

УДК 533.9

КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОЯДЕРНОГО ЗАЖИГАНИЯ ПЛОТНОЙ DT-СМЕСИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОТОННЫХ ПУЧКОВ

К. В. Хищенко, А. А. Чарахчян
(ОИВТ РАН, ВЦ РАН, г. Москва)

Рассматривается модель термоядерной детонации плоского слоя плотной DT-смеси при импульсном воздействии на него с двух сторон протонными пучками. Нагрев горючего α -частицами DT-реакции полагается основным механизмом зажигания. Вылет α -частиц за пределы цилиндрической поверхности заданного радиуса горючего и пучка учитывается в рамках трекового метода. Предложена модификация этого метода, аппроксимирующая задачу Коши для однородного стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера—Планка. Такая квазиодномерная модель позволяет оценить энергию зажигания горючего.

Ключевые слова: цилиндрическая мишень для инерциального термоядерного синтеза, энергия зажигания, коэффициент выгорания, трековый метод, приближение Фоккера—Планка.

Введение

Современные концепции мишеней для инерционного термоядерного синтеза основываются на возможности достижения плотности примерно $10^3 \rho_s$, где ρ_s — плотность горючего в твердом состоянии при атмосферном давлении и температуре 4 К. При этом традиционный подход к зажиганию подразумевает сжатие сферического слоя горючего до требуемой плотности с одновременным созданием горячей области в центре мишени. Другой подход, получивший название быстрого поджига (fast ignition), предполагает использование двух драйверов [1, 2]. Первый драйвер сжимает горючее до требуемой плотности, а второй быстро поднимает его температуру. В качестве источника нагрева высокоплотного горючего рассматриваются быстрые электроны [2] и протоны [3—5], генерируемые поглощением лазерного излучения в окрестности точки с критической плотностью, а также пучки тяжелых ионов [6, 7]. Отметим предложенный сравнительно давно вариант быстрого поджига с помощью сходящейся ударной волны [8] (см. также [9]), при котором зажигание тоже происходит в центре мишени. Настоящая работа посвящена варианту быстрого поджига, при котором волна термоядерного горения зарождается вблизи границы мишени и распространяется внутрь.

Рассматриваемая в данной работе мишень схематично показана на рис. 1. Горючее, смешанное из равных количеств дейтерия (D) и трития (T), имеющее начальную плотность ρ_0 , находится в цилиндрическом канале длиной $2H$, расположенном внутри оболочки из тяжелого вещества, которая препятствует быстрому радиальному разлету горючего. В качестве источника зажигания мишени рассматриваются встречные пучки протонов, генерирующие две симметрично сходящиеся волны термоядерного горения. Впервые такая цилиндрическая мишень была предложена в работе [10] применительно к сжатию в ней газообразного дейтерия с помощью лазерных импульсов. Такого типа мишени исследовались также экспериментально [11].

Предполагается, что сжатие горючего до исходной плотности ρ_0 происходит путем компрессии оболочки, например, с помощью магнитного поля [12] или пучка тяжелых ионов, энергия которого поглощается одним из слоев многослойной мишени [6, 13]. Полезным следствием использования



Рис. 1. Схема мишени

сильных магнитных полей является значительное уменьшение теплового потока между оболочкой и горючим [10].

Задача об иницировании волны термоядерного горения пучком тяжелых ионов в цилиндре из DT-горючего плотностью примерно $500\rho_s$ рассматривалась ранее [6].

Первая теоретическая оценка пороговой энергии зажигания DT-горючего, предварительно сжатого до плотности ρ_0 , была сделана в работе [2] и имела вид $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$. Аналогичная оценка с уточненным значением константы пропорциональности приведена в [14]. Во многих работах (например, [5, 6, 14, 15]) пороговая энергия зажигания определяется из численного решения двумерной осесимметричной задачи с заданным видом зависимости интенсивности падающего пучка частиц от радиальной координаты и времени. В работе [14] приведена уточненная зависимость $E_{ig} \sim \rho_0^{-1,85}$, полученная по результатам большого числа расчетов для $\rho_0 \geq 50 \text{ г/см}^3 \approx 230\rho_s$.

В упомянутой выше двумерной осесимметричной задаче предполагается, что радиус пучка много меньше размеров сжатого DT-горючего. Применительно к цилиндрической мишени, изображенной на рис. 1, будем рассматривать задачу, в которой радиус пучка совпадает с радиусом цилиндрического канала, а интенсивность пучка $J(t)$ не зависит от радиальной координаты.

Быстрый поджиг подразумевает нагрев горючего, почти изохорический. Движением тяжелой оболочки за время такого нагрева можно пренебречь. Если предположить, что оболочка сильно замagnetичена, то можно пренебречь и потоком тепла в оболочку. Предположим также, что собственное излучение DT-плазмы не оказывает определяющего влияния на процесс зажигания, как это было отмечено при исследовании двумерной задачи о зажигании пучком тяжелых ионов [6]. Тогда основным механизмом, определяющим зажигание, является нагрев α -частицами DT-реакции, которые должны оставлять значительную часть своей энергии в горючем, а не вылетать за его пределы.

Чтобы приближенно найти энергию зажигания мишени, представленной на рис. 1, будем решать одномерную задачу со слоем горючего толщиной $2H$, дополнительно учитывая вылет α -частиц за пределы цилиндра радиусом R_α и полагая энергию зажигания $E_{ig} = \pi R_\alpha^2 I(\infty)$, если в решении одномерной задачи возникает волна термоядерного горения. Здесь $I = I(t)$ — энергия пучка протонов, вложенная к моменту времени t на единицу площади поперечного сечения:

$$I(t) = \int_0^t J(t') dt'.$$

Траектории полета α -частиц полагаются прямыми линиями. Искривление этих траекторий магнитным полем оболочки, которое может значительно снизить энергию зажигания [16], не учитывается.

В качестве зажигающего драйвера рассматривается моноэнергетический пучок протонов, имеющих кинетическую энергию 1 МэВ. Пучки протонов такой энергии для быстрого поджига предварительно сжатых DT-мишеней рассматривались, например, в работе [5]. Интенсивность пучка 10^{19} Вт/см^2 , длительность действия 50 пс. Рассматривался и менее мощный пучок с интенсивностью 10^{18} Вт/см^2 и длительностью действия 500 пс.

В работах [17, 18] исследовались одномерные плоские симметрично сходящиеся волны термоядерного горения для начальной плотности DT-смеси $\rho_0 = \rho_s$ и $\rho_0 = 5\rho_s$, иницированные лазерным излучением, полностью поглощающимся в точке с критической плотностью. При таком способе зажигания, не предусматривающем использования надтепловых частиц, волна горения возникает только после того, как произойдет хотя бы один выход отраженной от плоскости симметрии ударной волны на фронт абляции, и распространяется по горючему, к тому моменту сжатому и нагретому

несколькими ударными волнами. Возникающая волна является волной медленного горения, которая обладает интересным свойством создавать перед собой сжимающий профиль массовой скорости, быстро повышающий плотность горючего перед фронтом. В результате волна медленного горения может превратиться в пару движущихся в противоположных направлениях детонационных волн.

