

УДК 519.6

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ОБЛАСТЯХ

Н. А. Артёмова
(ИММ УрО РАН, г. Екатеринбург)

Рассматривается задача о построении сетки в области вращения, деформированной другой областью вращения. Для ее решения предложен нестационарный алгоритм построения сеток в областях с подвижными деформируемыми границами. Этот алгоритм объединяет алгоритм деформации сетки в области вращения для случаев, когда деформирующая область является конусом, цилиндром или сферой, и алгоритм оптимизации деформированной сетки.

Ключевые слова: структурированная сетка, осесимметричная область, деформированная сетка, оптимальная сетка, подвижная сетка.

Введение

Предлагается алгоритм построения структурированных сеток в осесимметричных областях (телах), подвергшихся деформации. Постановка задачи предложена в работе [1]. Деформация — это изменение формы и размеров твердого тела, возникающее под воздействием внешних или внутренних сил [2]. В качестве источника силы рассматривается давление конусом, цилиндром или сферой. В результате такого воздействия основное тело деформируется: граница основного тела в области деформации вдавливаются и принимает форму вспомогательного (деформирующего) тела, при этом форма остальной части основного тела (не подвергшейся воздействию) не изменяется.

Сетки в деформированных областях используются для математического моделирования задач многокомпонентной гидродинамики [3]. Общий подход, используемый для построения сеток, — это метод отображений [4]. Согласно данному методу построение структурированных (регулярных) сеток в области геометрически сложной формы, называемой физической областью, осуществляется с помощью невырожденного отображения области более простой формы, называемой параметрической областью. В трехмерном случае параметрическая область — это прямоугольный параллелепипед. Соответственно физическая область представляется в виде криволинейного шестигранника, а структурированная сетка в физической области является образом равномерной ортогональной сетки в прямоугольном параллелепипеде для этого отображения. Рассматриваемые осесимметричные области образуются вращением плоской образующей кривой, состоящей из отрезков прямых, дуг окружностей и эллипсов, на угол 180° . Для таких областей вращения в работах [5, 6] предложен метод построения структурированных сеток, в котором созданы средства описания геометрии области вращения, способы представления области в виде криволинейного шестигранника, алгоритмы построения начальных сеток и алгоритмы их оптимизации.

Для построения сетки в деформированной области предлагается нестационарный алгоритм построения подвижных сеток, на каждом шаге которого меняется граница основного тела (деформированные граничные узлы перемещаются на деформирующую поверхность) и осуществляется оптимизация сетки. Проблемы построения подвижных сеток описаны различными авторами (см., например, [7]). Основная сложность нестационарных алгоритмов состоит в том, чтобы без вмешательства пользователя на каждом шаге нестационарного процесса обеспечить построение сетки,

удовлетворяющей заданным критериям качества (невырожденность, равномерность, ортогональность и др.) [8].

В данной работе рассматривается деформация конусом, цилиндром или сферой.

В разд. 1 приводится постановка задачи о построении сетки в области вращения, деформированной другой областью вращения. В разд. 2 описывается нестационарный алгоритм построения сеток в деформированных областях. В разд. 3 приводятся примеры расчетов.

1. Постановка задачи

В декартовой системе координат X с осями x^1, x^2, x^3 задана односвязная область U_x с границей (образующей) ∂U_x . При повороте образующей ∂U_x на угол $\varphi = \pi$ вокруг оси x^3 получается область G_x с границей ∂G_x . В декартовой системе координат Ξ с осями ξ^1, ξ^2, ξ^3 задана образующая ∂W_ξ , которая при повороте вокруг оси ξ^3 на угол $\varphi = \pi$ формирует поверхность вращения ∂Q_ξ . Двумерная область U_x определяет трехмерную область вращения G_x (рис. 1, а), которую далее будем называть основной, а двумерная область W_ξ — область вращения Q_ξ (рис. 1, б), которую далее будем называть деформирующей или вспомогательной.

Заданы также координаты точки $O_{\Xi X} = (x_O^1, x_O^2, x_O^3)$ начала координат системы Ξ в системе координат X и матрица C перехода от системы координат Ξ к системе координат X . Столбцы матрицы C — координаты ортов ξ^1, ξ^2, ξ^3 в системе координат X . Также задан вектор деформации \vec{V}_X в системе координат X , указывающий направление вдавливания деформирующего тела в основное. Точка $O_{\Xi X}$ и матрица C задаются таким образом, чтобы после преобразования координат деформирующее тело Q_x приняло окончательное положение внутри основного (рис. 1, в).

В основном теле G_x по алгоритмам [5, 9] построена структурированная трехмерная сетка $T\{(x_{i,j,k}^1, x_{i,j,k}^2, x_{i,j,k}^3)\}$, $i = 0, \dots, N - 1, j = 0, \dots, M - 1, k = 0, \dots, L - 1$. Задача состоит в построении структурированной сетки \bar{T} в деформированной области $D = G_x \setminus (G_x \cap Q_x)$ таким об-

