УДК 519.245:621.039.58

PL-ОЦЕНКИ ПОТОКА В ТОЧКЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОГЛОЩЕННОЙ ДОЗЫ, СОЗДАВАЕМОЙ РАДИОНУКЛИДАМИ В ВОЗДУХЕ

Е. Н. Донской
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Для обоснования радиационной безопасности при распространении в атмосфере радионуклидов, излучающих гамма-кванты, требуется решить задачу переноса гамма-излучения в однородной воздушной среде. Особенностью данной задачи является наличие источника радионуклидов, размеры которого, как и размеры области детектирования, на несколько порядков превышают область влияния точечного источника гамма-квантов.

Рассмотрена модель такого источника, изложена методика расчета поглощенной дозы с использованием PL-оценок потока в точке как для стационарного, так и нестационарного уравнения переноса гамма-излучения.

Ключевые слова: распространение радионуклидов в атмосфере, радиационная безопасность, модель источника гамма-излучения, локальные оценки потока в точке, PL-оценки потока в точке, методика расчета поглощенной дозы.

Введение

Важнейшей задачей обоснования радиационной безопасности является оценка радиационной обстановки на местности при поступлении и распространении радионуклидов в атмосфере. Если, например, радионуклид излучает гамма-квант, то для этого требуется решить задачу переноса гамма-излучения в однородной воздушной среде с источником радионуклидов, размеры которого, как и размеры области детектирования, на несколько порядков больше области влияния точечного источника гамма-квантов (размер источника радионуклидов составляет примерно 100 км, размер влияния точечного источника гамма-квантов с энергией менее 10 МэВ не превышает сотен метров). Это обстоятельство затрудняет решение указанной задачи традиционными методами с использованием локальных оценок потока в точке [1]. В то же время такая ситуация благоприятна для применения PL-оценок потока в точке.

PL-оценки потока в точке были построены в работе [2]. При этом использовалось свойство инвариантности относительно сдвигов по пространству функции Грина уравнения переноса, а также свойство инвариантности относительно сдвигов по пространству траекторий скачкообразного марковского процесса, построенного для решения этого уравнения.

PL-оценки являются несмещенными и обладают двумя важными свойствами:

1) конечностью дисперсии при довольно слабых ограничениях на рассчитываемый функционал;
2) непрерывностью оценки как функции точки детектирования для почти всех траекторий связанного с уравнением переноса марковского процесса.

Непрерывность оценки позволяет избежать статистических флуктуаций в соседних точках при ее вычислении. Последнее обстоятельство благоприятно сказывается при проведении расчетов потока одновременно в нескольких точках: получаемая при этом зависимость потока от пространственной координаты — гладкая кривая. Заметим, что свойства конечности дисперсии и непрерывности оценки как функции точки детектирования обычно не выполняются для локальных оценок потока в точке [1].

Модель источника радионуклидов — гауссова модель рассеяния примеси в атмосфере

Для расчета рассеяния примеси в атмосфере часто используется гауссова диффузионная модель и классификация погодных условий по Пасквиллу. Такой подход рекомендован в методическом руководстве МАГАТЭ [3] и широко применяется как в России, так и за рубежом [4, 5]. Получаемые результаты имеют удовлетворительную точность на расстоянии до нескольких десятков километров от источника выброса. В схеме классификации погодных условий Пасквилла [6] используются шесть категорий устойчивости, распределенных по возрастанию степени устойчивости атмосферы: от A до F.

Для более детального рассмотрения модели источника радионуклидов введем систему координат. Пусть ось X совпадает с направлением ветра (его считаем горизонтальным), ось Z направлена перпендикулярно поверхности земли, а ось Y перпендикулярна плоскости, образованной осями X и Z. При условии, что погодные условия не меняются за время выброса, распределение приземной концентрации $Q\left(x,y,z\right)$ радионуклида в воздухе при кратковременном единичном точечном выбросе имеет вид

$$Q\left(x,y,z\right)=q\left(x\right)Q_1\left(x,y,z\right), \tag{1}$$

где $q\left(x\right)$ — безразмерная функция истощения облака, позволяющая учесть изменение концентрации радионуклида в струе выброса за счет процессов осаждения и радиоактивных превращений в цепочках распада;

$$Q_1\left(x,y,z\right)=\frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_z u}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)\left(\exp\left(-\frac{\left(z-h\right)^2}{2\sigma_z^2}\right)+\exp\left(-\frac{\left(z+h\right)^2}{2\sigma_z^2}\right)\right). \tag{2}$$

