста твердой фазы. При низких температурных градиентах и достаточно высоких скоростях затвердевания всегда будет существовать зона концентрационного переохлаждения в жидкой фазе, приводящая к появлению новых центров кристаллизации.

На рис. 3 приведены двумерное распределение температуры и поле скоростей конвективного течения в проплавленной области в начальный момент времени при значениях параметров P == 1800,  $\alpha = 2$  в формуле для бокового профиля температур  $T = P \exp(-R^{2\alpha}) + 20$ .

Видно, что в расплаве устанавливается довольно интенсивное двухвихревое конвективное течение с максимальной скоростью  $V_{\rm max}$  = = 3,8 мм/с в центре проплавленной зоны. Скорость течения в центре образца направлена вниз, по направлению вектора гравитации<sup>\*</sup>.



Рис. 3. Двумерное распределение температур (a) и картина течения расплава (б) в начальный момент времени при  $P = 1\,800, \, \alpha = 2$ 

<sup>\*</sup>Поскольку ос<br/>ьX направлена по высоте образца, на всех рисунках сила тяжести име<br/>ет направление справа налево.

На рис. 4—7 (см. также цветную вкладку) приведены изолинии полей температур, распределения доли жидкой фазы, модуля скорости конвективного течения и распределения отклонений концентрации примеси алюминия от исходной концентрации 46 % в процессе перекристаллиза-



Рис. 4. Изолинии полей температур в моменты времен<br/>и $t=1,\,200,\,300\,\mathrm{c}$ при $P=1\,800,\,\alpha=2$ 



Рис. 5. Изолинии распределений доли жидкой фазы в моменты времени  $t=1,\,200,\,300\,\mathrm{c}$  при  $P=1\,800,\,\alpha=2$ 



Рис. 6. Изолинии модуля скорости течения расплава в моменты времен<br/>и $t=1,\ 200,\ 300\,{\rm c}$ при $P=1\,800,$ <br/> $\alpha=2$ 



Рис. 7. Изолинии распределений отклонений концентрации примеси алюминия от исходной концентрации 46 % в моменты времени  $t = 1, 200, 300 \,\mathrm{c}$  при  $P = 1\,800, \alpha = 2$ 

ции в моменты времени t = 1, 100, 200, 300 с. На рис. 4 линия солидус имеет небольшое утолщение, а изолиния ликвидус более жирная.

Из рис. 4 (см. также цветную вкладку) видно, что размер проплавленной зоны снаружи образ-

ца составляет около 1,5 см, а в центре — около 1 см. В центральной части проплавленной зоны на границе ликвидус градиент температуры составляет примерно  $3 \cdot 10^4 \, {}^{\circ} {\rm C/m}$ . При таком градиенте температуры и скорости затвердевания

 $V=150\,{\rm {MM}/{\Psi}}=4,2\cdot10^{-5}\,{\rm {m/c}}$ согласно рис. 1 начинается область столбчатого роста твердой фазы.

Рис. 5, 6 (см. также цветную вкладку) демонстрируют форму проплавленной зоны и распределение в ней скоростей течения расплава. Видно, что они практически не меняются в процессе перекристаллизации.

Из рис. 7 (см. также цветную вкладку) видно, как меняется распределение концентраций примеси в образце в процессе перекристаллизации. Вытесненная примесь алюминия за счет диффузии и конвекции переносится в центральную часть проплавленной зоны. Это приводит к уменьшению концентрации примеси в твердой фазе в перекристаллизованном образце. В то же время рисунок демонстрирует сильную неоднородность распределения примеси в проплавленной зоне и, как следствие, в перекристаллизованном слитке. С большой вероятностью микроструктура такого слитка будет неоднородной и крупнозернистой.

Чтобы изменить ситуацию и получить слиток с однородной микроструктурой, необходимо существенно (примерно в 100 раз) уменьшить градиент температуры на границе ликвидус. Был выполнен второй расчет, в котором для профиля температуры на боковой границе выбраны следующие параметры: P = 1700;  $\alpha = 1$ . В этом случае размер проплавленной зоны снаружи образца составил  $\sim 1$  см, а в центральной части образца стал близок к нулю.