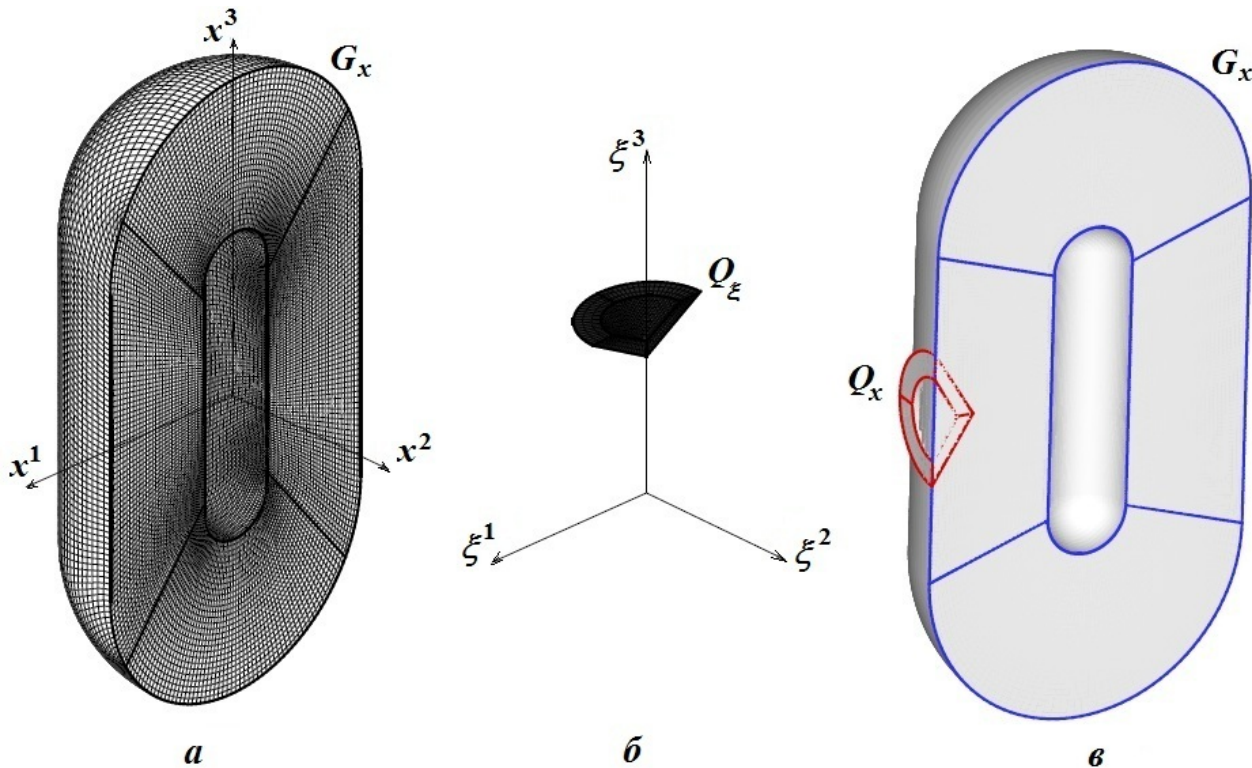


Рис. 1. Построение деформированной сетки: а — сетка в области G_x ; б — область Q_ξ ; в — области Q_x и G_x в системе координат X

разом, чтобы узлы деформированной части границы сетки T переместились на деформирующую поверхность ∂Q_x .

2. Нестационарный алгоритм построения сеток в деформированных областях

Выполнение нестационарного алгоритма начинается с подготовительного этапа, на котором определяется вид деформирующего тела и осуществляется выдвигание основного тела из деформирующего (разд. 2.1).

Заданная форма основного тела деформируется постепенно, итерационно, пока деформация не достигнет необходимой степени (деформирующее тело Q_x примет окончательное положение внутри основного тела (см. рис. 1, в)). Итерационный процесс состоит из двух этапов — деформация сетки в основной области (разд. 2.2) и оптимизация деформированной сетки (разд. 2.3). На первом этапе выбирается такая скорость (шаг) деформации, чтобы деформация не затронула внутренние узлы сетки. При этом граничные узлы, подвергшиеся деформации, проецируются на деформирующую поверхность. На втором этапе сетка оптимизируется в соответствии с заданными критериями качества.

2.1. Подготовительный этап. На подготовительном этапе сначала определяется вид деформирующего тела. Для этого анализируется образующая ∂W_ξ . Если участок образующей, формирующий деформирующую поверхность, — отрезок AB прямой линии, то при вращении получится цилиндр или конус. Пусть $(\xi_A^1, \xi_A^2, \xi_A^3)$ и $(\xi_B^1, \xi_B^2, \xi_B^3)$ — координаты точек A и B соответственно. Если $\xi_A^1 = \xi_B^1 = R \neq 0$, то при вращении получится цилиндр, а если $\xi_A^1 \neq \xi_B^1$ — конус (рис. 2). В случае конуса одна из координат ξ_A^1 или ξ_B^1 должна быть равна нулю. Сфера получается вращением половины окружности (сплошная линия AB на рис. 3) радиусом R с центром $(0, 0, 0)$.

Если деформирующее тело — прямой круговой цилиндр, то координаты его поверхности и внутренних точек удовлетворяют уравнению

$$(\xi^1)^2 + (\xi^2)^2 \leq R^2, \quad \xi^3 \in [\xi_{\min}^3, \xi_{\max}^3]. \quad (1)$$

Для конуса

$$(\xi^1)^2 + (\xi^2)^2 \leq t^2 (\xi^3)^2, \quad \xi^3 \in [\xi_{\min}^3, \xi_{\max}^3], \quad t = \frac{\xi_B^1 - \xi_A^1}{\xi_B^3 - \xi_A^3}. \quad (2)$$

Для сферы

$$(\xi^1)^2 + (\xi^2)^2 + (\xi^3)^2 \leq R^2, \quad \xi^1, \xi^2, \xi^3 \in [-R, R]. \quad (3)$$