В работе [19] исследование волн термоядерного горения при начальной плотности ρ_s и $5\rho_s$ дополняется случаем инициирования пучками протонов. Показано, что, несмотря на различные способы зажигания, различные модели нагрева α -частицами, различные механизмы превращения волнового процесса медленного горения в детонацию или отсутствие такого превращения, коэффициент выгорания топлива существенно зависит только от одного параметра $H\rho_0$, как и в известной приближенной формуле для разлета сферической мишени [20].

Исследование, начатое ранее [19], в настоящей работе распространяется на более широкий диапазон начальной плотности DT-смеси $5\rho_s \leq \rho_0 \leq 100\rho_s$. В разд. 1 рассматривается трековый метод для учета нагрева плазмы α -частицами DT-реакции [21, 22]. В разд. 2 предлагается модификация этого метода, которая аппроксимирует известную задачу Коши для однородного стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера—Планка [23]. В рамках трекового метода условие вылета α -частицы за пределы цилиндра заданного радиуса легко формулируется в виде ограничения на траекторию движения α -частицы. В разд. 3 рассматриваются результаты расчетов процесса зажигания мишени пучками с разной интенсивностью и одинаковой энергией, а также формирования детонационной волны. Расчеты проведены в рамках одномерной односкоростной двухтемпературной гидродинамической модели [19], в которой учтены широкодиапазонное уравнение состояния горючего, электронная и ионная теплопроводность, кинетика DT-реакции, собственное излучение плазмы и ее нагрев α -частицами. Для учета последнего эффекта использованы исходный и модифицированный варианты трекового метода. Полученные результаты суммируются в Заключение.

1. Трековый метод расчета нагрева плазмы заряженными продуктами термоядерных реакций

Скорость торможения (отрицательное ускорение) надтепловой заряженной частицы в плазме $a = a_e + a_i$ складывается из скорости торможения на электронах a_e и ионах a_i , которые являются известными функциями параметров плазмы и скорости частицы v [23—25]. Другими функциями, необходимыми для описания переноса надтепловых заряженных частиц, являются скорость их рождения в единице объема F и минимальная скорость надтепловой частицы v_{th} , при которой она термализуется. Ограничимся плоскими одномерными течениями, когда параметры плазмы являются функциями одной пространственной координаты x . Без ограничения общности можно рассматривать область $0 \leq x \leq 1$. Функции $a(x, v)$, $F(x)$ и $v_{th}(x)$ в данном разделе полагаются заданными. Для определенности в качестве надтепловых заряженных частиц будем рассматривать α -частицы.

Для упрощения выкладок далее излагается решение задачи с условием отсутствия влетающих в область α -частиц на обеих границах. В расчетах настоящей работы была использована вариация метода при условии упругого отражения α -частиц от одной из границ, что учитывает симметрию течения относительно этой границы, как оговорено в конце следующего раздела.

Рассмотрим трековый метод [21, 22], который основан на простых физических соображениях, применяемых к дискретной среде. В единице объема каждой точки x_0 рождается $F(x_0)$ α -частиц, имеющих постоянную по модулю скорость v_0 . Частицы движутся прямолинейно во всех направлениях, которые в рассматриваемом случае задаются параметром μ — косинусом угла, образованного с осью x , $-1 \leq \mu \leq 1$. Вводится в рассмотрение скорость α -частиц $v(\xi, x_0, \mu)$, которая определяется задачей Коши

$$v \frac{\partial v}{\partial \xi} = a(x, v), \quad x = x_0 + \xi\mu, \quad v(0, x_0, \mu) = v_0, \quad (1)$$

где ξ — координата вдоль луча, по которому движется частица. Так как $a < 0$, скорость частицы вдоль луча падает. Максимальное значение ξ для заданных x_0 и μ определяется условиями

$$0 \leq x_0 + \xi_{\max}\mu \leq 1; \quad v(\xi_{\max}, x_0, \mu) = v_{th}(x_0 + \xi_{\max}\mu). \quad (2)$$

Пусть имеется сетка x_l , $l = 1, 2, \dots, N + 1$, $x_1 = 0$, $x_{N+1} = 1$, которая делит расчетную область по координате x на ячейки размером $\Delta x_l = x_{l+1} - x_l$, $l = 1, 2, \dots, N$. Для определенности будем полагать параметры плазмы заданными в серединах ячеек $\bar{x}_l = 0,5(x_l + x_{l+1})$.

Число α -частиц, рождающихся в ячейке j с единичной площадью поперечного сечения в единицу времени, $\sigma_j = F(\bar{x}_j)\Delta x_j$. Эти частицы делятся на M угловых групп с постоянным шагом по μ , $\Delta\mu = 2/M$, исходя из изотропного распределения частиц по телесному углу ($\sigma_j\Delta\mu/2$ частиц в группе). Все частицы одной группы с номером m , родившиеся в ячейке j , движутся прямолинейно вдоль луча с $\mu = \mu_m = -1 + (m - 0,5)\Delta\mu$ и тормозятся в соответствии с уравнением (1), где $x_0 = \bar{x}_j$. Ограничимся случаем четного числа M , для которого $\mu_m \neq 0$ при всех m .

Рассмотрим ячейку k размером Δx_k , через которую проходят α -частицы, родившиеся в ячейке j . Если $k = j$, то граничное условие для уравнения (1) задается в середине ячейки: $v = v_0$. В противном случае граничное условие задается в одном из узлов x_k или x_{k+1} с меньшим значением ξ : $v = v_{0b}$, где скорость v_{0b} получена из расчета предыдущей ячейки. В простейшем варианте метода, который рассматривается в настоящей работе, функция $a(x, v)$ внутри ячейки полагается постоянной и равной $a_k = a(\bar{x}_k, v_b)$, где $v_b = v_{0b}$ при $k \neq j$ и $v_b = v_0$ при $k = j$. Скорость v_e в узле с бóльшим значением ξ определяется решением задачи Коши (1) и условием термализации $v_e \geq v_{th}^k = v_{th}(\bar{x}_k)$:

$$\tilde{v}_e^2 = v_b^2 + 2a_k\Delta\xi; \quad v_e = \max(v_{th}^k, \tilde{v}_e),$$

где $\Delta\xi = \Delta\xi_k = \Delta x_k/|\mu_m|$ при $k \neq j$ и $\Delta\xi = \Delta\xi_k/2$ при $k = j$. Если α -частицы термализовались в данной ячейке ($\tilde{v}_e \leq v_{th}^k$), то расчет угловой группы на этом заканчивается.