Функции $Q_1\left(x,y,z\right)$ и $Q\left(x,y,z\right)$ имеют единицу измерения с/м^3. В (1), (2) x, y, z [м] — пространственные координаты; u [м/с] — скорость ветра на высоте струи выброса; h [м] — эффективная высота облака над землей на расстоянии x; σ_y, σ_z [м] — стандартные отклонения распределения примеси в облаке выброса в направлениях соответствующих координатных осей. Функции σ_y и σ_z являются монотонно возрастающими функциями расстояния, которые для шести типов погодных условий [6] могут быть определены по эмпирическим формулам Смита—Хоскера [5]*:

$$\sigma_y\left(x\right)=\frac{c_3 x}{\sqrt{1+0{,}0001x}};\quad \sigma_z\left(x\right)=\max\left\{\sigma_z^{\max},\sigma_z^1\left(z_0,x\right),\sigma_z^2\left(x\right)\right\}.$$

Здесь $\sigma_z^{\max}$ — предельное значение σ_z для данного типа погодных условий; z_0 [см] — высота шероховатости подстилающей поверхности; функции $\sigma_z^1\left(z_0,x\right)$ и $\sigma_z^2\left(x\right)$ рассчитываются по формулам

$$\sigma_z^1\left(z_0,x\right)=\begin{cases}\ln\left(c_1x^{d_1}\left(1+c_2x^{d_2}\right)\right), & z_0>10;\\ \ln\left(\dfrac{c_1x^{d_1}}{1+c_2x^{d_2}}\right), & z_0\le 10;\end{cases}\qquad \sigma_z^2\left(x\right)=\frac{a_1x^{b_1}}{1+a_2x^{b_2}}.$$

Значения z_0 для различных типов поверхности приведены в табл. 1, значения $\sigma_z^{\max}$ — в табл. 2, остальные параметры для различных категорий устойчивости атмосферы по Пасквиллу — в табл. 3—5.

Из сказанного выше следует, что функция $Q_1\left(x,y,z\right)$ (2) определена при $x\ge 0$, $z\ge 0$. Действительно, значения $x<0$ могут реализоваться только тогда, когда струя выброса радионуклидов движется против направления движения ветра, чего быть не может. Если $z<0$, то это означает, что струя находится под землей, что также невозможно.

В качестве радионуклидов будем рассматривать только инертные газы и не будем учитывать выпадение их на землю за счет процессов сухого оседания и вымывания осадками. Таким образом,

*В этих и последующих формулах переменные, для которых единицы измерения не указаны, считаются безразмерными.

Таблица 1

Высота шероховатости z_0 для различных типов микрорельефа поверхности

Микрорельеф	z_0, см
Снег, газон высотой 1 см	0,1
Скошенная и низкая трава до 15 см	0,6—2
Высокая трава до 60 см	4—9
Неоднородная поверхность с чередующимися участками травы, кустарниками и т. п.	10—20
Парк, лес высотой до 10 м	20—100
Городские постройки	100

Таблица 2

Значения $\sigma_z^{\max}$ для различных категорий устойчивости атмосферы по Пасквиллу

Категория устойчивости	$\sigma_z^{\max}$, м
A	1 600
B	920
C	640
D	400
E	220
F	100

Таблица 3

Коэффициенты, используемые для расчета поперечной дисперсии струи σ_y

Категория устойчивости	c_3
A	0,22
B	0,16
C	0,11
D	0,08
E	0,04
F	0,06

Таблица 4

Коэффициенты функции $\sigma_z^1(z_0, x)$, модифицирующие σ_z, для различной высоты шероховатости

z_0, см	c_1	d_1	c_2	d_2
1	1,56	0,0480	$6{,}25 \cdot 10^{-4}$	0,45
4	2,02	0,0269	$7{,}76 \cdot 10^{-4}$	0,37
10	2,73	0	0	0
40	5,16	−0,098	$5.38 \cdot 10^{-2}$	0,225
100	7,37	−0,00957	$2{,}33 \cdot 10^{-4}$	0,60
400	11,7	−0,128	$2{,}18 \cdot 10^{-5}$	0,78