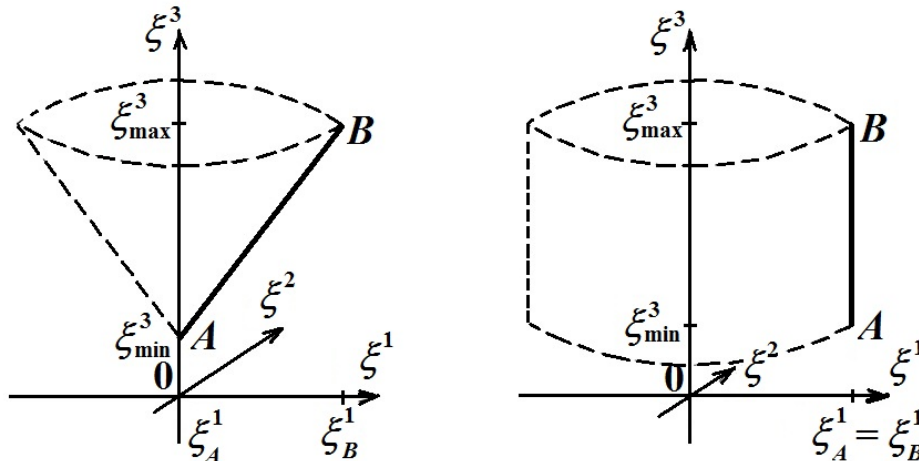


Рис. 2. Конус и цилиндр, полученные вращением отрезка AB

В формулах (1), (2) $\xi_{\min}^3 = \min(\xi_A^3, \xi_B^3)$, $\xi_{\max}^3 = \max(\xi_A^3, \xi_B^3)$.

Для упрощения реализации алгоритма (в частности, использования формул (1), (2) или (3), описывающих деформирующую поверхность), все расчеты проводятся в системе координат Ξ , а не X . Таким образом, координаты деформирующей поверхности ∂Q_ξ не меняются в процессе деформации, вместо этого сдвигается основная область. Для этого прежде всего пересчитывается начало координат, а также вектор деформации в системе координат Ξ .

Так как матрица перехода от системы координат X к системе координат Ξ $C^{-1} = C^T$, где C^T — транспонированная матрица, то координаты точки $O_{X\Xi} = (\xi_O^1, \xi_O^2, \xi_O^3)$ начала координат системы X в системе координат Ξ вычисляются по формуле

$$O_{X\Xi} = O_{\Xi X} C^{-1} = O_{\Xi X} C^T.$$

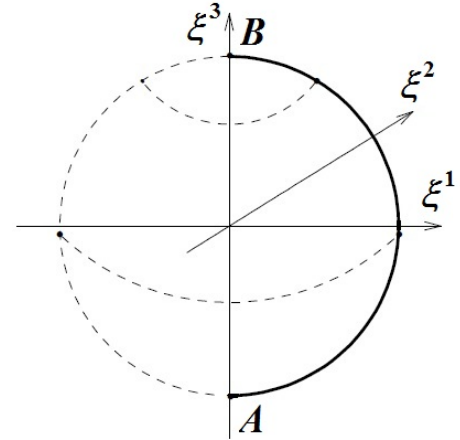


Рис. 3. Сфера, полученная вращением половины окружности AB

Вектор деформации пересчитывается по аналогичной формуле:

$$\vec{V}_\Xi = \vec{V}_X C^T.$$

Координаты всех узлов основной области G_ξ в системе координат Ξ пересчитываются по формуле

$$\xi = \mathbf{x} C^T - O_{X\Xi},$$

где $\mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3)$ — узел основной сетки в системе координат X .

В результате этих преобразований основное тело примет свое конечное положение (деформирующее тело окажется внутри основного, см. рис. 1, в). Для выдвигания основного тела так, чтобы не было пересечения (касание допускается) с деформирующим телом, и начала постепенного деформирования предлагается следующий алгоритм (все вычисления проводятся в системе координат Ξ).

1. Вычисляются минимальные и максимальные значения координат основной $(g_{\min}^1, g_{\min}^2, g_{\min}^3)$, $(g_{\max}^1, g_{\max}^2, g_{\max}^3)$ и деформирующей $(q_{\min}^1, q_{\min}^2, q_{\min}^3)$, $(q_{\max}^1, q_{\max}^2, q_{\max}^3)$ областей. Таким образом основное и вспомогательное тела ограничены параллелепипедами $P_G = \{\xi = (\xi^1, \xi^2, \xi^3) : g_{\min}^l \leq \xi^l \leq g_{\max}^l, l = 1, 2, 3\}$ и $P_Q = \{\xi = (\xi^1, \xi^2, \xi^3) : q_{\min}^l \leq \xi^l \leq q_{\max}^l, l = 1, 2, 3\}$. Для иллюстрации алгоритма рассмотрим одну из плоскостей $\xi^i \xi^j$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3$. Назовем ее yz . На рис. 4 жирными сплошными линиями изображены проекции параллелепипедов P_G и P_Q на yz : $z_1 = g_{\min}^j$; $z_2 = q_{\min}^j$; $z_3 = g_{\max}^j = q_{\max}^j$; $y_1 = g_{\min}^i$; $y_2 = q_{\min}^i$; $y_3 = q_{\max}^i$; $y_4 = g_{\max}^i$.
2. Рассчитываются покоординатные перемещения основного тела из вспомогательного $\delta \xi^l$, $l = 1, 2, 3$. Они зависят от направления деформации. Разложим вектор деформации по ортам: $\vec{V}_\Xi = V^1 \vec{e}^1 + V^2 \vec{e}^2 + V^3 \vec{e}^3 = \vec{V}_{\xi^1} + \vec{V}_{\xi^2} + \vec{V}_{\xi^3}$. Если существует значение l , для которого $V^l = 0$, то $\delta \xi^l = 0$. Если $V^l \neq 0$, то $\delta \xi^l = g_{\min}^l - q_{\max}^l$ или $\delta \xi^l = g_{\max}^l - q_{\min}^l$ в зависимости от направления \vec{V}_{ξ^l} . На рис. 4 $\delta z = z_3 - z_2$; $\delta y = y_1 - y_3$. Покоординатные перемещения $\delta \xi^l$, $l = 1, 2, 3$, показывают, на какое минимальное расстояние в направлении \vec{V}_{ξ^l} нужно сдвинуть интервал (g_{\min}^l, g_{\max}^l) , чтобы он не пересекался с интервалом (q_{\min}^l, q_{\max}^l) .
3. Вычисляются

$$\delta = \min \left\{ \left| \frac{\delta \xi^1}{V^1} \right|, \left| \frac{\delta \xi^2}{V^2} \right|, \left| \frac{\delta \xi^3}{V^3} \right| \right\}$$

(если существует l , для которого $V^l = 0$, то $\frac{\delta \xi^l}{V^l} = \infty$).

