

УДК 625.033.37

## МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ ПРИ ПРОПУСКЕ ДЛИННОСОСТАВНЫХ ПОЕЗДОВ

В. П. Соловьёв, А. В. Анисин, И. М. Анисина, С. С. Надёжин,  
М. М. Железнов, В. О. Певзнер, И. В. Третьяков  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области; ВНИИЖТ, г. Москва)

Проводится расширение ранее предложенной расчетной методики на область грунтов, обладающих вязкоупругими свойствами. Проанализированы экспериментальные данные, полученные сотрудниками ВНИИЖТ на перегоне Ковдор—Пинозеро. Показано, что наилучшей реологической моделью, описывающей деформацию железнодорожного пути под поездной нагрузкой, является модель стандартного линейного твердого тела с параметрами  $G_1 = 17$  МПа,  $G_2 = 41$  МПа,  $\eta_2 = 6 \cdot 10^3$  МПа · с. Получено полуаналитическое решение уравнения деформации грунтового основания под действием циклической нагрузки от проходящего длинносоставного поезда с последующей релаксацией.

*Ключевые слова:* железнодорожный путь, подбалластное основание, осадка пути, модель стандартного линейного твердого тела, вязкость.

### Введение

Одним из направлений обеспечения роста провозной способности железных дорог является применение тяжеловесных поездов, в том числе использующих вагоны с повышенной осевой нагрузкой.

Обеспечение безопасного и бесперебойного движения поездов с установленными скоростями в этих условиях требует постоянного совершенствования системы технического обслуживания пути. Одним из важнейших элементов этой системы является прогноз изменения состояния пути, в частности скорости роста неровностей в вертикальной продольной плоскости. Информация по этому вопросу является важнейшим элементом системы определения потребности в проведении выправочных работ и базой математического моделирования прогнозных процессов развития неровностей [1].

Для получения прогнозов состояния пути требуются методики, позволяющие вычислять скорость роста амплитуд неровностей в вертикальной продольной плоскости в зависимости от конструкции верхнего строения пути, характеристик подбалластного основания, включая земляное полотно, и уровня нагруженности пути поездной нагрузкой. Помимо методик, основанных на обработке статистических данных о наличии неровностей и их параметрах в различных условиях эксплуатации с построением вероятностных моделей по ансамблю данных с различных участков или длительным наблюдениям на случайных участках, несомненный интерес представляют детерминированные расчеты на базе математического моделирования физических процессов, приводящих к развитию неровностей.

В данной работе проводится расширение расчетной методики, предложенной в работах [2, 3], на область грунтов, обладающих вязкоупругими свойствами. В экспериментальных работах ВНИИЖТ на перегоне Ковдор—Пинозеро для длинносоставных поездов обнаружен эффект роста сигнала тензометрических датчиков, установленных на подошве рельса, по мере движения поездов, а также измерена длительная релаксация упругой деформации головки рельса после их прохождения [4].

Как будет показано ниже, эти эффекты могут быть объяснены наличием в реологической модели грунтового основания вязкоупругого элемента (тела Кельвина).

Так как тензометрические измерения показывают, что деформации рельсов на исследованных участках превышают расчетные и увеличиваются по мере прохождения поезда, представляет большой интерес исследовать влияние данного эффекта на динамику роста неровностей в вертикальной плоскости с целью совершенствования прогнозной методики состояния пути.

### Экспериментальные данные и расчетный анализ

На рис. 1 приведена зависимость осадки рельса от времени при прохождении и после прохождения поезда. Форма кривой, демонстрирующая медленную релаксацию пути после прохождения поезда, заставляет предполагать, что, кроме упругой деформации, в реологической схеме пути следует учесть вязкий элемент.

Были рассмотрены три реологические модели [5] поведения вязкоупругого тела, пригодные для описания поведения грунта с полной релаксацией:

- 1) модель Кельвина;
- 2) обобщенная (двойная) модель Кельвина;
- 3) модель стандартного линейного твердого тела.

Реологические схемы рассмотренных моделей приведены на рис. 2.

