

УДК 519.6

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЭЙЛЕРОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА SIMPLE

О. Г. Близнюк, О. Е. Власова, А. В. Гичук, А. С. Козелков, И. В. Лялюшкина  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Описаны особенности применения метода SIMPLE для численного моделирования течений многофазных сред с учетом межфазных взаимодействий. Используется многожидкостная модель, в которой каждая фаза описывается своими плотностью, скоростью и температурой. Для алгоритма, реализованного в пакете программ "Логос", приведены результаты расчета некоторых тестовых задач.

*Ключевые слова:* многофазные течения, численное моделирование, метод SIMPLE, пакет программ "Логос".

### Введение

Физические процессы, сопровождающиеся изменением агрегатного состояния вещества, лежат в основе функционирования многих промышленных установок и бытовых приборов. По этой причине вопросы численного моделирования таких процессов особо актуальны, а востребованность программных продуктов для расчетов задач гидродинамики многофазных течений только растет.

Развитие математических моделей и методов расчета многофазных течений закономерно опиралось на уже имеющиеся наработки в части гидродинамики однофазных течений. Действительно, запись основных уравнений относительно осредненных по объему фазовых величин позволяет получить модели, по виду соотношений и свойствам очень близкие к моделям однофазных течений [1–4]. В качестве алгоритма решения получающейся системы уравнений удобно использовать успешно применяемый при численном моделировании однофазных течений метод SIMPLE [5].

Практика расчетного моделирования многофазных течений показала, что при значительном изменении характера течения (пузырьковое, снарядное, кольцевое, капельное и др.) по пространству или времени, а также при наличии интенсивных межфазных обменов массой, импульсом и теплом подходы с осреднением фазовых величин (скоростей, температур) не могут обеспечить удовлетворительного решения. В таких случаях математическая модель должна формулироваться в многожидкостном приближении [1], когда каждая фаза имеет свои плотность, скорость и температуру. Система уравнений для каждой из фаз подобна однофазному случаю, т. е. включает в себя уравнения неразрывности, движения и энергии. Существенное отличие – правые части этих уравнений содержат члены, описывающие межфазные обмены. Расчет обменов по явной схеме, т. е. по известным с предыдущей итерации значениям, допускает использование обычного алгоритма SIMPLE, применяемого в расчетах однофазных течений. Но в случаях, когда межфазные обмены имеют определяющее значение в моделируемом процессе, для получения правильного решения потребуется учесть их в неявном алгоритме.

В настоящей работе описана модель многофазного течения в многожидкостном приближении, реализованная в пакете программ "Логос" [6, 7], отмечены особенности построения алгоритма на основе метода SIMPLE [5, 6].

## Модель многофазных течений

Рассматриваемая модель многофазности основана на многожидкостном описании течения и опирается на концепцию многоскоростного континуума [1], где каждая из рассматриваемых фаз имеет свои плотность, скорость и температуру [1, 4, 8]. Данный подход также называется эйлеровым приближением [9, 10]. Соответственно для каждой фазы записываются уравнение неразрывности, уравнение движения, а также уравнение энергии. В правых частях этих уравнений учитываются межфазные обмены массой, импульсом и энергией.

Пусть рассматривается  $n$ -фазное течение. Фазами могут быть одно или несколько веществ в жидком или газообразном состоянии, а также дисперсные частицы (пузырьки или капли) разного размера одного вещества. Уравнения неразрывности для данного течения имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \operatorname{div} (\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q) = \sum_{p=1}^n (m_{pq} - m_{qp}). \quad (1)$$

Здесь  $t$  [с] — время;  $\alpha_q$  — объемная концентрация фазы  $q$ ,  $\sum_{p=1}^n \alpha_p = 1$ ;  $\rho_q$  [кг/м<sup>3</sup>] — плотность фазы  $q$ ;  $\mathbf{v}_q = (v_{qx}, v_{qy}, v_{qz}) = (u_q, v_q, w_q)$  [м/с] — скорость фазы  $q$ ;  $m_{pq}$  [кг/(м<sup>3</sup>·с)] — удельная интенсивность массообмена, идущего от фазы  $p$  к фазе  $q$ .

Уравнения движения для  $n$ -фазного течения запишутся как

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q) + \nabla (\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q \cdot \mathbf{v}_q) + \alpha_q \nabla P = \\ = \nabla (\alpha_q \tau_q) + \alpha_q \rho_q \mathbf{g} + \sum_{p=1}^n (\mathbf{R}_{pq} + m_{pq} \mathbf{v}_{pq} - m_{qp} \mathbf{v}_{qp}) + \mathbf{F}_q. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $P$  [Па] — давление;  $\tau_q$  — тензор вязких напряжений для фазы  $q$ ;  $\mathbf{g} = (g_1, g_2, g_3)$  [м/с<sup>2</sup>] — ускорение свободного падения;  $\mathbf{R}_{pq}$  [Н/м<sup>3</sup>] — объемная сила межфазного трения;  $\mathbf{F}_q$  [Н/м<sup>3</sup>] — прочие силы (виртуальной массы и пр.);  $\mathbf{v}_{pq}$  и  $\mathbf{v}_{qp}$  таковы, что

$$\mathbf{v}_{pq} = \begin{cases} \mathbf{v}_p, & m_{pq} \geq 0; \\ \mathbf{v}_q, & m_{pq} < 0; \end{cases} \quad \mathbf{v}_{qp} = \begin{cases} \mathbf{v}_q, & m_{qp} \geq 0; \\ \mathbf{v}_p, & m_{qp} < 0. \end{cases}$$