Таблица 5

Коэффициенты функции $\sigma_z^2(x)$, используемой для расчета вертикальной дисперсии струи

Категория устойчивости	a_1	b_1	a_2	b_2
A	0,112	1,06	$5{,}38 \cdot 10^{-4}$	0,815
B	0,130	0,950	$6{,}52 \cdot 10^{-4}$	0,750
C	0,112	0,920	$9{,}05 \cdot 10^{-4}$	0,718
D	0,098	0,889	$1{,}35 \cdot 10^{-3}$	0,688
E	0,0609	0,895	$1{,}96 \cdot 10^{-3}$	0,684
F	0,0638	0,783	$1{,}36 \cdot 10^{-3}$	0,672

функция $q(x)$ будет учитывать только процесс радиоактивного распада. С учетом этого (1) можно переписать в следующем виде:

$$Q(x, y, z) = \sum_i \alpha_i \exp\left(-\frac{\lambda_i x}{u}\right) Q_1(x, y, z), \tag{3}$$

где α_i — концентрация i-го радионуклида в облаке; λ_i [с^{-1}] — постоянная радиоактивного распада. Заметим, что λ связана с периодом полураспада $T_{1/2}$ соотношением $\lambda = \ln 2/T_{1/2}$.

Из формулы (3) нетрудно получить источник гамма-квантов

$$g\left(\vec{r}, \vec{E}\right) = \sum_{i,j} g_{ij}\left(\vec{r}, \vec{E}\right) = \sum_{i,j} g_{ij}\left(x, y, z, E, \vec{\omega}\right) =$$
$$= \frac{1}{4\pi}\sum_{i,j}\beta_{ij}\delta\left(E - E_j\right)\alpha_i\lambda_i \exp\left(-\frac{\lambda_i x}{u}\right) Q_1(x, y, z). \qquad (4)$$

Здесь $\vec{r} = (x, y, z)$; $\vec{E} = (E, \vec{\omega})$; β_{ij} — количество квантов с энергией E_j, излучаемых при распаде i-го радионуклида. Из выражения (4) видно, что угловое распределение гамма-квантов источника — изотропное. Как и $Q\left(x, y, z\right)$, функция $g\left(\vec{r}, \vec{E}\right)$ определена при $x \geq 0$, $z \geq 0$, поэтому при $x < 0$ или $z < 0$ доопределим ее нулем.

Методика расчета поглощенной дозы для стационарного уравнения переноса

Рассмотрим сначала стационарное уравнение переноса гамма-излучения [2]

$$\vec{\omega}\frac{\partial f\left(\vec{r}, \vec{E}\right)}{\partial \vec{r}} + \Sigma\left(\vec{r}, E\right) f\left(\vec{r}, \vec{E}\right) - \int f\left(\vec{r}, \vec{E}'\right) \Sigma\left(\vec{r}, E'\right) K\left(\vec{r}; \vec{E}' \to \vec{E}\right) d\vec{E}' = \widetilde{g}\left(\vec{r}, \vec{E}\right). \qquad (5)$$

Здесь $\vec{r}$ — радиус-вектор; $\vec{\omega}$ — единичный вектор направления движения гамма-кванта; $\vec{E} = (E, \vec{\omega})$, где E — энергия гамма-кванта; $\Sigma\left(\vec{r}, E\right)$ — полное макроскопическое сечение взаимодействия гамма-кванта с веществом; $K\left(\vec{r}; \vec{E}' \to \vec{E}\right)$ — ядро перехода при взаимодействии; $f\left(\vec{r}, \vec{E}\right)$ — плотность гамма-квантов — решение стационарного уравнения переноса (5) с источником $\widetilde{g}\left(\vec{r}, \vec{E}\right)$.