Энергия, которая передается единице объема ячейки k за единицу времени α -частицами угловой группы m , родившимися в ячейке j , равна

$$\psi_{kjm} = \frac{m_\alpha\sigma_j\Delta\mu}{2\Delta x_k} \frac{v_b^2 - v_e^2}{2} = \frac{m_\alpha\sigma_j\Delta\mu}{2|\mu_m|} \cdot \begin{cases} \min\left(-a_k, \frac{v_{0b}^2 - (v_{th}^k)^2}{2\Delta\xi_k}\right), & k \neq j; \\ \min\left(-\frac{a_k}{2}, \frac{v_0^2 - (v_{th}^k)^2}{2\Delta\xi_k}\right), & k = j, \end{cases} \quad (3)$$

где m_α — масса α -частицы. Полная энергия, которая поступает в единицу объема ячейки k за единицу времени, составляет

$$w_k = \sum_{m=1}^M \sum_{j=k}^{k+\Delta k} \psi_{kjm}, \quad (4)$$

где $k+\Delta k$ — номер ячейки, в которой родились α -частицы группы m , термализовавшиеся в ячейке k . Знак Δk зависит от знака μ_m : $\Delta k \leq 0$ при $\mu_m > 0$ и $\Delta k \geq 0$ при $\mu_m < 0$. Естественное ограничение на Δk заключается в существовании ячейки с соответствующим номером: $1 \leq k + \Delta k \leq N$. Для расчета суммы (4) слагаемые ψ_{kjm} вычисляются последовательно для всех ячеек $1 \leq j \leq N$ и всех угловых групп $1 \leq m \leq M$.

2. Модификация трекового метода в приближении Фоккера—Планка

Найдем связь между трековым методом и стационарным кинетическим уравнением в приближении Фоккера—Планка [23]. Для этого необходимо сформулировать трековый метод в терминах математической физики, а не конечноразностных формул, найдя предел w_k при $h = \max(\Delta x_l)$, $\Delta\mu \rightarrow 0$.

Пусть сначала $h \rightarrow 0$. Тогда число слагаемых во внутренней сумме в (4) стремится к бесконечности. Поэтому можно отбросить первое слагаемое с $j = k$ и последнее слагаемое с $j = k + \Delta k$. В результате внутренняя сумма в (4) примет вид

$$\Psi_{km} = -\frac{m_\alpha\Delta\mu}{2|\mu_m|} \sum_{j=k+\text{sign}(\Delta k)}^{k+\Delta k-\text{sign}(\Delta k)} a(\bar{x}_k, v_{b0})F(\bar{x}_j)\Delta x_j. \quad (5)$$

Введем обозначения $x = \lim_{h \rightarrow 0} \bar{x}_k$; $x_0 = \lim_{h \rightarrow 0} \bar{x}_j$. Тогда, учитывая, что $\lim_{h \rightarrow 0} \bar{x}_k = \lim_{h \rightarrow 0} \bar{x}_{k+1} = x$, имеем $\lim_{h \rightarrow 0} v_{b0} = v(\xi, x_0, \mu_m)$, $\xi = (x - x_0)/\mu_m$, где $v(\xi, x_0, \mu_m)$ — решение задачи Коши (1). В результате получим

$$\lim_{h \rightarrow 0} \Psi_{km} = \Psi(x, \mu_m) = \frac{m_\alpha \Delta \mu}{2\mu_m} \int_x^{x+\Delta x} a(x, v(\xi, x_0, \mu_m)) F(x_0) dx_0, \quad (6)$$

где Δx определяется условием термализации в точке x α -частиц угловой группы m , родившихся в точке $x + \Delta x$:

$$v\left(\frac{-\Delta x}{\mu_m}, x + \Delta x, \mu_m\right) = v_{th}(x). \quad (7)$$

Исчезновение знака модуля у μ_m при переходе от суммы (5) к интегралу (6) связано с тем, что сумма (5) не меняет знака при изменении знака Δk , а интеграл (6) меняет знак при изменении знака Δx .

При $\mu_m \rightarrow 0$ функция $\Psi(x, \mu_m)$ остается конечной, несмотря на наличие μ_m в знаменателе. Ограничимся доказательством этого факта в простейшем случае $a = \text{const}$. Тогда условие (7) и задача Коши (1) дают

$$\Delta x = \frac{\mu_m}{2a} (v_0^2 - v_{th}^2(x)),$$

откуда

$$\Psi(x, 0) = \frac{1}{4} m_\alpha \Delta \mu F(x) (v_0^2 - v_{th}^2(x)).$$

Окончательно требуемый предел, который имеет смысл скорости подвода энергии к единице объема плазмы вблизи точки x , записывается в виде

$$W(x) = \lim_{h, \Delta \mu \rightarrow 0} w_k = \frac{m_\alpha}{2} \int_{-1}^1 \int_x^{x+\Delta x} \frac{a(x, v(\xi, x_0, \mu)) F(x_0)}{\mu} dx_0 d\mu, \quad (8)$$

где $v(\xi, x_0, \mu)$ есть решение задачи (1); Δx определяется условием (7).

Рассмотрим теперь стационарное кинетическое уравнение относительно функции распределения α -частиц $f(x, v, \mu)$ в приближении Фоккера–Планка. Если предположить, что все рождающиеся α -частицы имеют одну и ту же начальную скорость v_0 , и отбросить слагаемое, описывающее диффузию функции распределения в пространстве скоростей, то возникает следующая задача Коши для однородного кинетического уравнения [23]:

$$\mu v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial a f}{\partial v} = 0, \quad v_{th}(x) \leq v \leq v_0, \quad f(x, v_0, \mu) = -\frac{\tilde{F}(x, \mu)}{a(x, v_0)}, \quad (9)$$

где $\tilde{F}(x, \mu)$ — скорость рождения в единице объема вблизи точки x α -частиц, направление полета которых находится в интервале $d\mu$ вблизи направления μ . Так как

$$\int_{-1}^1 \tilde{F}(x, \mu) d\mu = F(x),$$

то для случая изотропного разлета частиц получаем $\tilde{F}(x, \mu) = F(x)/2$.