Уравнение для модели Кельвина записывается в виде [5]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \tau\varepsilon = \frac{1}{\eta}\sigma. \quad (1)$$

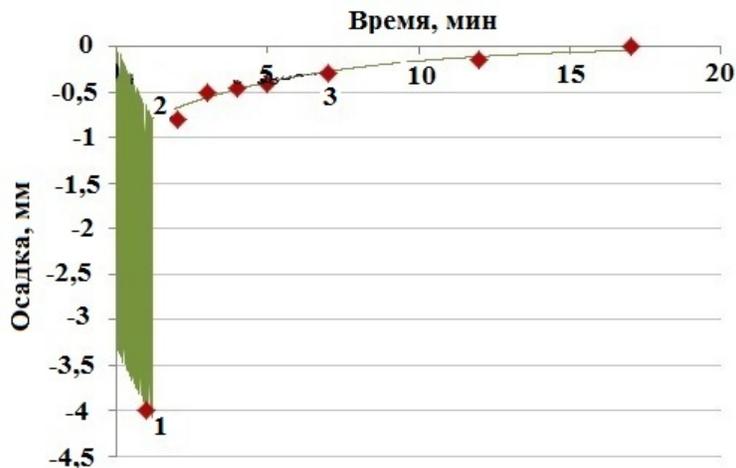


Рис. 1. Зависимость упругой осадки пути под поездом от времени восстановления после прохождения поезда (в период оттаивания и падения уровня воды в болоте):  $\blacklozenge$  — экспериментальные данные; — — модель стандартного твердого тела; 1—3 — опорные точки

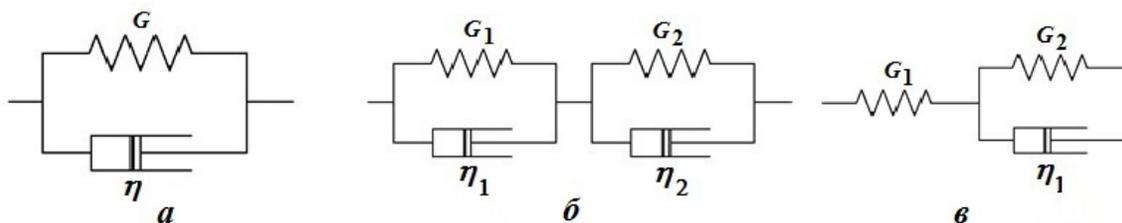


Рис. 2. Реологические схемы моделей грунтового основания: а — модель Кельвина; б — обобщенная модель Кельвина; в — модель стандартного линейного твердого тела

Здесь  $\varepsilon$  — относительная деформация;  $\sigma$  — напряжение;  $\eta$  — вязкость;  $\tau = G/\eta$ , где  $G$  — модуль упругости.

Уравнение для обобщенной модели Кельвина записывается в виде

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \frac{d\varepsilon}{dt} + \tau_1\tau_2\varepsilon = F(t), \quad F(t) = \frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1\eta_2} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{G_1 + G_2}{\eta_1\eta_2} \sigma. \quad (2)$$

Согласно [5] уравнение для модели стандартного твердого тела имеет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \tau_2\varepsilon = \frac{G_1 + G_2}{G_1\eta_2} \sigma + \frac{1}{G_1} \frac{d\sigma}{dt}, \quad (3)$$

где  $\sigma(t)$  — функция, задающая нагрузку на шпалу в зависимости от времени.

Уравнения (1) и (3) могут быть решены аналитически, уравнение (2) решалось численно методом конечных разностей. Решение уравнения (1) для тела Кельвина имеет вид

$$\varepsilon(t) = \exp(-\tau t) \int_0^t F(t') \exp(\tau t') dt', \quad F(t) = \frac{1}{\eta} \sigma.$$

Решение уравнения (3) для модели стандартного линейного твердого тела:

$$\varepsilon(t) = \exp(-\tau_2 t) \int_0^t F(t') \exp(\tau_2 t') dt', \quad F(t) = \frac{G_1 + G_2}{G_1\eta_2} \sigma + \frac{1}{G_1} \frac{d\sigma}{dt}. \quad (4)$$

Для случая деформации грунтового основания пути под действием поездной нагрузки возьмем зависимость циклических напряжений на верхней границе грунта в виде

$$\sigma(t) = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{2} \left( 1 - \cos\left(tN \frac{2\pi}{T}\right) \right) & \text{при } t \leq T; \\ 0 & \text{при } t > T, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\sigma_0$  — нагрузка на грунтовое основание при прохождении оси;  $T$  — время прохода поезда;  $N$  — количество осей, прошедших над шпалой за время  $T$ .