Уравнения энергии для многофазного течения запишем относительно энтальпии [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q h_q) + \operatorname{div} (\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q h_q) - \alpha_q \frac{dP}{dt} = \\ = \nabla \cdot (\alpha_q \lambda_q \nabla T_q) + \alpha_q \tau_q : \nabla \mathbf{v}_q + \sum_{p=1}^n (Q_{pq} + m_{pq} h_{pq} - m_{qp} h_{qp}), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $h_q$  [Дж/кг] — удельная энтальпия фазы  $q$ ;  $\lambda_q$  [Вт/(м·К)] — коэффициент теплопроводности фазы  $q$ ;  $T_q$  [К] — температура фазы  $q$ ;  $Q_{pq}$  [Вт/м<sup>3</sup>] — объемная мощность теплопереноса из фазы  $p$  в фазу  $q$ ;  $h_{pq}$ ,  $h_{qp}$  [Дж/кг] — энтальпия межфазной поверхности, которая зависит от направления межфазного массообмена и для каждой фазы определяется как энтальпия насыщения при входящем массовом потоке и энтальпия фазы — при выходящем.

Для замыкания системы уравнений (1)–(3) требуется описать все межфазные взаимодействия (массообмен, теплообмен, межфазное трение) с использованием переменных, присутствующих в этих уравнениях, а также определить зависимость плотностей, энтальпий и их производных от температур и давления. Функция энтальпии в уравнении энергии линеаризуется по температуре, затем, после учета всех замыкающих соотношений, получаем систему относительно независимых переменных  $(P, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n, T_1, \dots, T_n)$ .

## Межфазные взаимодействия

Для описания межфазных взаимодействий разработано множество моделей, опирающихся преимущественно на экспериментальные данные. В данном разделе приведены общие выражения [1, 11–15] без уточнения эмпирических констант.

*Межфазный массообмен* учитывается добавлением в уравнения неразрывности (1), движения (2) и энергии (3) удельной интенсивности массообмена  $m_{pq}$ . В простейшем случае может быть задана постоянная скорость  $r$  увеличения/уменьшения дисперсных частиц, тогда

$$m_{pq} = \max(0, \lambda_{pq}) - \max(0, -\lambda_{pq}),$$

где  $\lambda_{pq} = r\alpha_p\rho_q$ .

*Межфазный теплообмен* учитывается добавлением в правую часть уравнения энергии (3) для фазы  $q$  и вычитанием из правой части уравнения для фазы  $p$  потока тепла  $Q_{pq} = -Q_{qp}$  от фазы  $p$  к фазе  $q$ , который находится по формулам

$$Q_{pq} = \kappa_{pq}a_i(T_p - T_q), \quad \kappa_{pq} = \frac{\lambda_q \text{Nu}_p}{d_p}, \quad a_i = \frac{6\alpha_p}{d_p},$$

где  $\kappa_{pq}$  [Вт/м<sup>2</sup>К] — коэффициент теплопередачи между фазами  $p$  и  $q$ ;  $a_i$  [м<sup>-1</sup>] — удельная площадь межфазной поверхности;  $\text{Nu}_p$  — число Нуссельта фазы  $p$ ;  $d_p$  [м] — диаметр дисперсной частицы фазы  $p$ . Разные модели расчета межфазного теплообмена в основном отличаются формулой расчета числа Нуссельта, в простейшем случае оно может быть задано константой.

*Межфазное трение* учитывается добавлением в правую часть уравнения движения (2) для фазы  $q$  члена

$$\sum_{p=1}^n \mathbf{R}_{pq} = \sum_{p=1}^n K_{pq}(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_q).$$

Предполагается, что фаза  $q$  является преобладающей (называется несущей или первичной), а дисперсные частицы образованы вторичной фазой  $p$ . Здесь  $K_{pq}$  ( $= K_{qp}$ ) — коэффициент межфазного обмена импульсом. В общем виде формула для этого коэффициента записывается как

$$K_{pq} = \frac{\rho_p f}{6\tau_p} d_p a_i.$$

Здесь  $f$  — функция трения;  $\tau_p$  — время релаксации:

$$f = \frac{C_D \text{Re}}{24}; \quad \tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_q},$$

где  $\mu_q$  [Па · с] — динамическая вязкость несущей фазы  $q$ ;  $\text{Re}$  — относительное число Рейнольдса, для несущей фазы  $q$  и вторичной фазы  $p$  равно

$$\text{Re} = \text{Re}_p = \frac{\rho_q |\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_q| d_p}{\mu_q};$$

$C_D$  — коэффициент трения, в простейшем случае задаваемый константой. В известной модели трения Шиллера—Науманна [11, 16] коэффициент трения рассчитывается по формуле

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}} (1 + 0,15\text{Re}^{0,687}), & \text{Re} < 1000; \\ 0,44, & \text{Re} \geq 1000. \end{cases}$$

*Подъемная сила* действует на дисперсную частицу фазы  $p$  в несущей фазе  $q$  перпендикулярно направлению ее движения и может быть найдена по формуле

$$\mathbf{F}_{lift} = -C_l \rho_q \alpha_p (\mathbf{v}_q - \mathbf{v}_p) \times (\nabla \times \mathbf{v}_q),$$

где  $C_l$  – коэффициент подъемной силы, который добавляется в правые части уравнений движения для обеих фаз с противоположным знаком. Как и для остальных параметров, в простейшем случае этот коэффициент может быть задан константой.