Скорость подвода энергии к единице объема плазмы вблизи точки x

$$W_{\Phi\Pi}(x) = \int_{-1}^1 \Psi_{\Phi\Pi}(x, \mu) d\mu, \quad \Psi_{\Phi\Pi}(x, \mu) = -m_\alpha \int_{v_{th}(x)}^{v_0} f(x, v, \mu) a(x, v) v dv. \quad (10)$$

Вместо скорости v введем переменную $\eta = v^2/2$, полагая $f = f(x, \eta, \mu)$; $a = a(x, \eta)$; $\eta_0 = v_0^2/2$; $\eta_{th}(x) = v_{th}(x)^2/2$. Тогда функция $\Psi_{\Phi\Pi}$ из формулы (10) примет вид

$$\Psi_{\Phi\Pi}(x, \mu) = -m_\alpha \int_{\eta_{th}(x)}^{\eta_0} f(x, \eta, \mu) a(x, \eta) d\eta. \quad (11)$$

Заменой переменных $x = x_0 + \xi\mu$ введем новую независимую переменную ξ и параметр x_0 , смысл которого будет уточнен ниже. Уравнение (9) примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} + a \frac{\partial f}{\partial \eta} + f a_\eta = 0, \quad f = f(x_0 + \xi\mu, \eta, \mu). \quad (12)$$

Его характеристики определяются дифференциальным уравнением $d\eta = ad\xi$ и имеют вид однопараметрического семейства

$$\eta(\xi, x_0, \mu) = \eta_0 + \int_0^\xi a(x_0 + \xi'\mu, \eta(\xi', x_0, \mu)) d\xi', \quad (13)$$

в котором параметр x_0 определяет характеристику, проходящую через точку (x_0, η_0) . Заметим, что с точностью до обозначений этому уравнению удовлетворяет и семейство решений задачи Коши (1).

Вдоль характеристики (13) уравнение (12) и граничное условие из (9) принимают вид

$$\frac{df}{d\xi} + f a_\eta = 0, \quad f = f(x_0 + \xi\mu, \eta(\xi, x_0, \mu), \mu), \quad f(x_0, \eta_0, \mu) = -\frac{F(x_0)}{2a(x_0, \eta_0)},$$

откуда получаем

$$f(x_0 + \xi\mu, \eta(\xi, x_0, \mu), \mu) = -\frac{F(x_0)\chi(\xi, x_0, \mu)}{2a(x_0, \eta_0)}, \quad (14)$$

$$\chi(\xi, x_0, \mu) = \exp\left(-\int_0^\xi a_\eta(x_0 + \xi'\mu, \eta(\xi', x_0, \mu)) d\xi'\right).$$

В интеграле (11) перейдем от интегрирования по η к интегрированию по x_0 , которое связано с η уравнением (13) и связью $x = x_0 + \xi\mu = \text{const}$. Для упрощения выкладок связь между дифференциалами $d\eta$ и dx_0 можно найти, перейдя в (13) к переменной x вместо ξ , взяв дифференциал и положив $dx = 0$. В результате получим

$$d\eta = -\frac{1}{\mu} a(x_0, \eta_0) dx_0. \quad (15)$$

Пределы интегрирования η_0 и $\eta_{th}(x)$ переходят соответственно в x и $x + \Delta x$, где Δx определяется условием $\eta(-\Delta x/\mu, x + \Delta x, \mu) = \eta_{th}(x)$, аналогичным условию (7) в трековом методе. Подставив эти пределы вместе с (14) и (15) в (11), получим

$$\Psi_{\Phi\Pi}(x, \mu) = \frac{m_\alpha}{2} \int_x^{x+\Delta x} \frac{F(x_0)\chi(\xi, x_0, \mu)a(x, \eta(\xi, x_0, \mu))}{\mu} dx_0. \quad (16)$$

Нетрудно увидеть, что после обратного перехода к переменной v вместо η в (16) и подстановки (16) в (10) функция $W_{\Phi\Pi}(x)$ отличается от соответствующей функции (8) лишь множителем $\chi(\xi, x_0, \mu)$, который определен в (14). Отсюда следует, что в качестве численного метода решения задачи (9), (10) можно использовать описанный в предыдущем разделе трековый метод для конечного числа ячеек по x и числа групп по μ , вычисляя дополнительно функцию $\chi(\xi, x_0, \mu)$ вдоль каждой траектории α -частиц.

При моделировании высокотемпературной плазмы необходимо вычислять скорость подвода энергии к единице объема отдельно для электронов и ионов. Для этого в формуле (3) вместо скорости торможения α -частиц $a(x, v)$ используются соответствующие функции для компонентов плазмы $a_e(x, v)$ и $a_i(x, v)$.

Если одна из границ, например $x = 0$, является плоскостью симметрии, то следует добавить в (1) возможность симметричного отражения траектории α -частиц при $\mu < 0$:

$$x = \begin{cases} x_0 + \xi\mu, & \xi \leq \xi_*; \\ -(\xi - \xi_*)\mu, & \xi > \xi_*, \end{cases}$$

где $\xi_* = -x_0/\mu$, и убрать из условий (2), определяющих максимальное значение ξ , неравенство $x_0 + \xi_{\max}\mu \geq 0$.

Если плазма находится в цилиндре, то α -частицы, вылетающие за его границы, не дают вклада в нагрев плазмы. Предлагается приближенно учесть этот трехмерный эффект в рамках одномерной задачи.

Введем параметр R_α , имеющий смысл радиуса цилиндра, ось которого в физическом пространстве совпадает с осью симметрии встречных пучков (выбранной в качестве координатной оси x). Тогда к условиям (2) добавляется требование $\xi_{\max} \leq R_\alpha(1 - \mu^2)^{-1/2}$, которое исключает из расчета нагрева плазмы те α -частицы, которые вылетают за границы цилиндра.

Пусть $R_\alpha \rightarrow 0$. Тогда $\xi_{\max} \rightarrow 0$ во всей области $-1 \leq \mu \leq 1$, за исключением ее границ $\mu = \pm 1$. Так как скорость нагрева плазмы (10) является интегралом по μ , она также стремится к нулю вместе с R_α , что делает невозможным зажигание мишени при некотором малом значении R_α . Увеличивая R_α , можно определить его значение, начиная с которого возникает волна термоядерного горения, и интерпретировать это значение как радиус цилиндра, в котором возможно зажигание.

3. Зажигание мишени

Рассмотрим начальную стадию течения, ограниченную временем действия пучка протонов $t \leq \Delta t_{pr}$. Предположим, что нагрев пучком протонов происходит настолько быстро, что движением горючего и изменением его плотности за время Δt_{pr} можно пренебречь. Будем называть такой нагрев изохорическим. Если дополнительно пренебречь термоядерными реакциями и собственным излучением плазмы, то сумма уравнений баланса энергии электронов и ионов (уравнения (5) и (6) из [19]) принимает вид

$$\rho_0 \frac{\partial \varepsilon(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial (J + q_e + q_i)}{\partial x}, \quad \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_i, \quad q_e = \varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial x}, \quad q_i = \varkappa_i \frac{\partial T_i}{\partial x}.$$

Интегрируя первое уравнение по t от 0 до Δt_{pr} и по x от $H - l$ до H , где l — длина свободного пробега протонов, полагая тепловые потоки $q_e = q_i = 0$ на границах интегрирования по x и пренебрегая начальной энергией горючего, получаем

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{l} \int_{H-l}^H \varepsilon(x, \Delta t_{pr}) dx = \frac{I(\Delta t_{pr})}{\rho_0 l}, \quad (17)$$

где $\bar{\varepsilon}$ — средняя удельная внутренняя энергия плазмы в области нагрева при $t = \Delta t_{pr}$. Так как зависимость скорости торможения протонов a от плотности близка к линейной, длина свободного пробега протонов обратно пропорциональна плотности: $l \sim \rho_0^{-1}$. Поэтому средняя внутренняя энергия $\bar{\varepsilon}$ не зависит от ρ_0 и определяется только энергией пучка I и начальной энергией протонов, от которой зависит длина их свободного пробега.