В уравнениях (1)–(3) напряжение  $\sigma$  зависит не только от времени, но и от глубины, поскольку нагрузка распределяется вглубь слоя грунта неравномерно. Запишем выражение (5) в виде

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sigma_1(t),$$

где

$$\sigma_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 - \cos\left(tN \frac{2\pi}{T}\right) \right) & \text{при } t \leq T; \\ 0 & \text{при } t > T \end{cases}$$

является безразмерной функцией. Тогда решение уравнения (3) можно записать в виде

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \xi(t),$$

где  $\xi(t)$  — решение уравнения (3), соответствующее  $\sigma_1(t)$ . В этом случае  $\xi(t)$  будет измеряться в  $\text{Па}^{-1}$ .

Если рассматривать массив однородного грунта большой толщины, в котором параметры упругости и вязкости не меняются по глубине, но меняется по глубине нагрузка, то можно мысленно разделить массив грунта на слои, нагрузка на каждый из которых считается постоянной по глубине. То есть нагрузка на  $k$ -й слой по глубине может быть записана в виде

$$\sigma_k(z, t) = \sigma_{0k} \sigma_1(t),$$

где  $z$  — координата глубины слоя грунта. Относительная деформация  $k$ -го слоя грунта выражается формулой

$$\varepsilon_k(t) = \sigma_{0k} \xi(t).$$

Тогда смещение верхней границы основания грунта  $r(t)$  равно

$$r(t) = \sum_k \varepsilon_k dz_k = \sum_k \sigma_{0k} \xi(t) dz_k \simeq \xi(t) \int \sigma(z) dz, \quad \varepsilon(t) = \frac{r(t)}{H},$$

где  $H$  — толщина слоя грунтового основания. Таким образом, зависимость функции нагрузки от глубины  $z$  можно учесть, проинтегрировав функцию нагрузки по глубине.

На рис. 3 приведены экспериментальные данные зависимости просадки уровня головки рельса (УГР), полученные ВНИИЖТ на перегоне Ковдор—Пинозеро, а также результаты расчетного моделирования просадки УГР с использованием описанных выше реологических моделей (в предположении, что деформация грунтового основания определяет характер процесса). Расчеты проведены для нагрузки вида (5) с параметрами  $\sigma_0 = 3,4 \cdot 10^4$  Па,  $T = 1,2$  мин, толщина слоя грунтового основания  $H = 4$  м. Параметры реологических моделей были проварьированы до наилучшего совпадения расчетных и экспериментальных данных. Итоговые значения параметров приведены в таблице.

Как видно из графиков на рис. 3, а, б, модель Кельвина удовлетворительно описывает изменение деформации грунта при нагрузке, но плохо описывает изменение деформации грунта после прохождения поезда. Модель стандартного линейного твердого тела хорошо описывает экспериментальные данные по изменению деформации грунта при нагрузке и так же хорошо описывает изменение деформации грунта после прохождения поезда. Обобщенная модель Кельвина так же хорошо описывает изменение деформации грунта при нагрузке и после прохождения поезда, как и модель стандартного линейного твердого тела.

При сравнении параметров упругости и вязкости, при которых эти модели хорошо описывают экспериментальные данные, видно, что параметры  $G_1$ ,  $G_2$  и  $\eta_2$  в этих моделях близки между собой,