4. Пересчитываются координаты основного тела по формуле

$$\xi^l = \xi^l - \Delta \xi^l, \quad l = 1, 2, 3,$$

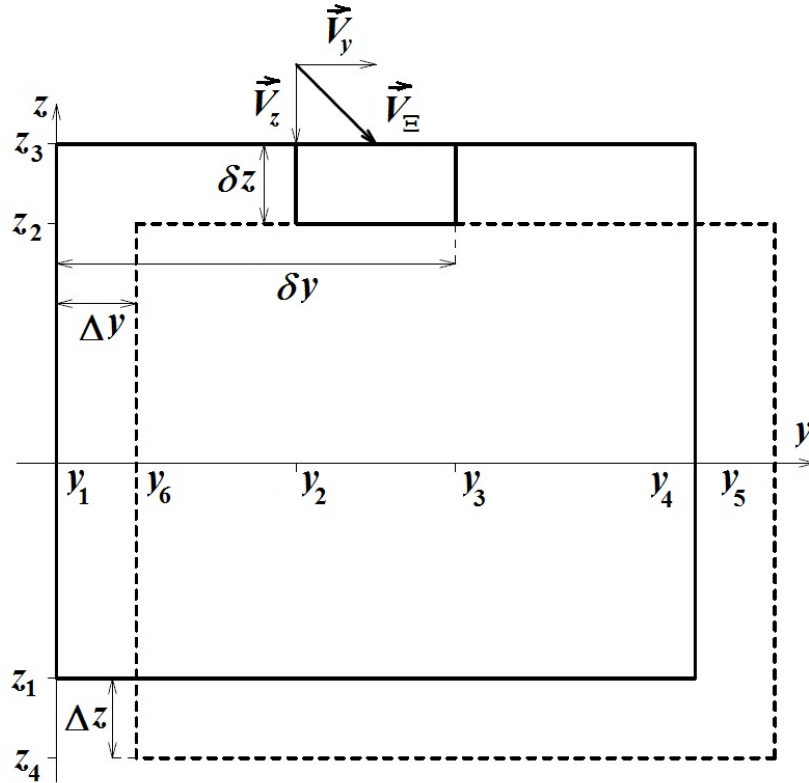


Рис. 4. Выдвижение основного тела

где $\Delta \xi^l = \delta V^l$. В результате P_G выдвинется из P_Q (на рис. 4 новое положение P_G обозначено пунктирной линией: $g_{\min}^j = z_4 = z_1 - \Delta z$; $g_{\max}^j = z_2$; $g_{\min}^i = y_6 = y_1 - \Delta y$; $g_{\max}^i = y_5 = y_4 - \Delta y$), следовательно, основное тело выдвинется из вспомогательного. После этого можно начать деформировать основное тело.

2.2. Алгоритм деформации сетки. Для выполнения алгоритма деформации требуется определить ее скорость (шаг деформации). Первоначально шаг полагается равным среднему расстоянию между узлами сетки T . Все узлы сетки сдвигаются в направлении вектора \vec{V}_E на этот шаг, после чего проверяется условие (1), (2) или (3) (в зависимости от вида деформирующей поверхности — цилиндр, конус или сфера) для узлов приграничной поверхности. Если для какого-то узла приграничной поверхности условие выполнено, значит, узел попал внутрь деформирующей поверхности, следовательно, приграничная поверхность основного тела G_ξ пересекла деформирующую поверхность ∂Q_ξ . В таком случае шаг делится пополам и узлы сетки \bar{T} пересчитываются с новым шагом.

Когда приемлемый шаг выбран, координаты всех узлов сетки \bar{T} основного тела изменяются на значение выбранного шага и проверяются на пересечение с деформирующей поверхностью путем проверки, в зависимости от ее вида, условия (1), (2) или (3). Точки сетки \bar{T} , для которых выполнено данное условие, проецируются на эту поверхность (рис. 5, а, б) по алгоритму О. В. Ушаковой [10]. После этого сетка \bar{T} оптимизируется (рис. 5, в) по алгоритму и программе О. В. Ушаковой [10], описанному в следующем разделе.

Суть алгоритма проецирования узла на поверхность вращения (автор — О. В. Ушакова [11, 12]) в следующем. Пусть точка $F(\xi_F^1, \xi_F^2, \xi_F^3)$ попала внутрь деформирующего тела. Требуется найти точку P , лежащую на поверхности вращения, проецированием данной точки F на поверхность вращения. Проецирование точки на поверхность вращения осуществляется лучом, идущим в радиальном к оси вращения направлении. Так как точка P лежит на поверхности вращения, то ей всегда соответствует точка E на образующей, поворотом которой на угол ψ получена точка P . Найдем