Надтепловые протоны отдают большую часть своей энергии электронам, которые, в свою очередь, нагревают ионы. При заданной энергии пучка I температура ионов при $t = \Delta t_{pr}$ растет как с ростом Δt_{pr} , так и с ростом ρ_0 , поскольку время релаксации температур электронов и ионов $\tau_T \sim \rho^{-1}$. Если

температура электронов при $t = \Delta t_{pr}$ значительно превышает температуру ионов, то последняя может оказаться достаточной для зажигания мишени уже после прекращения действия пучка при $t > \Delta t_{pr}$.

Нарушение изохоричности нагрева связано с волной разрежения, которая распространяется со звуковой скоростью от свободной границы вглубь мишени, и с ударной волной, возникающей из-за быстрого роста давления в области нагрева. В качестве условия нарушения изохоричности нагрева возьмем неравенство $c_s \Delta t_{pr} > l$, где c_s — изоэнтропическая скорость звука. Так как $l \sim \rho_0^{-1}$, при увеличении ρ_0 сохранение близости нагрева к изохорическому требует уменьшения времени действия пучка Δt_{pr} , что, в свою очередь, как видно из (17), для сохранения средней по области нагрева внутренней энергии требует соответствующего увеличения интенсивности пучка J_0 .

На рис. 2 показаны профили ионной температуры и массовой скорости по лагранжевой координате s_b в системе отсчета относительно свободной границы на момент прекращения энерговклада $t = \Delta t_{pr}$ для пучков одинаковой энергии с разной длительностью $\Delta t_{pr} = 50$ пс и $\Delta t_{pr} = 500$ пс и двух значений начальной плотности горючего: $\rho_0 = 25\rho_s$ и $\rho_0 = 100\rho_s$. Здесь

$$s_b(x, t) = \int_{x_b}^x \rho(x', t) dx';$$

ρ — плотность; x_b — пространственная координата свободной границы. Параметр R_α , ограничивающий траекторию полета α -частицы в мишени, выбран вблизи границы ее зажигания хотя бы одним из пучков ($R_\alpha = 0,4$ мм для $\rho_0 = 25\rho_s$ и $R_\alpha = 0,1$ мм для $\rho_0 = 100\rho_s$).

Рассмотрим сначала случай $\rho_0 = 25\rho_s$ (см. рис. 2, а и 2, в).

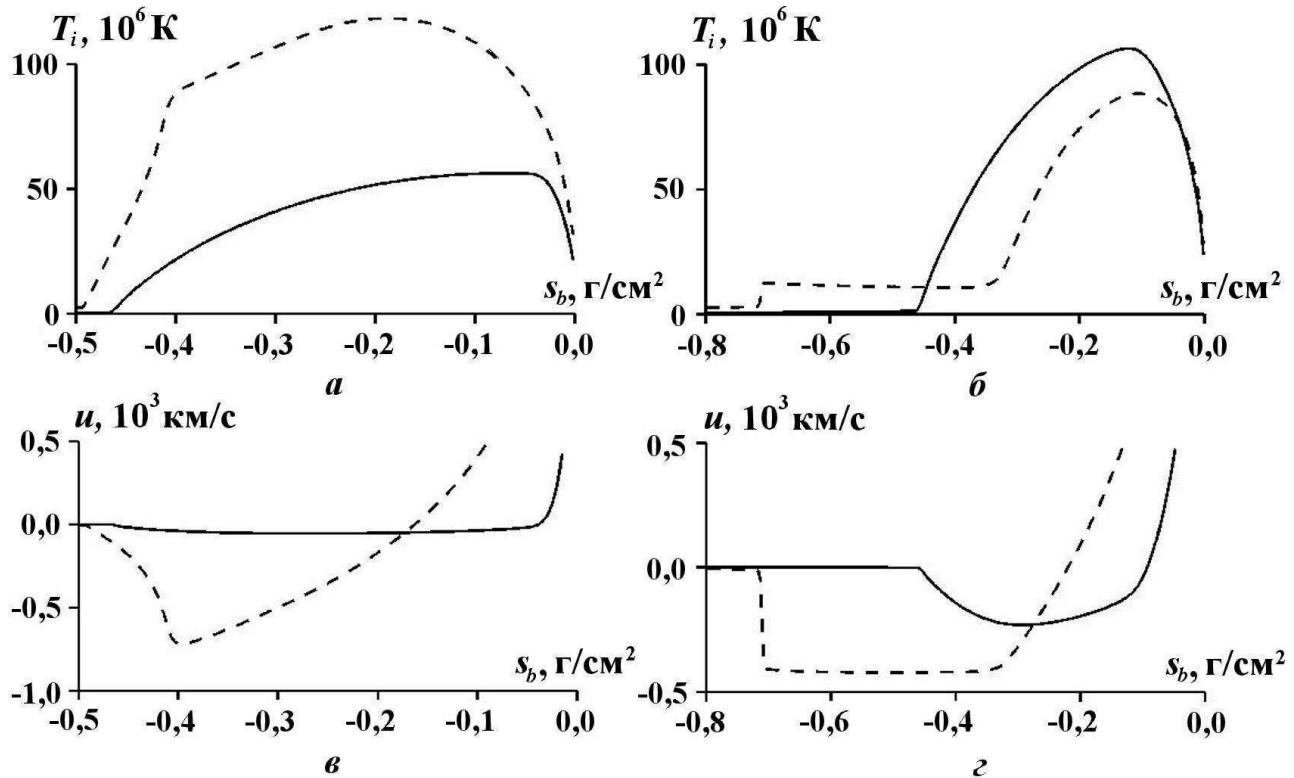


Рис. 2. Температура ионов (а, б) и массовая скорость (в, з) как функции лагранжевой координаты s_b в системе отсчета относительно свободной границы на момент $t = \Delta t_{pr}$ при $\rho_0 = 25\rho_s$, $R_\alpha = 0,4$ мм (а, в) и $\rho_0 = 100\rho_s$, $R_\alpha = 0,1$ мм (б, з) для разных параметров пучков с одинаковой энергией: — — $\Delta t_{pr} = 50$ пс, $J_0 = 10^{19}$ Вт/см²; - - - - $\Delta t_{pr} = 500$ пс, $J_0 = 10^{18}$ Вт/см²

При $\Delta t_{pr} = 50$ пс, как следует из соответствующего профиля скорости (сплошная линия на рис. 2, в), нагрев происходит почти изохорически: процесс образования ударной волны еще не начался, а волна разрежения занимает лишь небольшую часть нагретой области. Хотя температура ионов (сплошная линия на рис. 2, а) сравнительно небольшая, ее последующий рост из-за нагрева более горячими электронами приводит к зажиганию мишени.