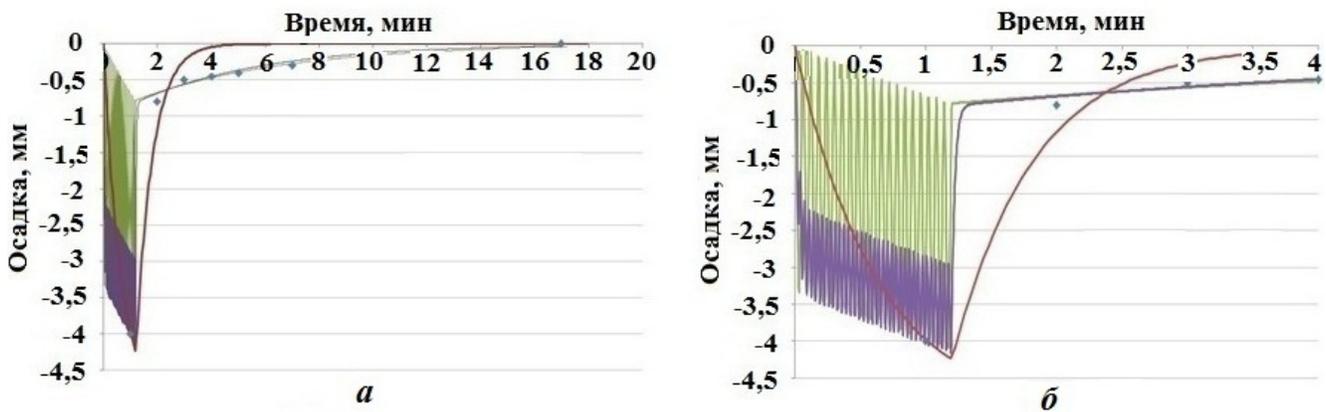


Рис. 3. Расчетная зависимость от времени просадки УГР в сравнении с экспериментальными данными: а — на временном интервале 18 мин от начала прохождения поезда; б — на временном интервале 4 мин от начала прохождения поезда; ♦ — экспериментальные данные; — — модель стандартного твердого тела; — — обобщенная модель Кельвина; — — модель Кельвина

### Параметры реологических моделей для участка Ковдор—Пинозеро

Модель	$G_1$ , МПа	$G_2$ , МПа	$\eta_1$ , МПа · с	$\eta_2$ , МПа · с
Тело Кельвина	13,5	—	$5 \cdot 10^2$	—
Двойное тело Кельвина	41	17	$1,37 \cdot 10^2$	$6 \cdot 10^3$
Модель стандартного линейного твердого тела	41	17	—	$6 \cdot 10^3$

а параметр  $\eta_1$  много меньше, чем  $\eta_2$ . Сравнивая уравнения для этих моделей, получаем, что при  $\eta_1 \rightarrow 0$  обобщенная модель Кельвина переходит в модель стандартного линейного твердого тела.

При  $\eta_1 \ll \eta_2$  графики деформации грунта также похожи, с той лишь разницей, что в обобщенной модели Кельвина осцилляции при прохождении поезда значительно меньше за счет введения вязкости  $\eta_1$ . Таким образом, выбор модели для описания просадки грунта зависит от того, какие осцилляции происходят на самом деле. Ниже будем рассматривать модель стандартного линейного твердого тела, поскольку она хорошо описывает просадку УГР и, в отличие от обобщенной модели Кельвина, имеет аналитическое решение.

Итак, просадку грунта можно описать приближенным выражением вида (4). Это выражение содержит три независимых параметра грунта:  $G_1$ ,  $G_2$  и  $\tau_2 = G_2/\eta_2$ . Эти параметры можно однозначно определить из графика зависимости просадки УГР от времени, взяв три опорные точки на экспериментальной кривой: максимальной деформации грунта, максимальной остаточной деформации грунта после прохождения поезда и произвольно выбранную точку на участке релаксации грунта. На рис. 1 эти точки отмечены цифрами 1–3. Максимальная деформация грунта (точка 1) соответствует моменту  $t_1 = T$ , максимальная остаточная деформация (точка 2) наблюдается в момент снятия нагрузки  $t_2 = T + \delta$ , где  $\delta$  — малая величина, которой можно пренебречь. Точка 3 соответствует моменту  $t_3 > T$ .

Выражения, записанные для выбранных точек, образуют систему трех уравнений для трех неизвестных:  $G_1$ ,  $G_2$  и  $\tau_2$ . Решая ее, однозначно получаем выражения для параметров грунта, соответствующие данной экспериментальной кривой:

$$G_1 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}; \quad \tau_2 = -\frac{1}{t_3 - T} \ln \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}; \quad G_2 = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_2} (1 - \exp(-\tau_2 T)).$$

С учетом погрешности измерений и вариации выбора опорных точек на экспериментальной кривой значения параметров грунта могут варьироваться примерно на 10 %.

### Заключение

В работе проанализированы экспериментальные данные, полученные сотрудниками ВНИИЖТ [4] на перегоне Ковдор—Пинозеро. Представлены три реологические модели для описания деформации пути под поездной нагрузкой. Показано, что наилучшей реологической моделью, описывающей деформацию грунтового основания железнодорожного пути, является модель стандартного линейного твердого тела. Для этой модели получено аналитическое решение уравнения деформации грунтового основания под действием циклической нагрузки от проходящего длинносоставного поезда с последующей релаксацией.

Значения параметров для участка перегона Ковдор—Пинозеро, на котором специалисты ВНИИЖТ получили представленные в работе [4] экспериментальные данные, приведены в таблице.