*Сила виртуальной массы* возникает при ускорении дисперсной фазы относительно несущей и заключается в силе инерции, противодействующей ускорению части несущей фазы, увлекаемой дисперсной частицей. Она добавляется в правые части уравнений движения для обеих фаз с противоположным знаком и вычисляется по формуле

$$\mathbf{F}_{VM} = C_{VM} \alpha_p \rho_q \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_q}{\partial t} + (\mathbf{v}_q \cdot \nabla) \mathbf{v}_q - \left( \frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial t} + (\mathbf{v}_q \cdot \nabla) \mathbf{v}_p \right) \right],$$

где  $C_{VM}$  – коэффициент виртуальной массы.

*Сила пристеночного скольжения* действует на дисперсную фазу по направлению от стенки, для несущей фазы  $q$  и дисперсной фазы  $p$  она выражается формулой

$$\mathbf{F}_{wl} = C_{wl} \rho_q \alpha_p \left| (\mathbf{v}_q - \mathbf{v}_p)_{\parallel} \right|^2 \mathbf{n},$$

где  $C_{wl}$  – коэффициент пристеночного скольжения;  $(\dots)_{\parallel}$  – тангенциальная компонента вектора;  $\mathbf{n}$  – нормаль к стенке. Подмодели расчета силы пристеночного скольжения отличаются друг от друга методом расчета коэффициента  $C_{wl}$ .

### Алгоритм метода SIMPLE для многофазного случая

После дискретизации исходной системы (1)–(3) с помощью метода конечных объемов [17] получим систему линейных алгебраических уравнений. При неявном учете межфазных обменов матрица этой системы в части уравнений движения и энергии приобретает блочную структуру с размерами блока  $n \times n$ . Сформулируем алгоритм метода SIMPLE для системы линейных уравнений такого вида. Данный подход описан для ортогональных сеток в работе [18] и представляет собой расширение метода решения однофазных задач [5, 6, 19] с переходом от скалярных величин к векторам и матрицам.

Пусть известно решение на некотором слое по времени, ищем решение на следующем слое. Для этого организуется цикл по итерациям с индексом  $m$ . Обозначим символом  $N$  ячейку пространственной сетки, а  $F_N$  – грани этой ячейки. Рассмотрим уравнение движения, в котором новое значение скорости обозначим индексом  $m^*$ :

$$A_N \mathbf{v}_N^{m^*} = \mathbf{Q}_v^{m-1} + \mathbf{B}_v - \sum_{F_N} A_{F_N} \mathbf{v}_{F_N}^{m^*} - \sum_{F_N} \mathbf{P}_{F_N} P_{F_N}^{m-1}. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{v}_P = (v_{1x}, \dots, v_{nx}, v_{1y}, \dots, v_{ny}, v_{1z}, \dots, v_{nz})$  – вектор фазовых скоростей;  $A_N$  – матрица коэффициентов при скоростях в центре ячейки  $N$ , неявный учет межфазных обменов в общем случае делает ее недиагональной;  $\mathbf{Q}_v^{m-1}$  – вектор, образованный значениями величин с предыдущей,  $(m-1)$ -й итерации;  $\mathbf{B}_v$  – вектор, образованный значениями величин с предыдущего слоя по времени;  $A_{F_N}$  – матрица коэффициентов при скоростях на гранях;  $\mathbf{P}_{F_N}$  – вектор коэффициентов при давлении с предыдущей итерации на гранях. Система уравнений (4) решается независимо по координатам, т. е. отдельно относительно векторов  $(v_{1x}, \dots, v_{nx})$ ,  $(v_{1y}, \dots, v_{ny})$  и  $(v_{1z}, \dots, v_{nz})$ , поскольку матрица  $A_N$  является блочно-диагональной и имеет вид

$$A_N = \begin{pmatrix} A_N^x & 0 & 0 \\ 0 & A_N^y & 0 \\ 0 & 0 & A_N^z \end{pmatrix}.$$

Скорости  $\mathbf{v}^{m^*}$ , найденные после решения системы (4), вообще говоря, не удовлетворяют уравнению неразрывности, поэтому найдем такие новые значения скоростей

$$\mathbf{v}^m = \mathbf{v}^{m^*} + \mathbf{v}' \quad (5)$$

и давления

$$P^m = P^{m-1} + P', \quad (6)$$

что, с одной стороны, будет выполняться уравнение неразрывности, а с другой стороны, не нарушится баланс импульсов в уравнении движения.