При увеличении времени Δt_{pr} до 500 пс нагрев пучком протонов уже не является изохорическим. Как видно из профиля скорости (штриховая линия на рис. 2, в), внутри области нагрева сформировалась непрерывная волна сжатия, которая затем должна превратиться в ударную волну. К волне сжатия примыкает волна разрежения, которая в отсутствие нагрева α -частицами должна приводить к быстрому падению амплитуды ударной волны. Однако температура ионов (штриховая линия на рис. 2, а) оказывается достаточной для зажигания мишени. Видно, что в области волны сжатия (см. рис. 2, в) имеет место значительный нагрев плазмы α -частицами (см. рис. 2, а). В результате волна сжатия быстро переходит в детонационную волну хорошо известного типа [26] с примыкающей к ее фронту волной разрежения.

Перейдем к случаю $\rho_0 = 100\rho_s$ (см. рис. 2, б и 2, з).

При $\Delta t_{pr} = 50$ пс температура ионов (сплошная линия на рис. 2, б) заметно больше, чем в случае того же пучка и $\rho_0 = 25\rho_s$, из-за уменьшения времени релаксации температур $\tau_T \sim \rho^{-1}$. Как видно из профиля скорости (сплошная линия на рис. 2, з), начинает формироваться ударная волна, а волна разрежения занимает пока небольшую часть области нагрева. Механизм зажигания мишени для данного варианта будет рассмотрен ниже.

Для пучка с $\Delta t_{pr} = 500$ пс зажигания мишени не происходит. Как видно из профиля скорости (штриховая линия на рис. 2, з), ударная волна при $t = \Delta t_{pr}$ отошла достаточно далеко от области нагрева и уже не может превратиться в детонационную волну. Через некоторое время волна разрежения догоняет ударную волну и начинает уменьшать ее амплитуду. Расчеты показывают, что для мишени с $\rho_0 = 10^3\rho_s$ аналогичная картина течения без зажигания мишени возникает для пучка с $\Delta t_{pr} = 50$ пс.

Отмеченное выше отсутствие зажигания мишени с плотностью горючего $\rho_0 = 100\rho_s \approx 22$ г/см³ пучком с интенсивностью 10^{18} Вт/см² и ее зажигание пучком с интенсивностью 10^{19} Вт/см², как и отсутствие зажигания этим пучком мишени с плотностью горючего $\rho_0 \approx 220$ г/см³, соответствуют зависимости минимальной для зажигания мишени интенсивности от плотности, которая получена в работе [14] по результатам двумерных расчетов. Эта зависимость дает значения $\sim 6 \cdot 10^{18}$ Вт/см² для $\rho_0 = 22$ г/см³ и $\sim 5 \cdot 10^{19}$ Вт/см² для $\rho_0 = 220$ г/см³.

Приведем результаты расчетов для мишени с $\rho_0 = 100\rho_s$, $R_\alpha = 0,1$ мм и пучка с $\Delta t_{pr} = 50$ пс, $J_0 = 10^{19}$ Вт/см². Рассмотрим сначала случай полутолщины слоя горючего $H = 0,5$ мм, что соответствует значению параметра $H\rho_0 \approx 1$ г/см².

На рис. 3 показан процесс зажигания мишени. Приведены профили по x функций T_e , T_i , ρ , u и скорости выгорания $\chi_v = \langle \sigma v \rangle_{DT} n_T$ [19] ($\langle \sigma v \rangle_{DT}$ — скорость реакции DT-синтеза; n_T — концентрация ядер трития) в момент прекращения действия пучка 50 пс и три последующих момента: 100, 150 и 200 пс. Небольшие разрывы функции $\chi_v(x)$ являются следствием небольшого разрыва в аппроксимационной формуле для $\langle \sigma v \rangle_{DT}(T_i)$ из [22].

При $t = 50$ пс максимальная температура ионов составляет $\sim 10^8$ К, что вполне достаточно для зажигания мишени. Ударная волна еще не сформировалась, а волна горения, которую будем отождествлять с функцией $\chi_v(x)$, непрерывна. При $t = 100$ пс ударная волна сформировалась, а волна горения немного отстает от нее и по-прежнему непрерывна. При $t = 150$ пс волна горения уже догнала ударную волну и превратила ее в детонационную. Сравнивая функции $T_i(x)$ и $\chi_v(x)$ при $t = 150$ пс и $t = 200$ пс, можно увидеть, что температура и скорость выгорания на фронте детонационной волны быстро растут со временем. Перед детонационной волной возникает предвестник, вызванный как электронной теплопроводностью и нагревом α -частицами (вблизи волны), так и собственным излучением высокотемпературной плазмы (на больших расстояниях от фронта).

Расчет варианта, представленного на рис. 3, был также проведен без учета нагрева α -частицами. В этом случае в горючем возникает ударная волна, давление на фронте которой уменьшается со временем из-за примыкающей к фронту волны разрежения; зажигания не происходит.