Планируется использование полученной реологической модели с определенными параметрами в верификационных расчетах динамики роста остаточных деформаций пути в вертикальной плоскости для расчетной методики, изложенной в работах [2, 3].

Данная работа выполнена в рамках проекта ориентированных фундаментальных исследований Российского фонда фундаментальных исследований по актуальным междисциплинарным темам в интересах ОАО "РЖД" (конкурс офи-м-РЖД № 17-20-01152 "Научное обоснование методов определения физико-математических закономерностей развития деформаций пути в зависимости от частотного состава и длительности приложения нагрузок применительно к пропуску тяжеловесных поездов различной длины и с различными скоростями, сформированных из вагонов с повышенными осевыми нагрузками").

### Список литературы

1. Шапетько К. В. Исследования накопления деформаций железнодорожного пути на участке испытаний вагонов с осевой нагрузкой 27 тс // Вестник ВНИИЖТ. 2017. Т. 76, № 4. С. 238—242.

- Shapetko K. V.* Issledovaniya nakopleniya deformatsiy zheleznodorozhnogo puti na uchastke ispytaniy vagonov s osevoy nagruzkoy 27 ts. Vestnik nauchno-issledovatel'skogo instituta zheleznodorozhnogo transporta // Vestnik VNIIZhT. 2017. T. 76, № 4. S. 238–242.
2. *Соловьёв В. П., Анисин А. В., Надежин С. С., Певзнер В. О., Третьяков В. В., Третьяков И. В.* Моделирование процесса накопления остаточных деформаций пути с использованием суперЭВМ // Фундаментальные исследования для долгосрочного развития железнодорожного транспорта. М.: Интекст, 2013. С. 185–192.  
*Solovev V. P., Anisin A. V., Nadezhin S. S., Pevzner V. O., Tretyakov V. V., Tretyakov I. V.* Modelirovanie protsessa nakopleniya ostatochnykh deformatsiy puti s ispolzovaniem SuperEVM // Fundamentalnye issledovaniya dlya dolgosrochnogo razvitiya zheleznodorozhnogo transporta. M. : Intekst, 2013. S. 185–192.
3. *Pevzner V. O., Nadezhin S. S., Anisin A. V., Tretyakov I. V.* Assessment of railway track deformability at deterioration locations and possible changes in track alignment works scheduling caused by the increase in car axle-loads // VNIIZhT Bulletin. 2014. Vol. 1. P. 36–39.
4. *Железнов М. М., Певзнер В. О., Соловьёв В. П., Анисин А. В., Надежин С. С., Третьяков И. В.* Влияние длительности и частоты приложения нагрузки на напряженно-деформированное состояние пути // Вестник ВНИИЖТ. 2018. Т. 77, № 6. С. 364–367.  
*Zheleznov M. M., Pevzner V. O., Solovev V. P., Anisin A. V., Nadezhin S. S., Tretyakov I. V.* Vliyaniye dlitelnosti i chastoty prilozheniya nagruzki na napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye puti // Vestnik VNIIZhT. 2018. T. 77, № 6. S. 364–367.
5. *Мейз Дюс.* Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Мир, 1974.  
*Meiz Dzh.* Teoriya i zadachi mekhaniki sploshnykh sred. M. : Mir, 1974.

Статья поступила в редакцию 19.02.19.

A MODEL OF THE RAILWAY GROUND BED DEFORMATION BY PASSING LONG TRAINS / V. P. Solovev, A. V. Anisin, I. M. Anisina, S. S. Nadezhin (FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region); M. M. Zheleznov, V. O. Pevzner, I. V. Tretyakov (VNIIZhT, Moscow).

The paper describes the extension of the earlier suggested computation technique to soils having viscoelastic properties. The experimental data obtained by the VNIIZhT employees for the railway track section Kovdor-Pinozero has been analyzed. It has been demonstrated that the best rheological model describing the railway deformation under the load of a passing train is the model of a standard linear solid body with parameters  $G_1 = 17$  MPa,  $G_2 = 41$  MPa,  $\eta_2 = 6 \cdot 10^3$  MPa·s. The semi-analytical solution to the equation of ground bed deformation under a cyclic load from a passing long train with subsequent relaxation has been found.

*Keywords:* railway, sub-ballast foundation, settlement of track, model of a standard linear solid body, viscosity.

---