Для дальнейших построений используется сумма по фазам нормированных по средней плотности  $\rho_{rq}$  уравнений неразрывности (1):

$$\sum_{q=1}^n \frac{1}{\rho_{rq}} \left( \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \operatorname{div} (\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q) \right) = \sum_{q=1}^n \frac{1}{\rho_{rq}} \sum_{p=1}^n (m_{pq} - m_{qp}).$$

Это уравнение можно переписать в матричной форме относительно скоростей:

$$\sum_{F_N} C_{F_N} \mathbf{v}_{F_N}^m = \mathbf{Q}_\alpha^{m-1} + \mathbf{B}_\alpha, \quad (7)$$

где  $\mathbf{Q}_\alpha^{m-1}$  — вектор, образованный значениями величин с предыдущей итерации  $m-1$ ;  $\mathbf{B}_\alpha$  — вектор, образованный значениями величин с предыдущего слоя по времени. При этом скорость и давление на итерации  $m$  таковы, что удовлетворено уравнение движения

$$A_N \mathbf{v}_N^m = \mathbf{Q}_v^{m-1} + \mathbf{B}_v - \sum_{F_N} A_{F_N} \mathbf{v}_{F_N}^{m*} - \sum_{F_N} \mathbf{P}_{F_N} P_{F_N}^m. \quad (8)$$

Конвективный член в правой части уравнения (8) для упрощения расчетов аппроксимирован с привлечением скоростей  $\mathbf{v}^{m*}$ , как это делается в традиционном варианте алгоритма SIMPLE.

Применим в алгоритме введенные в (5), (6) поправки скорости и давления. В результате из (8) и (4) получим соотношение

$$A_N \mathbf{v}'_N = - \sum_{F_N} \mathbf{P}_{F_N} P'_{F_N}.$$

Обратив теперь матрицы с размерами  $n \times n$  в левой части ( $A_N$  образована тремя такими блоками), запишем

$$\mathbf{v}'_N = -A_N^{-1} \sum_{F_N} \mathbf{P}_{F_N} P'_{F_N}.$$

Обращенная матрица, очевидно, также является блочно-диагональной.

При интерполяции скоростей на грани применяется подход Ри—Чоу [20], позволяющий подавлять осцилляции решения при использовании схем с совмещенным шаблоном, когда скорости и давление определены в центрах ячеек. Для этого требуется скорректировать значения скалярных произведений скоростей на гранях  $F$  ячейки  $N$  и нормалей  $\mathbf{n}$  к этим граням:

$$\mathbf{v}_{\mathbf{n}F}^{m*} = \overline{(\mathbf{v}_{\mathbf{n}}^{m*})_F} - \overline{(\tilde{A}_N^{-1} \boldsymbol{\alpha})_F} \left( (\nabla P \cdot \mathbf{n})_F^{m-1} - \overline{(\nabla P \cdot \mathbf{n})_F}^{m-1} \right); \quad (9)$$

$$\mathbf{v}'_{\mathbf{n}F} = - \overline{(\tilde{A}_N^{-1} \boldsymbol{\alpha})_F} (\nabla P' \cdot \mathbf{n})_F, \quad (10)$$

Здесь  $\mathbf{v}_{\mathbf{n}F} = ((\mathbf{v}_{1F} \cdot \mathbf{n}), (\mathbf{v}_{2F} \cdot \mathbf{n}), \dots, (\mathbf{v}_{nF} \cdot \mathbf{n}))$ ;  $\tilde{A}_N$  — матрица, получаемая осреднением блоков  $A_N^x$ ,  $A_N^y$  и  $A_N^z$ ;  $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ . Черта сверху в формулах (9) и (10) означает интерполяцию соответствующих значений из центров ячеек с общей рассматриваемой гранью.

Алгоритм одной итерации метода SIMPLE для многофазного случая формулируется следующим образом:

1. Уравнения движения (4) решаются относительно скорости отдельно по координатам, но совместно по фазам.
2. Найденные скорости корректируются на гранях по формуле (9), затем с учетом (5) из (7) и (10) получается система для отыскания поправки давления, введенной в (6).

3. Градиент найденной поправки давления используется в (10) для корректировки потока.
4. Новые значения потока и давления  $P^m$  используются для решения уравнений энергии (3) относительно температур фаз, причем уравнения решаются согласованно по фазам, образуя одну систему.
5. Последовательно решаются уравнения неразрывности относительно объемных концентраций всех фаз, кроме несущей, концентрация которой находится из балансного соотношения (сумма концентраций всех фаз равна единице).

Описанные действия повторяются до сведения итераций по независимым переменным с требуемой точностью.

При числе фаз, равном единице, этот алгоритм сводится к обычному методу SIMPLE.

### Тестовые расчеты

Алгоритм моделирования многофазных течений достаточно сложен, поэтому верификация реализованного программного кода должна быть многоэтапной. В силу того, что он допускает редукцию до однофазного алгоритма, первичная отладка включает проведение тестовых расчетов однофазных течений. Следующим этапом является введение в рассмотрение особенностей, присущих только многофазному случаю: межфазные взаимодействия, многоскоростной характер течения. Ниже приведены результаты расчетов модельных задач, описывающих изотермические многофазные течения с учетом межфазных обменов импульсом.

**Задача 1.** В движущийся с постоянной скоростью поток водяного пара впрыскиваются капли воды. Целью данной задачи является исследование ускорения потока водяных капель паром. Предполагается наличие капель двух размеров — 0,0005 и 0,005 м. Пар представляет собой несущую фазу, а капли — две дисперсные фазы (у каждой фазы свой размер капель). В соответствии с описанной выше математической моделью каждая из трех фаз имеет свою скорость и объемную концентрацию. Скорость входящего в счетную область пара полагается равной 5 м/с, а скорость вводимых капель — 1 м/с. Объемные концентрации дисперсных фаз на входе равны 1%. Свойства водяного пара: вязкость  $10^{-5}$  кг/(м·с), плотность 0,5 кг/м<sup>3</sup>; свойства воды: вязкость 0,001 кг/(м·с), плотность 1000 кг/м<sup>3</sup>. Учитывается межфазное трение между несущей фазой (паром) и каждой из дисперсных фаз (каплями), коэффициент трения при этом полагается равным единице.