Задача вычисления функционала $\langle f, \psi\rangle$ от решения $f\left(x\right)$ уравнения (5) является прямой задачей для оператора H: найти значение функционала $\langle f, \psi\rangle$ от решения $f\left(x\right)$ уравнения

$$fH\left(x\right) = -\widetilde{g}\left(x\right), \qquad (6)$$

где $-fH\left(x\right)$ — левая часть уравнения (5) [7].

Наряду с прямой задачей для оператора H будем рассматривать сопряженную задачу: найти решение уравнения

$$H\varphi\left(x\right) = -\psi\left(x\right). \qquad (7)$$

В этом случае $\langle f, \psi\rangle = \langle \widetilde{g}, \phi\rangle$.

Решение методом Монте-Карло прямой и обратной задач для оператора H из (6), (7) основано на его вероятностной интерпретации как генератора кинетического процесса (x_t, w_t) (марковского процесса с весом) [7]:

$$H\phi\left(x\right) = H\phi\left(\vec{r}, \vec{E}\right) = \vec{\omega}\frac{\partial \phi\left(\vec{r}, \vec{E}\right)}{\partial \vec{r}} - \Sigma\left(\vec{r}, E\right)\phi\left(\vec{r}, \vec{E}\right) + \Sigma\left(\vec{r}, E\right)\int K\left(\vec{r}; \vec{E} \to \vec{E}'\right)\phi\left(\vec{r}, \vec{E}'\right) d\vec{E}'.$$

Напомним, как строится этот процесс (см. [7]).

Марковский процесс x_t зададим генератором

$$A\phi\left(x\right) = A\phi\left(\vec{r}, \vec{E}\right) = \vec{\omega}\frac{\partial \phi\left(\vec{r}, \vec{E}\right)}{\partial \vec{r}} - \Sigma\left(\vec{r}, E\right)\phi\left(\vec{r}, \vec{E}\right) + \Sigma\left(\vec{r}, E\right)\int \pi\left(\vec{r}; \vec{E} \to \vec{E}'\right)\phi\left(\vec{r}, \vec{E}'\right) d\vec{E}',$$

где ядро $\pi\left(x \to x'\right) \geq 0$, $\int \pi\left(x \to x'\right) dx' \leq 1$.

При таком выборе x_t вес w_t набирается на скачках процесса x_t по формуле

$$w_t = \begin{cases} 1, & \tau_1 > t; \\ w\left(x_{\tau_1 - 0}, x_{\tau_1}\right) \cdot \ldots \cdot w\left(x_{\tau_n - 0}, x_{\tau_n}\right), & \tau_n \le t < \tau_{n+1} \end{cases}$$

с функцией $w(x, x') = w\left(\vec{r}; \vec{E}, \vec{E}'\right)$, удовлетворяющей соотношению

$$w\left(\vec{r}; \vec{E}, \vec{E}'\right) \pi\left(\vec{r}; \vec{E} \to \vec{E}'\right) = K\left(\vec{r}; \vec{E} \to \vec{E}'\right).$$

Здесь τ_n — последовательность марковских моментов столкновений процесса x_t, определяемая соотношением

$$\tau_{n+1}(\omega) = \tau_n(\omega) + \tau\left(\omega^+_{\tau_n}\right), \quad \tau_0(\omega) = 0,$$

где τ — марковский момент процесса x_t, равный времени первого столкновения.

Таким образом, установлена связь между уравнением переноса и скачкообразным марковским процессом.

PL-оценка потока в точке для уравнения (5) имеет вид [2]

$$\eta_D = p\left(\vec{E}_0\right) \sum_{n=0}^{\infty} w_{\tau_n} \psi\left(\vec{E}_{\tau_n}\right) \int\limits_{c_n} h\left(\vec{r}_D - \vec{r}_{\tau_n} - \vec{\omega}_{\tau_n} \ell_n\right) d\ell_n. \tag{8}$$