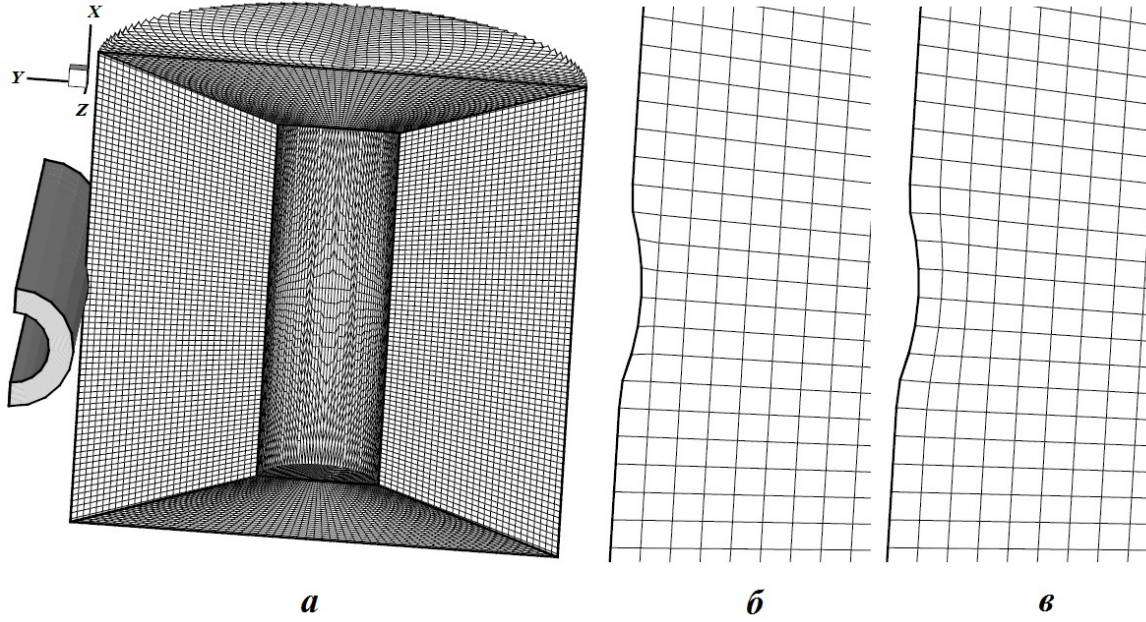


Рис. 5. Первый шаг деформации сетки: *a* — деформирующая и основная области; *б* — фрагмент сетки в основной области до оптимизации; *в* — фрагмент сетки после оптимизации

угол поворота ψ и расположенную на образующей кривой точку $E = (\xi^1, 0, \xi^3)$, $\xi^3 = \xi_F^3$. Точка P будет иметь координаты $(\xi^1 \cos \psi, \xi^1 \sin \psi, \xi^3)$, где $\xi^1 = C_1 \xi^3 + C_2$, $C_1 = \frac{\xi_A^1 - \xi_B^1}{\xi_A^3 - \xi_B^3}$, $C_2 = \xi_A^1 - C_1 \xi_A^3$. Таким образом, выбор точки P зависит от выбора координаты ξ^3 . В результате исследования выбрано значение $\xi^3 = \frac{\xi_s^3 + \xi_n^3}{2}$, где ξ_n^3 получено после сдвига сетки на шаг деформации, а ξ_s^3 — до сдвига (с предыдущей итерации).

После проецирования всех узлов, подвергшихся деформации, на деформирующую поверхность сетка оптимизируется.

2.3. Оптимизационный алгоритм. Начальные [5] и деформированные сетки часто содержат неудовлетворительные по качеству ячейки, сильно различающиеся по форме и размерам. В таком случае применяется оптимизация [6], или глобальная консервативная перестройка сетки [13]. Под консервативностью понимается свойство сохранения объема с допустимой точностью при перестройке сеток как локально, так и глобально по всей области. Перестройка осуществляется с целью удовлетворения требований оптимальности (близости сеток к равномерным и ортогональным) вариационным методом [6] — путем минимизации дискретного функционала

$$\Phi = \Phi_{\mathbf{u}} + A_0 \Phi_{\mathbf{O}}, \quad (4)$$

где $A_0 > 0$ — весовой коэффициент, регулирующий степень близости сетки к равномерной и ортогональной; $\Phi_{\mathbf{u}}$, $\Phi_{\mathbf{O}}$ — соответствующие дискретные меры близости:

$$\begin{aligned} \Phi_{\mathbf{u}} &= \sum_{i,j,k} \left[(r_{i+1,j,k} - r_{i-1,j,k})^2 \left(\frac{1}{r_{i+1,j,k}^2} + \frac{1}{r_{i-1,j,k}^2} \right) + (r_{i,j+1,k} - r_{i,j-1,k})^2 \left(\frac{1}{r_{i,j+1,k}^2} + \frac{1}{r_{i,j-1,k}^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + (r_{i,j,k+1} - r_{i,j,k-1})^2 \left(\frac{1}{r_{i,j,k+1}^2} + \frac{1}{r_{i,j,k-1}^2} \right) \right]; \\ \Phi_{\mathbf{O}} &= \sum_{i,j,k} \sum_{p=1}^4 \left(\frac{1}{\sin^2 \varphi_{i,j}^p} + \frac{1}{\sin^2 \varphi_{i,k}^p} + \frac{1}{\sin^2 \varphi_{j,k}^p} \right). \end{aligned}$$

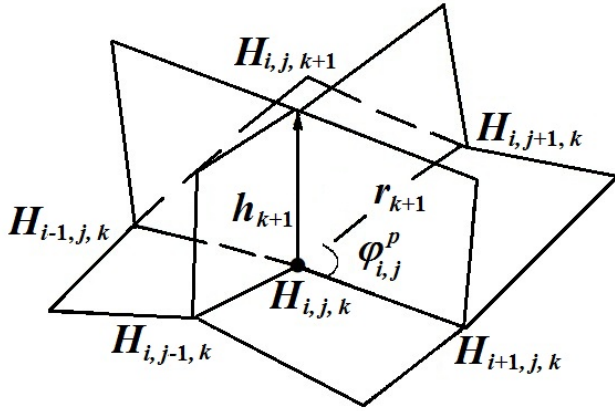


Рис. 6. Элементы ячеек трехмерной сетки

Здесь $r_{i\pm 1,j,k} = \overrightarrow{|H_{i,j,k}H_{i\pm 1,j,k}|} = |\mathbf{h}_{i\pm 1}|$, где $H_{i,j,k}$ — узел сетки $\mathbf{x}_{i,j,k}$. Аналогично, $r_{i,j\pm 1,k} = |\mathbf{h}_{j\pm 1}|$, $r_{i,j,k\pm 1} = |\mathbf{h}_{k\pm 1}|$. Через $\varphi_{i,j}^p$ ($p = 1, 2, 3, 4$) обозначены углы между векторами $\mathbf{h}_{i\pm 1}$ и $\mathbf{h}_{j\pm 1}$ (рис. 6).