Из результатов расчета, показанных на рис. 1, видно, что скорости дисперсных фаз монотонно возрастают. Капли большего размера приобретают меньшую скорость, что соответствует используемой модели трения. Действительно, дисперсные фазы имеют одинаковую концентрацию, в результате у фазы с меньшим размером капель площадь межфазной поверхности будет больше, следовательно, больше и сила трения между этой фазой и несущей.

Дополнительно рассмотрена постановка аналогичной задачи с тремя дисперсными фазами: вода с диаметром капель 0,0005 м, вода с диаметром капель 0,005 м и нефть с диаметром капель 0,0005 м. Свойства нефти: вязкость 0,081 кг/(м·с), плотность 920 кг/м<sup>3</sup>. Концентрации всех дисперсных фаз равны 1%. Коэффициент межфазного трения между каждой из дисперсных фаз и несущей фазой равен единице.

Как видно из результатов, показанных на рис. 2, скорости дисперсных фаз монотонно возрастают, как и в предыдущем случае. Максимальная скорость нефтяной дисперсной фазы превышает скорость водяной фазы с каплями такого же размера на 1,5%. Это объясняется разностью плотностей нефти и воды на 8%. Простая оценка ускорения двух объектов с аналогичной разницей масс под действием одинаковой силы показывает, что разность их скоростей составила бы 3,6%. В используемой модели сила межфазного трения пропорциональна плотности дисперсной фазы ( $\rho = \alpha_p \rho_p$ ) и квадрату разности скоростей несущей и дисперсной фаз, в силу чего перепад скоростей получается меньше приведенной оценки. Таким образом, найденное распределение скоростей дисперсных фаз демонстрирует правильные тенденции и физически непротиворечиво.

**Задача 2.** Целью данной задачи является изучение отстаивания двухфазной смеси в прямоугольном резервуаре высотой 1 м. Из-за действия сил гравитации более тяжелая фаза концентрируется

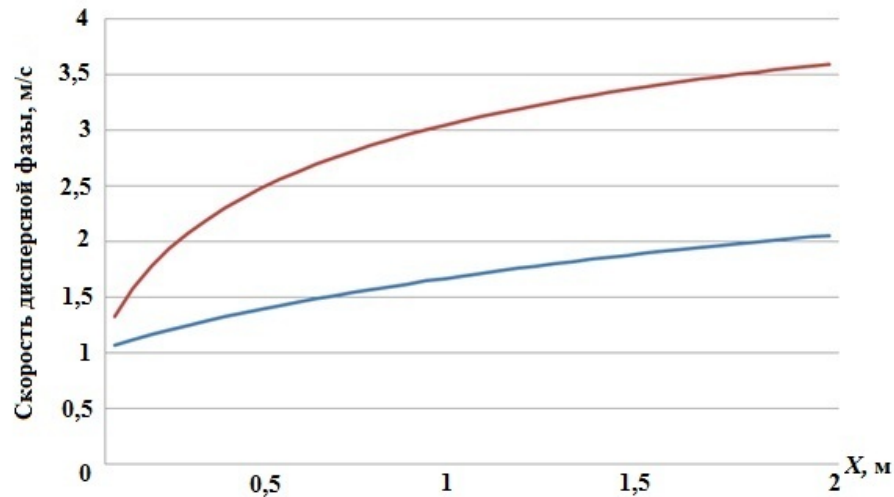


Рис. 1. Задача 1. Распределение скоростей двух дисперсных фаз вдоль оси  $X$ : —  $d = 0,005$ ; —  $d = 0,0005$

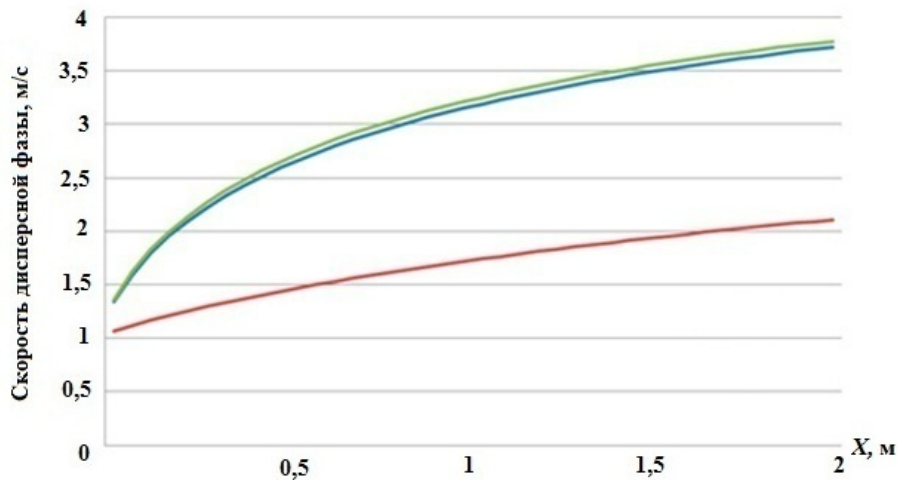


Рис. 2. Задача 1. Распределение скоростей трех дисперсных фаз вдоль оси  $X$ : — вода,  $d = 0,0005$  м; — вода,  $d = 0,005$  м; — нефть

у основания сосуда, и через некоторое время эта фаза полностью заполняет нижнюю часть резервуара, вытеснив легкую фазу наверх.