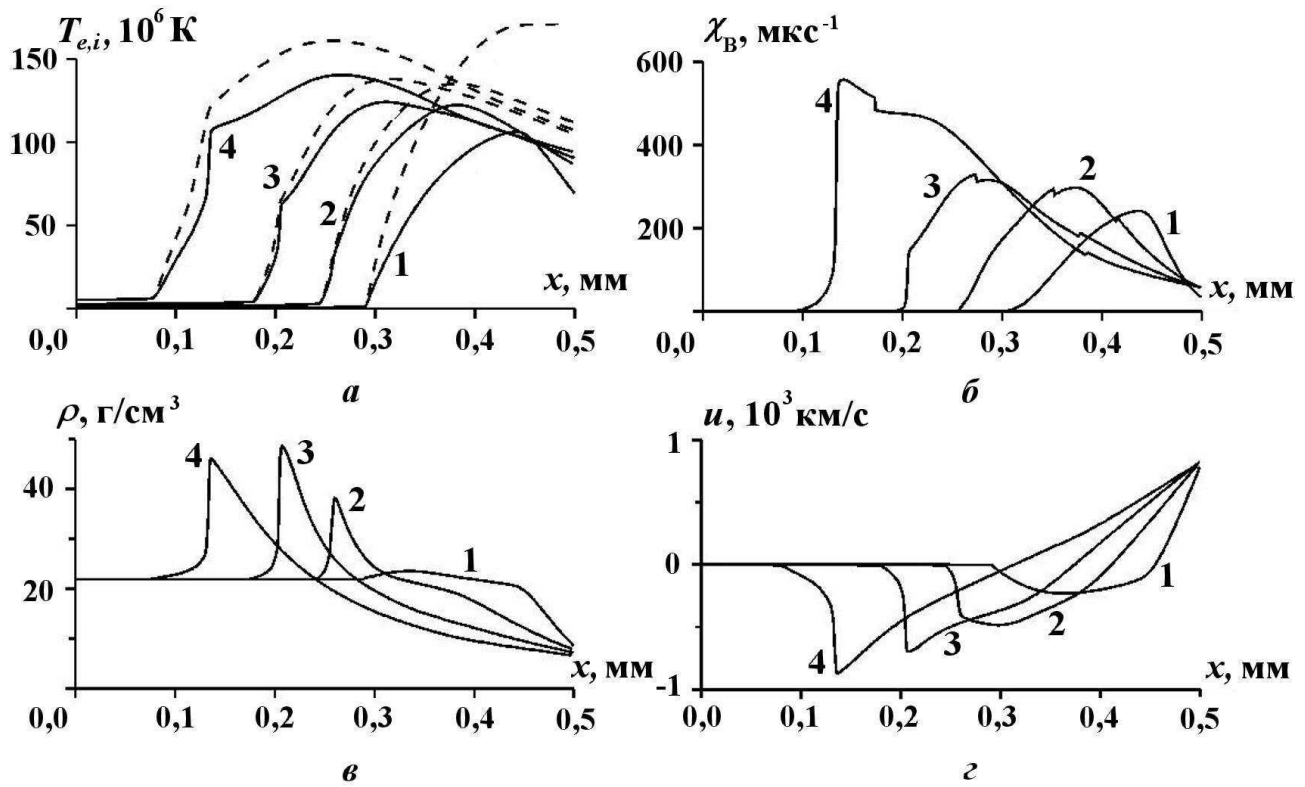


Рис. 3. Профили температуры (а) ионов (—) и электронов (---), скорости выгорания (б), плотности (в) и массовой скорости (г) по координате x при формировании детонационной волны в моменты времени 50 (1), 100 (2), 150 (3) и 200 пс (4) для мишени с $\rho_0 = 100\rho_s$, $R_\alpha = 0,1$ мм, $H = 0,5$ мм и пучка с $\Delta t_{pr} = 50$ пс

Перейдем к рассмотрению результатов расчета для мишени с начальной плотностью горючего $\rho_0 = 100\rho_s$ при разных значениях параметра R_α , ограничивающего траектории α -частиц, и разных моделей переноса α -частиц: уравнения Фоккера—Планка и трекового метода. В табл. 1 представлены значения коэффициентов выгорания для мишеней с двумя значениями H : 0,5 (B_0) и 2,5 мм (B_1). Эти значения отвечают достаточно большому моменту времени, когда их заметный рост прекращается. Нулевые значения B_0 и B_1 означают, что они меньше 0,01, и интерпретируются как отсутствие зажигания.

При $R_\alpha = 0,15$ мм коэффициенты B_0 и B_1 мало отличаются для обеих моделей, при $R_\alpha = 0,1$ мм — одни и те же. При $R_\alpha = 0,05$ мм уравнение Фоккера—Планка по-прежнему приводит к зажиганию мишени с несколько меньшими значениями B_0 и B_1 по сравнению со случаем $R_\alpha = 0,1$ мм, а в случае трекового метода $B_1 = 0$. Последнее означает, что детонационная волна, идущая вглубь мишени, не образуется, а ударная волна на больших расстояниях гасится волной разрежения. Если плоскость симметрии располагается достаточно близко от края мишени ($H = 0,5$ мм), то ударная волна в момент отражения остается достаточно сильной, чтобы зажечь мишень, создав отраженную детонационную волну. При $R_\alpha = 0,03$ мм зажигание возможно только при $H = 0,5$ мм с небольшими значениями B_0 , а при $R_\alpha = 0,01$ мм зажигания не происходит. Для оценки энергии зажигания было выбрано значение $R_\alpha = 0,1$ мм, при котором происходит надежное зажигание по обеим моделям.

В табл. 2 для трех значений начальной плотности горючего $\rho_0 = 5\rho_s$, $25\rho_s$, $100\rho_s$ приведены энергия зажигания $E_{ig} = \pi R_\alpha^2 I(\infty)$, а также коэффициент выгорания B для двух значений H , отвечающих двум заданным значениям параметра $H\rho_0$: ~ 1 и 5 г/см 2 . Для $\rho_0 = 100\rho_s$ выбраны приведенные выше значения для $R_\alpha = 0,1$ мм. Поскольку параметр R_α , определяемый условием $R_\alpha\rho_0 = \text{const}$, обеспечивает зажигание мишени, энергия зажигания падает вместе с ростом ρ_0 по закону $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$ в соответствии с известной теоретической оценкой [2].

Таблица 1

Коэффициенты выгорания B_0 и B_1 для мишеней с $\rho_0 = 100\rho_s$, разных значений параметра R_α и разных моделей переноса α -частиц — уравнения Фоккера—Планка (ФП) и трекового метода (ТМ)

R_α , мм	ФП		ТМ	
	B_0	B_1	B_0	B_1
0,15	0,36	0,70	0,35	0,70
0,1	0,32	0,67	0,32	0,67
0,05	0,24	0,60	0,24	0
0,03	0,17	0	0	0
0,01	0	0	0	0

Таблица 2

Энергия зажигания для одного пучка протонов E_{ig} и коэффициенты выгорания B для трех значений ρ_0 , радиуса цилиндра $R_\alpha \sim \rho_0^{-1}$ и двух значений H , отвечающих заданным значениям параметра $H\rho_0$

ρ_0/ρ_s	R_α , мм	E_{ig} , МДж	$H\rho_0 \approx 1 \text{ г/см}^2$		$H\rho_0 \approx 5 \text{ г/см}^2$	
			H , мм	B	H , мм	B
5	2	62	10	0,34	50	0,68
25	0,4	2,5	2	0,33	10	0,68
100	0,1	0,16	0,5	0,32	2,5	0,67

Отметим значение $E_{ig} = 160 \text{ кДж}$ для $\rho_0 = 100\rho_s \approx 22 \text{ г/см}^3$. Приведенные в работе [14] зависимости $E_{ig}(\rho_0)$ для задачи с радиусом пучка много меньше размера мишени дают энергию зажигания примерно в 10 раз больше: формула вида $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$ дает оценку $E_{ig} \approx 1,5 \text{ МДж}$, а более точное выражение вида $E_{ig} \sim \rho_0^{-1,85}$ — около 2,3 МДж.

Заключение

Для оценки энергии зажигания цилиндрической мишени с помощью одномерных расчетов предлагается использовать трековый метод и ограничивать траектории α -частиц цилиндрической поверхностью заданного радиуса, который является параметром метода и отождествляется с радиусом горючего в мишени и радиусом облучающего пучка. Предложена модификация трекового метода, которая аппроксимирует известную задачу Коши для однородного стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера—Планка. Полученная зависимость энергии зажигания от начальной плотности имеет такой же вид $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$, что и известная теоретическая оценка. Для начальной плотности горючего в 100 раз больше нормальной плотности получена оценка энергии зажигания примерно в 10 раз меньше соответствующей оценки для двумерной задачи с радиусом пучка много меньше размера мишени.