Отличительной особенностью функционала (4) является специальный способ формализации критерия равномерности. Он определяет тип уравнений Эйлера для построения сеток (гиперболический в широком смысле), позволяет рассматривать различные виды краевых условий в вариационных задачах построения сеток (фиксированные, свободные узлы, условие ортогональности координатных линий и поверхностей граням) и обеспечивает хорошие вычислительные свойства сеток (см. [6, 9, 13, 14]).

В процессе оптимизации деформированной сетки движение граничных узлов осуществляется либо по поверхности, сотканной из граней линейчатых ячеек сетки, либо по поверхностям вращения — основной и вспомогательной (алгоритмом предусмотрена возможность выбора одного из этих двух способов). При движении по линейчатым поверхностям граничные узлы сетки находятся близко к поверхности вращения, но не принадлежат ей. Это может приводить к потере объема и увеличению погрешности аппроксимации краевых условий. Так как принадлежность узлов сетки поверхностям вращения является важным условием для математического моделирования, О. В. Ушаковой был разработан алгоритм коррекции сетки к поверхностям вращения [11, 12]. Благодаря этому алгоритму осуществляется движение граничных узлов по поверхностям вращения.

Деформации, как правило, подвергается незначительная часть основной области, поэтому оптимизировать сетку во всей области на каждом шаге деформации нецелесообразно, достаточно оптимизировать фрагмент сетки, подвергшийся деформации (при условии, что начальная сетка оптимальна). Границы фрагмента вычисляются на каждой итерации деформации. Для этого определяются минимальные и максимальные значения криволинейных координат узлов, подвергшихся деформации. Далее этот фрагмент расширяется на 5 узлов в направлениях i, j и на 25 узлов в направлении k (так как деформация всегда осуществляется со стороны грани $k = L - 1$ и в этом направлении происходит самое большое искажение сетки). При этом проводится проверка, чтобы не выйти за границы области.

Алгоритмом предусмотрена возможность оптимизации во всей области через заданное количество итераций.

3. Примеры расчетов

Для тестирования алгоритма деформации использовались различные основные и вспомогательные тела и направления деформации. При этом оптимизация проводилась как во всей области, так и во фрагменте. При оптимизации во всей области (196 830 узлов) расчет деформации на персональном компьютере (4-ядерный процессор Intel Core i5-4570, частота 3,2 ГГц, 4 Гб ОЗУ, 64-разрядная ОС) занимает от 1,5 до 12 часов в зависимости от выбранного числа итераций оптимизации (от 10 до 100) и требуемого количества шагов деформации (от 11 до 130). При оптимизации сетки в деформированном фрагменте время расчета сокращается в несколько раз (по сравнению с оптимизацией во всей области) и составляет 5—110 минут.

Расчет 1 (рис. 7). Рассматривается деформация, представленная на рис. 1 (деформация конусом). Расчеты данной геометрии проводились с оптимизацией как во всей области, так и во фрагменте. Для расчета при 20 итерациях оптимизации сетки во всей области требуется примерно

3,5 минуты на шаг деформации, а во фрагменте — в среднем 0,3 минуты на шаг деформации. Время расчета зависит от размеров (количества узлов) фрагмента, в котором рассчитывается сетка. Вся сетка содержит $81 \times 81 \times 30 = 196\,830$ узлов, фрагмент на 2-й итерации — $6 \times 11 \times 26 = 1\,716$ узлов, фрагмент на 20-й итерации — $12 \times 33 \times 26 = 10\,276$ узлов.

Расчет 2 (рис. 8). Основная область — как в расчете 1, но взяты другие деформирующее тело (цилиндр) и направление деформации. Для расчета во фрагменте потребовалось 98 минут на 118 шагов деформации по 50 итераций оптимизации на каждом шаге.

Расчет 3 (рис. 9). Рассматривается деформация, представленная на рис. 5. Основная сетка содержит $81 \times 61 \times 30 = 148\,230$ узлов, фрагмент на 2-й итерации — $9 \times 17 \times 26 = 3\,978$ узлов, фрагмент на 43-й итерации — $21 \times 21 \times 26 = 11\,466$ узлов. Сетка во фрагменте считалась 29 минут (43 шага деформации по 50 итераций оптимизации на каждом шаге).

Расчет 4 (рис. 10). Основная область — как в расчете 3, но взяты другие деформирующее тело (конус) и направление деформации. Это самый быстрый расчет во фрагменте: потребовалось всего 5 минут (11 шагов деформации по 50 итераций оптимизации на каждом шаге).

Расчет 5 (рис. 11). Основная область и направление деформации — как в расчете 1, но взято другое деформирующее тело (сфера). Для расчета во фрагменте потребовалось 110 минут на 99 шагов деформации по 100 итераций оптимизации на каждом шаге.