Смесь состоит из двух веществ — более тяжелой несущей фазы (воды) с плотностью  $1000 \text{ кг/м}^3$  и вязкостью  $0,001 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$  и дисперсной фазы (воздуха) с плотностью  $1 \text{ кг/м}^3$  и вязкостью  $1,85 \times 10^{-5} \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$ . Межфазное трение рассчитывается по модели Шиллера–Науманна.

Рассматривались три постановки задачи: 10 % воздуха и 90 % воды, 20 % воздуха и 80 % воды, 50 % воздуха и 50 % воды.

Результаты проведенных расчетов (рис. 3–5) показывают, что разделение фаз происходит в широком диапазоне начальных условий (концентрация легкой фазы от 10 до 50 %). Время разделения фаз возрастает с уменьшением содержания в исходной смеси тяжелой фазы. Положение границы раздела фаз точно соответствует их объемному соотношению, что в силу несжимаемости фаз свидетельствует о сохранении их масс.

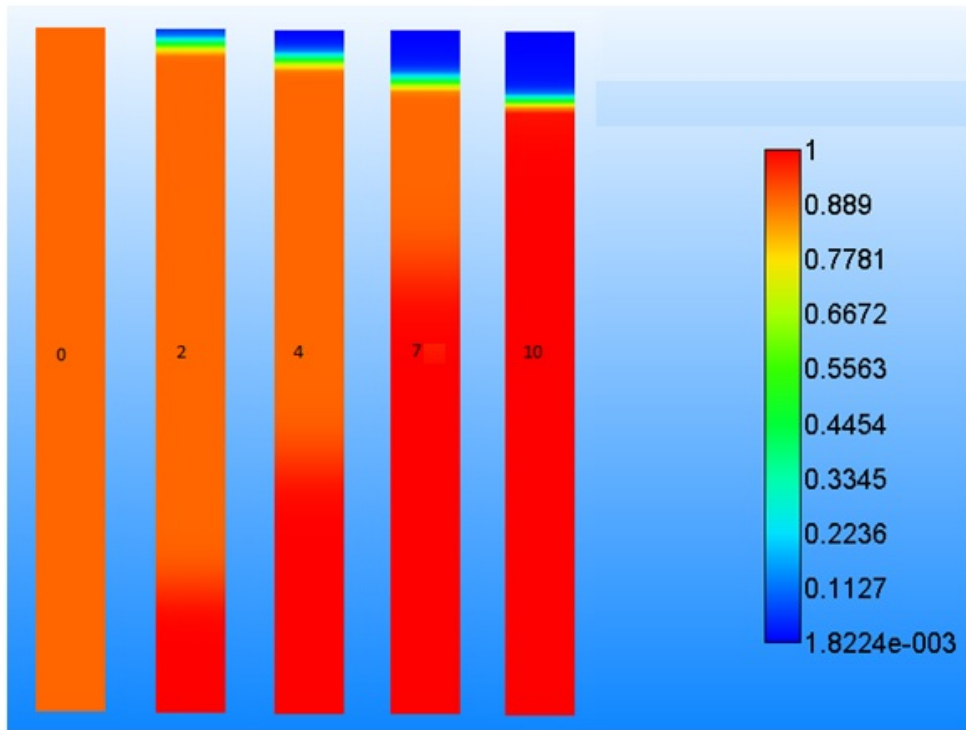


Рис. 3. Распределение объемной доли несущей фазы на разные моменты времени (0, 2, 4, 7 и 10 с) при расчете задачи 2 в первой постановке