При записи оценки (8) предполагается, что источник $g_{ij}\left(\vec{r}, \vec{E}\right)$ представим в виде $g_{ij}\left(\vec{r}, \vec{E}\right) = h_i(\vec{r})\, p_{ij}\left(\vec{E}\right)$, где $h_i(\vec{r})$ — начальное пространственное распределение, а $p_{ij}\left(\vec{E}\right) = p_{ij}(E, \vec{\omega})$ — начальные энергетическое и угловое распределения. Кроме того, предполагается [2], что сумма по n — это сумма по звеньям траектории скачкообразного марковского процесса x_t; c_n — отрезок траектории между двумя последовательными моментами столкновений τ_n и τ_{n+1}; ℓ_n — длина отрезка $[c_{n-1}, c_n]$; w_{τ_n} — вес на траектории; r_D — радиус-вектор точки детектирования. Рассчитываемый функционал $\psi\left(\vec{E}_{\tau_n}\right)$ — поглощенная доза — определяется как отношение средней энергии, переданной ионизирующим излучением веществу в элементарном объеме, к массе вещества в этом объеме ($\psi(E) = E\Sigma^a(E)/m$, где $\Sigma^a(E)$ — сечение поглощения энергии [8]).

В рассматриваемом случае для источника $g_{ij}\left(\vec{r}, \vec{E}\right)$

$$h_i(\vec{r}) = \begin{cases} \dfrac{\alpha_i \lambda_i}{2\pi \sigma_y \sigma_z u} \exp\left(-\dfrac{\lambda_i x}{u}\right) Q_1(x, y, z) & \text{при } \ x \ge 0,\ z \ge 0; \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases} \tag{9}$$

$$p_{ij}\left(\vec{E}\right) = \frac{1}{4\pi} \beta_{ij} \delta\left(E - E_j\right).$$

С учетом вида источника (формулы (3), (4)) PL-оценка для (5) запишется в виде

$$\eta_D = \frac{1}{4\pi} \sum_{ij} \delta\left(E - E_j\right) \beta_{ij} \sum_{n=0}^{\infty} w_{\tau_n} \frac{E_{\tau_n} \Sigma^a\left(E_{\tau_n}\right)}{m} \int\limits_{c_n} h_i\left(\vec{r}_D - \vec{r}_{\tau_n} - \vec{\omega}_{\tau_n} \ell_n\right) d\ell_n. \tag{10}$$

Основная трудность использования PL-оценок потока в точке состоит в необходимости вычисления на каждом отрезке траектории интеграла

$$I = \int\limits_{c_n} h_i\left(\vec{r}_D - \vec{r}_{\tau_n} - \vec{\omega}_{\tau_n} \ell_n\right) d\ell_n. \tag{11}$$

В первых расчетах интеграл (11) рассчитывался по формуле Симпсона, однако на это уходило достаточно много времени. Поэтому, учитывая, что для большей части детекторных точек функция $h_i(\vec{r})$ слабо меняется на отрезке c_n, было решено оценивать ее по одному случайному узлу. Это позволило более чем в 10 раз сократить время счета. При этом дисперсия оценки η_D значительно возрастает только при вычислении вклада в детекторы, расположенные вблизи источника выброса радионуклидов.

Методика расчета поглощенной дозы для нестационарного уравнения переноса

Будем понимать под нестационарным уравнением переноса любое уравнение, в котором источник имеет вид

$$g\left(\vec{r},\vec{E},t\right) = g_1\left(\vec{r},\vec{E}\right) g_2(t), \quad g_2(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{T_0}, & t \in [0, T_0]; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \tag{12}$$

Здесь T_0 — длительность выброса; время t отсчитывается от момента прихода ветра в точку вылета гамма-кванта, т. е. от нуля.

С учетом (12) $\widetilde{h}_i(\vec{r})$ — аналог $h_i(\vec{r})$ для стационарного случая из (9) — запишется в виде

$$\widetilde{h}_i(\vec{r},t) = h_i(\vec{r})\, g_2(t),$$

а оценка (10) — в виде

$$\widetilde{\eta}_D = \frac{1}{4\pi T_0}\sum_{ij} E_j\beta_{ij}\sum_{n=0}^{\infty} w_{\tau_n}\frac{E_{\tau_n}\Sigma^a\left(E_{\tau_n}\right)}{m}\int\limits_{c_n}\widetilde{h}_i\left(\vec{r}_D - \vec{r}_{\tau_n} - \vec{\omega}_{\tau_n}\ell_n\right) g_2\left(t_D - \tau_n - \frac{\ell_n}{c}\right) d\ell_n, \tag{13}$$

где c — скорость света; t_D — момент прихода ветра в точку вылета гамма-кванта ($t_D = 0$). Если $t_D - \tau_n - \ell_n/c \le 0$ или $t_D - \tau_n - \ell_n/c \ge T_0$, то функция $g_2 = 0$.