На рис. 8 приведены изолинии доли жидкой фазы на момент времени t = 230 с во втором расчете, демонстрирующие форму проплавленной зоны. Теперь градиент температуры на границе ликвидус стал близок к нулю. Существенно уменьшились скорости конвективных потоков (рис. 9, см. также цветную вкладку). Максимум скорости течения в этом случае не превышает



Рис. 8. Доля жидкой фазы в момент времени t = 230 с при P = 1700,  $\alpha = 1$  для профиля температур на границе образца



Рис. 9. Распределения модуля скорости конвективного течения в момент времени t = 230 с при P = 1700,  $\alpha = 1$  для профиля температур на границе образца

1 мм/с. Изменения концентрации примеси в перекристаллизованном образце стали существенно более однородными, что демонстрирует рис. 10 (см. также цветную вкладку).

Очевидно, что при рассмотренном режиме перекристаллизации образца будет получен хороший слиток, с более однородной мелкозернистой микроструктурой, чем в первом случае. Следует отметить, что полученные расчетные результаты при  $P = 1\,700$ ,  $\alpha = 1$  для профиля температур на границе образца качественно соответствуют экспериментальным результатам, полученным в институте электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины при перекристаллизации слитка TiAl (Nb,Cr,Zr) методом БЗП.

#### Заключение

Представленная в работе математическая модель позволяет предсказать распределение температурных полей и концентраций примесей в процессе перекристаллизации слитка TiAl (Nb,Cr,Zr) методом БЗП. Дано объяснение возможности улучшения микроструктуры слитка при использовании данного метода. Расчетным путем установлен режим процесса перекристаллизации, при котором будет получен хороший слиток с мелкозернистой и однородной микроструктурой. Полученные расчетные результаты соответствуют экспериментам.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований 14-42-03119 и 13-03-00500.

### Список литературы

- Lapin J., Gabalkova Z. Solidification behavior of TiAl-based alloys studied by directional solidification technique // Intermetallics. 2011. Vol. 19, No 6. P. 797-804.
- 2. Kartavykh Α. *V*., GinkinV. P.,Ga-Modeling nina S. М. Numerical of Power-Down Directional Solidification Process of Ti-46Al-8Nb Refractory Alloy. http://dx.doi.org/101016/j.jallcom.2012.12.063.
- Bellet M., Combeau H., Fautrelle Y. et al. Call for contributions to a numerical benchmark problem for 2D columnar solidification of binary alloys // Int. J. Thermal Sciences. 2009. Vol. 48. P. 2013-2016.
- Hachani L., Saadi B., Wang X. D. et al. Experimental analysis of the solidification of Sn-3 wt. % Pb alloy under natural convection // Int. J. Heat Mass Transfer. 2012. Vol. 55(7-8). P. 1986-1996.



Рис. 10. Распределения отклонений концентрации примеси в перекристаллизованном образце и проплавленной зоне в момент времени t = 230 с при P = 1 700, α = 1 для профиля температур на границе образца

- 5. Ганина С. М., Гинкин В. П., Буденкова О. Н. и др. Моделирование кристаллизации бинарных расплавов на примерах численного и экспериментального бенчмарков // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2012. Вып. 3. С. 45—56.
- 6. Гинкин В. П., Ганина С. М., Чернов К. Г. Неравновесная модель для расчета процесса

кристаллизации двухкомпонентных расплавов // Там же. 2011. Вып. 4. С. 58—65.

 Kartavykh A., Ginkin V., Ganina S. et al. Heat-mass transfer and related microstructures in TiAl-based alloys directionally solidifying in the earth gravity and microgravity // Defect and Diffusion Forum. 2012. Vol. 326-328. P. 561-566.

Статья поступила в редакцию 04.12.13.