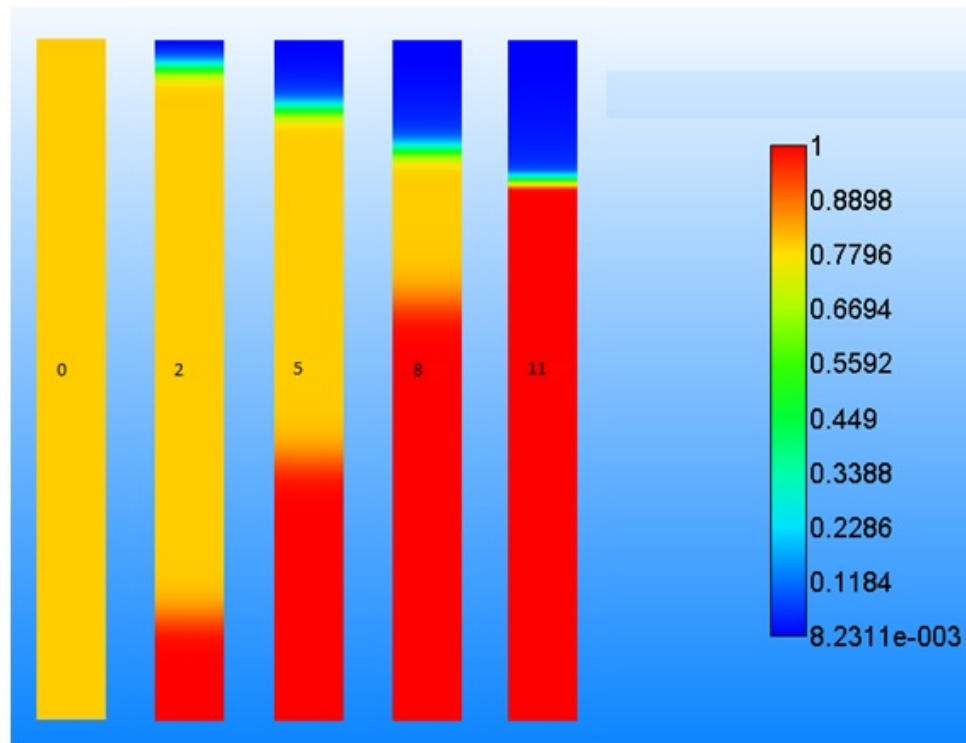


Рис. 4. Распределение объемной доли несущей фазы на разные моменты времени (0, 2, 5, 8 и 11 с) при расчете задачи 2 во второй постановке



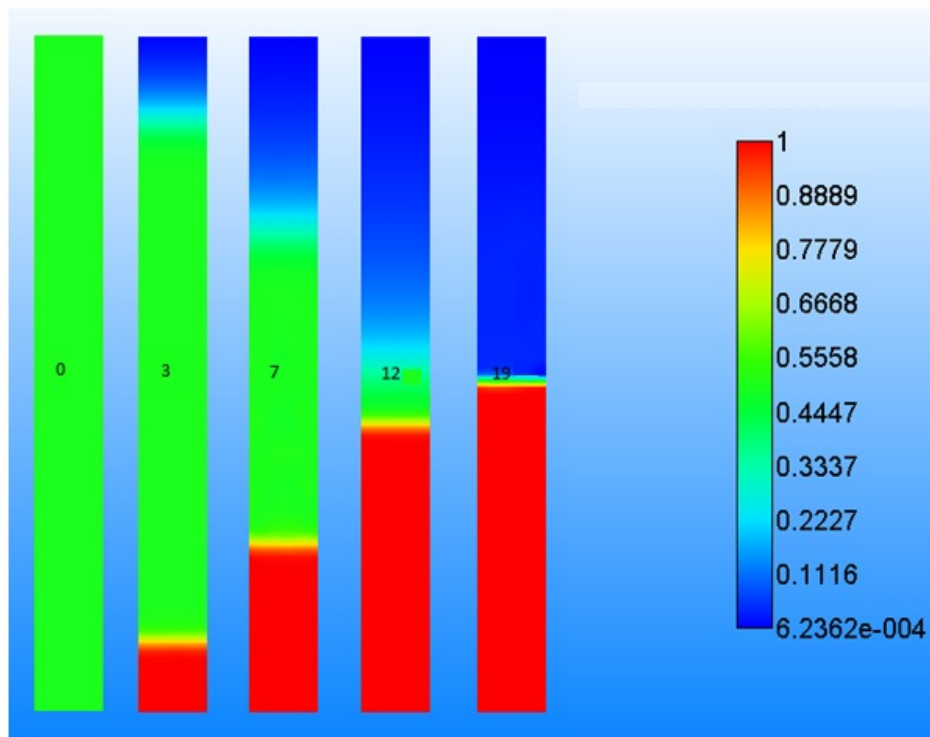


Рис. 5. Распределение объемной доли несущей фазы на разные моменты времени (0, 3, 7, 12 и 19 с) при расчете задачи 2 в третьей постановке

### Заключение

В статье описана новая функциональная возможность пакета программ "Логос", предназначенная для решения сложных задач инженерного анализа, связанных с течениями многофазных сред с учетом межфазных взаимодействий. Лежащий в основе реализованной математической модели многожидкостный подход с описанием каждой фазы своими плотностями, скоростями и температурами ориентирован на моделирование интенсивных течений с динамично изменяющейся топологией межфазных границ и значительными межфазными обменами. Очевидно, что применимость соответствующего программного модуля должна быть подтверждена масштабными верификационными расчетами.

В данной работе рассмотрены несколько простых тестовых задач, описывающих изотермические многофазные течения. Полученные численные решения физически непротиворечивы, что можно считать первичным подтверждением применимости рассмотренного алгоритма. Дальнейшие работы должны быть направлены на поэтапное расширение верификационной базы многофазного модуля пакета программ "Логос", включающее усложнение геометрии задач, расширение диапазона свойств жидкости и газа, одновременный учет большего числа межфазных взаимодействий и пр. Это позволит перейти к задачам, описывающим процессы с известными экспериментальными данными и решению промышленно ориентированных задач.

### Список литературы

1. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред. Часть I. М.: Наука, 1987.  
*Nigmatulin R. I.* Dinamika mnogofaznykh sred. Chast I. М.: Nauka, 1987.
2. *Бахрах С. М., Глаголева Ю. П., Самигулин М. С., Фролов В. Д., Яценко Н. Н., Янилкин Ю. В.* Расчет газодинамических течений на основе метода концентраций // Докл. АН СССР. 1981. Т. 257, № 3. С. 566–569.