При вычислении вклада в детектор $(\vec{r}_D, t_D)$ интеграл в (13) также оценивается по одному случайному узлу.

Заметим, что оценка $\widetilde{\eta}_D$ (13) обладает теми же свойствами, что и оценка η_D (10): несмещенность, конечность дисперсии, непрерывность почти для всех траекторий.

Таким образом, взяв в качестве источника разрывную функцию по времени, получим, используя PL-оценки потока в точке [2], в качестве решения непрерывную функцию.

Заключение

Рассмотрена модель источника гамма-излучения для задачи оценки радиационной обстановки на местности при поступлении и распространении радионуклидов в атмосфере. Разработана методика расчета создаваемой в воздухе радионуклидами поглощенной дозы с использованием PL-оценок потока в точке как для стационарного, так и для нестационарного уравнения переноса гамма-излучения.

Отметим, что изложенная здесь методика расчета поглощенной дозы позволяет использовать в качестве источника гамма-квантов любой источник, дающий пространственно-временное распределение точек рождения гамма-квантов (точек распада радионуклидов) в атмосфере. Это, например, может быть решение диффузионного уравнения переноса примеси, данные аэрофотосъемки облака радионуклидов на различные моменты времени и т. д. Можно также учитывать при задании источника цепочки превращения радионуклидов.

Список литературы

1. *Ермаков С. М., Михайлов Г. А.* Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982.

2. *Донской Е. Н.* PL-оценки с конечной дисперсией потока в точке // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1997. Вып. 3. С. 48—58.
3. Учет дисперсионных параметров атмосферы при выборе площадок для атомных электростанций. Руководство по безопасности // Серия изданий по безопасности № 50-SG-S3. Вена: МАГАТЭ, 1982.
4. *Гусев Н. Г., Беляев В. А.* Радиационные выбросы в биосфере: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1986.
5. *S̃tubña M.* Calculation of the annual effective dose equivalents from the radioactive cloud in the vicinity of nuclear power plant under various dispersion conditions // Kernenergie. 1987. Vol. 30, No 3. P. 125—130.
6. *Pasquill F.* The estimation of the dispersion of windborne material // Meteorol. Mag. 1961. Vol. 9. P. 33.
7. *Кочубей Ю. К.* Статистическое моделирование кинетических процессов. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004.
8. *Житник А. К., Донской Е. Н., Огнев С. П., Горбунов А. В., Залялов А. Н., Иванов Н. В., Малькин А. Г., Рослов В. И., Семёнова Т. В., Субботин А. Н.* Методика С-007 решения методом Монте-Карло связанных линейных уравнений переноса нейтронов, гамма-квантов, электронов и позитронов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2011. Вып. 1. С. 17—24.

Статья поступила в редакцию 17.11.17.

PL-ESTIMATES OF FLOW AT POINT TO CALCULATE THE ABSORBED DOSE GENERATED BY RADIONUCLIDES IN AIR / E. N. Donskoy (FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region).

The problem of gamma-radiation transport in a homogeneous air medium should be solved to assess radiation safety in case of the distribution of gammas-emitting radionuclides in atmosphere. The problem specifics is in the presence of a radionuclide source, which size similarly to the detecting area size is several orders higher than the range of influence of a point source of gammas.

The model of such source is considered, the method of calculating an absorbed dose using PL-estimates of flow at a point, both for the steady-state and unsteady-state equations of gamma-radiation transport, is described.

Keywords: distribution of radionuclides in atmosphere, radiation safety, model of a source of gammas, local estimate of flow at a point, PL-estimate of flow at a point, the absorbed dose calculation method.