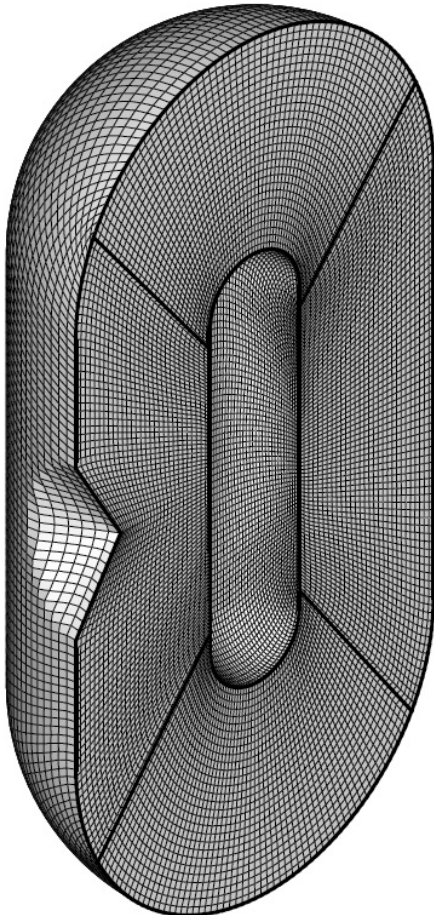


Рис. 7. Расчет 1: деформация конусом

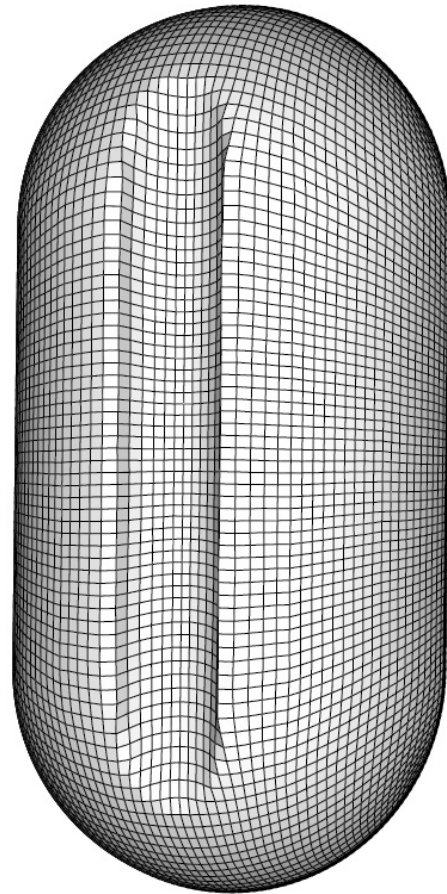


Рис. 8. Расчет 2: деформация цилиндром

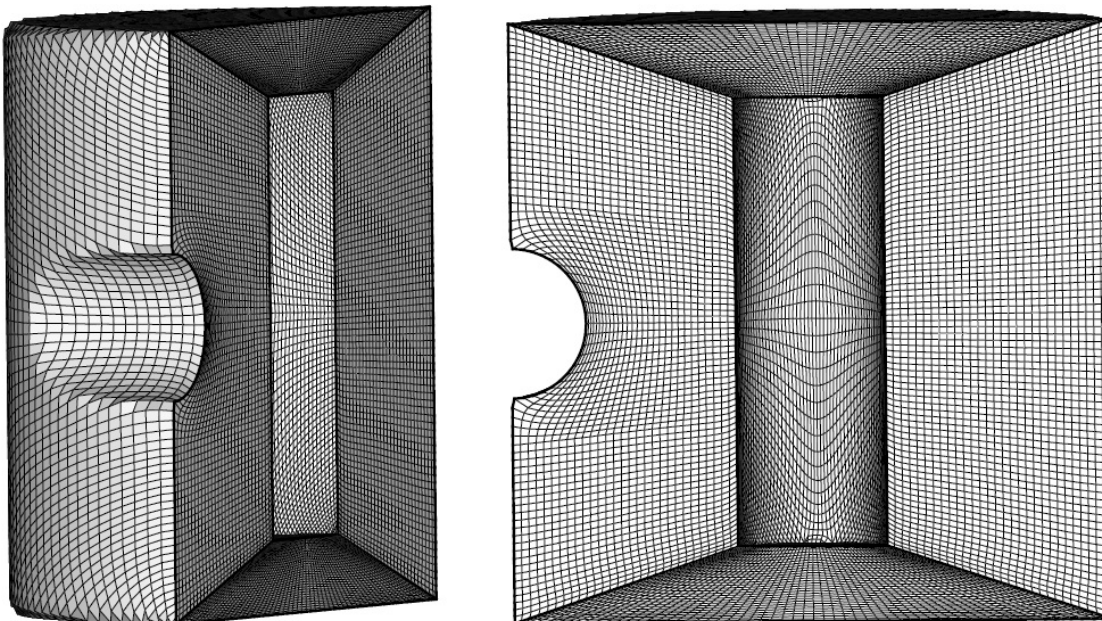


Рис. 9. Расчет 3: деформация цилиндром

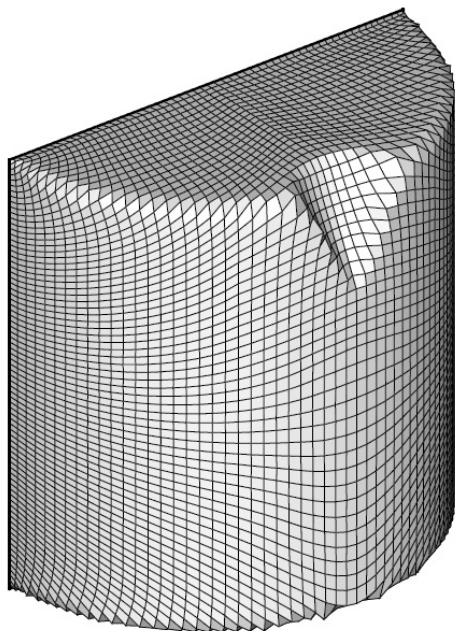


Рис. 10. Расчет 4: деформация конусом

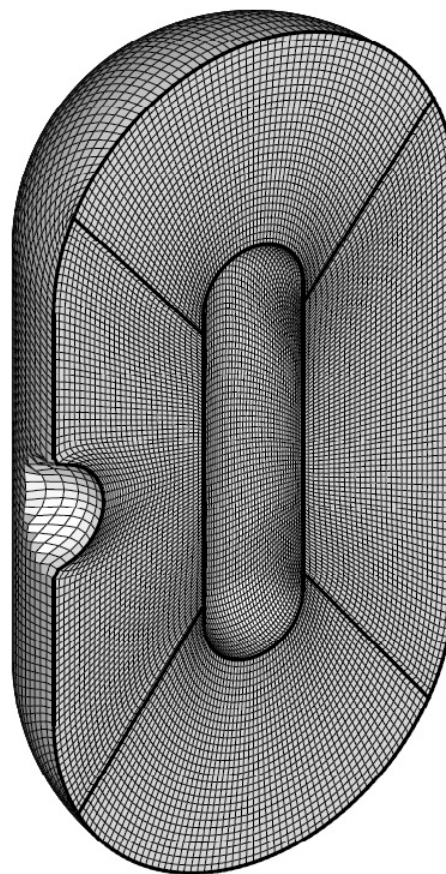


Рис. 11. Расчет 5: деформация сферой

Заключение

Проведенные тестовые расчеты по созданным алгоритмам показали применимость программ и целесообразность их дальнейшего развития с целью расширения класса деформирующих областей.

В данной статье рассмотрено три вида деформирующего тела — цилиндр, конус и сфера, которые можно получить, вращая отрезок прямой линии или дугу окружности. Можно еще расширить класс деформирующих областей, вращая сложную образующую, состоящую из отрезков прямых и дуг окружностей. Еще более сложная конструкция — объем, ограниченный поверхностями вращения второго порядка с параллельными осями вращения [15]. О построении начальных сеток в таких объемах упоминается в работе [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы ФНЦ УрО РАН (проект 18-1-1-8). Автор благодарит О. В. Ушакову за ценные замечания к работе.

Список литературы

1. Ушакова О. В., Артёмова Н. А., Бронина Т. Н., Анучина А. И., Гордейчук В. И. Построение сеток в деформированных объемах вращения // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики. 2015: Межд. конф., посвящ. 90-летию со дня рожд. акад. Г. И. Марчука. Новосибирск, 19—23 октября 2015 г. Новосибирск: Абвей, 2015. С. 782—788.
2. Платунов Е., Самолетов В., Буравой С. Физика. Словарь-справочник. СПб.: Питер, 2005.
3. Anuchina N. N., Volkov V. I., Gordeychuk V. A., Es'kov N. S., Plyutina O. S., Kozyrev O. M. Numerical simulation of 3D multi-component vortex flows by MAH-3 code // Advances in Grid Generation / Ed. by O. V. Ushakova. New York: Novascience Publishers, 2007. P. 337—380.
4. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
5. Бронина Т. Н. Алгоритмы построения начальных трехмерных структурированных сеток для областей вращения // Труды института математики и механики. 2008. Т. 14, № 1. С. 3—10.
6. Ушакова О. В. Алгоритмы оптимизации трехмерных сеток для областей вращения // Там же. С. 150—180.