- Bakhrakh S. M., Glagoleva Yu. P., Samigulin M. S., Frolov V. D., Yanenko N. N., Yanilkin Yu. V.* Raschet gazodinamicheskikh techeniy na osnove metoda kontsentratsiy. Dokl. AN SSSR. 1981. T. 257, № 3. S. 566–569.
3. *Hirt C. W., Nichols B. D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // J. Comp. Phys. 1981. Vol. 39. P. 201–226.
  4. *Podowski M. Z.* On the consistency of mechanistic multidimensional modeling of gas/liquid two-phase flows // Nucl. Eng. Design. 2009. Vol. 239, No 5. P. 933–940.
  5. *Patankar S. V., Spalding D. B.* A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows // Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. Vol. 15. P. 1787–1806.
  6. *Козелков А. С., Куруллин В. В., Тятюшккина Е. С., Пучкова О. Л., Лашкин С. В.* Реализация метода расчета вязкой несжимаемой жидкости с использованием многосеточного метода на основе алгоритма SIMPLE в пакете программ ЛОГОС // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2013. Вып. 4. С. 44–56.  
*Kozelkov A. S., Kurulin V. V., Tyatyushkina E. S., Puchkova O. L., Lashkin S. V.* Realizatsiya metoda rascheta vyazkoy neshhimaemoy zhidkosti s ispolzovaniem mnogosetochnogo metoda na osnove algoritma SIMPLE v pakete programm LOGOS // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2013. Vyp. 4. S. 44–56.
  7. *Betelin V. B., Shagaliev R. M., Aksenov S. V., Belyakov I. M., Deryugin Yu. N., Kozelkov A. S., Korchazhkin D. A., Nikitin V. F., Sarazov A. V., Zelenskiy D. K.* Mathematical simulation of hydrogen–oxygen combustion in rocket engines using LOGOS code // Acta Astronautica. 2014. Vol. 96. P. 53–64.
  8. *Podowski M. Z.* Toward Mechanistic Modeling of Boiling Heat Transfer // Nucl. Eng. Techn. 2012. Vol. 44, No 8. P. 889–896.
  9. *Самигулин М. С., Спиридонов В. Ф., Воронова О. А., Данилов Ю. Ф., Шкарубский В. В., Тарасова А. Н., Авдеев П. А., Артамонов М. В., Величко С. В.* Методика численного моделирования двумерных течений дисперсных сред на лагранжево-эйлеровых расчетных сетках // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2013. Вып. 4. С. 31–43.  
*Samigulin M. S., Spiridonov V. F., Voronova O. A., Danilov Yu. F., Shkarubskiy V. V., Tarasova A. N., Avdeev P. A., Artamonov M. V., Velichko S. V.* Metodika chislenogo modelirovaniya dvumernykh techeniy dispersnykh sred na lagranzhevo-eylerovykh raschetnykh setkakh // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2013. Vyp. 4. S. 31–43.
  10. *Самигулин М. С., Кучерова П. А., Ёлкина А. Л., Тагирова И. Ю., Данилов Ю. Ф., Невмерзичский Н. В.* Модель диспергирования среды на границе "жидкость-газ" // Там же. 2017. Вып. 1. С. 17–29.  
*Samigulin M. S., Kucherova P. A., Yelkina A. L., Tagirova I. Yu., Danilov Yu. F., Nevmerzhiyskiy N. V.* Model dispergirovaniya sredy na granitse "zhidkost-gaz" // Tam zhe. 2017. Vyp. 1. S. 17–29.
  11. *Sobieski W.* Drag coefficient in solid–fluid system modeling with the Eulerian multiphase model // Drying Technology: An Int. J. 2011. Vol. 29. P. 111–125.
  12. *Kolev N. I.* Multiphase Flow Dynamics 2: Thermal and Mechanical Interactions. 3rd ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007.
  13. *Lahey R. T., Jr.* The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow // Int. J. Multiphase Flow. 1987. Vol. 13, Issue 1. P. 113–121.
  14. *Lahey R. T., Jr.* The analysis of phase separation and phase distribution phenomena using two-fluid models // Nucl. Eng. Design. 1990. Vol. 122, Issue 1–3. P. 17–40.
  15. *Antal S. P., Lahey R. T., Jr., Flaherty J. E.* Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow // Int. J. Multiphase Flow. 1991. Vol. 17, Issue 5. P. 635–652.

16. *Schiller L., Naumann A.* Uber die grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung // VDI Zeits. 1933. Vol. 77, No 12. P. 318—320.
17. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.  
*Patankar S.* Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti. M.: Energoatomizdat, 1984.
18. *Kunz R. F., Siebert B. W., Cope W. K., Foster N. F., Antal S. P., Ettorre S. M.* A coupled phasic exchange algorithm for three-dimensional multy-field analysis of heated flows with mass transfer // Computers & Fluids. 1998. Vol. 27, No 7. P. 741—768.
19. *Ferziger J. H., Peric M.* Computational Methods for Fluid Dynamics. 3rd ed. Springer-Verlag, 1997.
20. *Rhie C. M., Chow W. L.* Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation // AIAA J. 1983. Vol. 21, No 11. P. 1525—1532.

Статья поступила в редакцию 16.01.20.

EULERIAN MULTI-PHASE FLOW SIMULATIONS BASED ON THE SIMPLE METHOD / O. G. Bliznyuk, O. E. Vlasova, A. V. Gichuk, A. S. Kozelkov, I. V. Lyalyushkina (FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, Nizhniy Novgorod region).

Specific details of using the SIMPLE method for multi-phase flow simulations involving phase interactions are described. A multi-fluid model is used, in which each phase has its own density, velocity and temperature. Results of some test simulations are reported for the algorithm implemented in the software package "Logos"

*Keywords:* multi-phase flow, numerical simulations, SIMPLE method, "Logos" software package.

---