Вычислительные эксперименты с двумя пучками протонов, обладающими одинаковой энергией и разной интенсивностью, показали, что необходимая для зажигания мишени интенсивность пучка растет вместе с начальной плотностью горючего примерно в соответствии с известной формулой, полученной по результатам двумерных расчетов [14].

При зажигании мишени в горючем возникает детонационная волна, к фронту которой примыкает волна разрежения. Образованию детонационной волны предшествует небольшой интервал времени с ударной волной, идущей впереди волны медленного горения. После того как фронт горения догнал эту ударную волну, она превращается в детонационную.

Зажигания мишени не происходит, если расстояние между ударным фронтом и областью нагрева горючего протонами слишком большое. Тогда ударная волна не превращается в детонационную. Со временем волна разрежения догоняет ударный фронт и уменьшает интенсивность нагружения DT-смеси.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 12-01-00130 и 14-08-00967), Президента РФ (грант № НШ-6614.2014.2) и Российской академии наук (программы № 3 ОМН РАН и № 2П Президиума РАН).

Список литературы

1. *Basov N. G., Gus'kov S. Y., Feoktistov L. P.* Thermonuclear gain of IC target with direct heating of ignitor // J. Sov. Laser Research. 1992. Vol. 13, No 5. P. 396—399.
2. *Tabak M., Hammer J., Glinsky M. E. et al.* Ignition and high gain with ultrapowerful lasers // Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1, No 5. P. 1626—1634.
3. *Roth M., Cowan T. E., Key M. H. et al.* Fast ignition by intense laser-accelerated proton beams // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86, No 3. P. 436—439.
4. *Гуськов С. Ю.* Прямое зажигание мишеней инерциального термоядерного синтеза потоком ионов лазерной плазмы // Квант. электроника. 2001. Т. 31, № 10. С. 885—890.
5. *Caruso A., Strangio C.* Ignition thresholds for deuterium-tritium mixtures contaminated by high-Z material in cone-focused fast ignition // ЖЭТФ. 2003. Т. 124, № 5. С. 1058—1067.
6. *Чуразов М. Д., Аксенов А. Г., Забродина Е. А.* Воспламенение термоядерных мишеней пучком тяжелых ионов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2001. Вып. 1. С. 20—28.
7. *Medin S. A., Churazov M. D., Koshkarev D. G. et al.* Evaluation of a power plant concept for fast ignition heavy ion fusion // Laser Part. Beams. 2002. Vol. 20, No 3. P. 419—422.
8. *Щербаков В. А.* Расчет воспламенения термоядерной лазерной мишени фокусирующей ударной волной // Физ. плазмы. 1983. Т. 9. Вып. 2. С. 409—411.
9. *Betti R., Zhou C. D., Anderson K. S. et al.* Shock ignition of thermonuclear fuel with high areal density // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 98, No 15. P. 155001.
10. *Пашинин П. П., Прохоров А. М.* Получение высокоплотной дейтериевой плазмы при лазерном нагреве специальной газовой мишени // ЖЭТФ. 1972. Т. 62, № 1. С. 189—194.
11. *Stöckl C., Tsakiris G. D.* Experiments with laser-irradiated cylindrical targets // Laser Part. Beams. 1991. Vol. 9, No 3. P. 725—747.
12. *Прут В. В., Храбров В. А., Матвеев В. В., Шубаев С. А.* Метод металлического z-пинча: изэнтропическое сжатие водорода // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 29, № 1. С. 33—36.
13. *Долголева Г. В., Забродин А. В.* Расчетное конструирование микромишеней для установки инерционного тяжелоионного синтеза // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 2. С. 23—32.
14. *Atzeni S.* Inertial fusion fast ignitor: Igniting pulse parameter window vs the penetration depth of the heating particles and the density of the precompressed fuel // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6, No 8. P. 3316—3326.
15. *Caruso A., Pais V. A.* The ignition of dense DT fuel by injected triggers // Nucl. Fusion. 1996. Vol. 36, No 6. P. 745—758.
16. *Kemp A. J., Basko M. M., Meyer-ter-Vehn J.* Implosion and ignition of magnetized cylindrical targets driven by heavy-ion beams // Ibid. 2003. Vol. 43, No 1. P. 16—24.
17. *Хищенко К. В., Чарахчьян А. А.* Об одном свойстве двух симметрично сходящихся плоских волн термоядерного горения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2013. Вып. 3. С. 30—40.
18. *Charakhch'yan A. A., Gryn' V. I., Khishchenko K. V.* Plane thermonuclear burn waves interacting with rigid wall // Physics of Extreme States of Matter — 2013 / Ed. by V. E. Fortov et al. Moscow: IJIT RAS, 2013. P. 14—18.
19. *Charakhch'yan A. A., Khishchenko K. V.* Symmetrically converging plane thermonuclear burn waves // Plasma Phys. Control Fusion. 2013. Vol. 55, No 10. P. 105011.
20. *Баско М. М.* Физические основы инерциального термоядерного синтеза. М.: МИФИ, 2009.

21. Дюдерштадт Д., Мозес Г. Инерционный термоядерный синтез. М.: Энергоатомиздат, 1984.
22. Бракнер К., Джорна С. Управляемый лазерный синтез. М.: Атомиздат, 1977.
23. Гуськов С. Ю., Розанов В. Б. Кинетика термоядерных частиц в лазерной плазме // Труды ФИАН. 1982. Т. 134. С. 115–122.
24. Выговский О. Б., Ильин Д. А., Левковский А. А. и др. Торможение быстрых заряженных частиц в идеальной плазме с произвольной степенью вырождения: Препринт № 72. М.: ФИАН, 1990.
25. Сивухин Д. В. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме // Вопросы теории плазмы. 1964. Вып. 4. Р. 81–187.
26. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.

Статья поступила в редакцию 19.03.14.

A QUASI-1D MODEL OF THERMONUCLEAR IGNITION OF DENSE DT MIXTURE DRIVEN BY PROTON BEAMS / K. V. Khishchenko, A. A. Charakhch'yan (Joint Institute of High Temperatures RAS, Computing Center RAS, Moscow).

We consider a model of thermonuclear detonation of a plane dense DT mixture layer driven on two ends by a pulse of proton beams. Fuel heating by α -particles of the DT reaction is assumed to be the governing mechanism of ignition. The flight of α -particles beyond the cylindrical surface of a given fuel and beam radius is incorporated within the track method. We propose a modification of this method approximating the known Cauchy problem for a homogeneous steady-state kinetic equation in the Fokker–Planck approximation. This quasi-1D model allows us to estimate the energy of fuel ignition.

Keywords: cylindrical inertial confinement fusion target, ignition energy, burnup factor, track method, Fokker–Planck approximation.