7. Прокопов Г. П. Вариационные методы расчета двумерных сеток при решении нестационарных задач: Препринт № 4. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2003.
8. Ушакова О. В. О невырожденности трехмерных сеток // Труды института математики и механики. 2004. Т. 11, № 1. С. 78—100.
9. Bronina T. N., Ushakova O. V. Application of Optimal Grid Generation Algorithms to the Volumes of Revolution // Advances in Grid Generation / Ed. by O. V. Ushakova. New York: Novascience Publishers, 2007. P. 283—320.
10. Ушакова О. В. Алгоритм коррекции сетки к деформированной области вращения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2017. Вып. 2. С. 53—65.
11. Ушакова О. В. Алгоритм коррекции сетки к области вращения // Там же. 2016. Вып. 1. С. 16—27.
12. Ушакова О. В. Применение алгоритма коррекции сетки к области вращения // Там же. Вып. 2. С. 31—37.
13. Бронина Т. Н., Гасилова И. А., Ушакова О. В. Алгоритмы построения трехмерных структурированных сеток // Журнал вычисл. мат. и мат. физ. 2003. Т. 43, № 6. С. 875—883.
14. Khairullina O. B., Sidorov A. F., Ushakova O. V. Variational methods of construction of optimal grids // Handbook of Grid Generation / Ed. by J. F. Thompson, B. K. Soni, N. P. Weatherill. Boca Raton, FL: CRC Press, 1999. P. 36-1—36-25.

15. Ушакова О. В. Алгоритм коррекции сетки к области, образованной поверхностями вращения с параллельными осями вращения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2018. Вып. 1. С. 30—41.

Статья поступила в редакцию 18.04.18.

A NONSTATIONARY ALGORITHM OF CONSTRUCTING STRUCTURED GRIDS IN DEFORMED REGIONS / N. A. Artyomova (IMM of the RAS UrB, UrFU, Ekaterinburg).

The problem of constructing a grid on a surface of revolution deformed by another surface of revolution is considered. To solve it, a nonstationary algorithm of constructing grids in regions with moving deformable boundaries is suggested. This algorithm combines the algorithm of deforming a grid on the region of revolution, if the deforming surface (body) is a cone, a cylinder, or a sphere, with the deformed grid optimization algorithm.

Keywords: structured grid, axially symmetric region, deformed grid, optimal grid, moving grid.
