

УДК 519.6

АЛГОРИТМЫ КОНТРОЛЯ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В МЕТОДИКЕ "ТИМ"

С. С. Соколов, А. А. Пушкарёв, В. Н. Мотлохов
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Приводится описание трех алгоритмов контроля скорости распространения фронта детонационной волны ВВ, разработанных для неструктурированных многоугольных и многогранных сеток. Первый алгоритм является алгоритмом *точного* контроля, при котором время детонации для всех ячеек сетки, содержащих ВВ, определяется один раз в начале расчета. Второй — алгоритм *пошагового* контроля, позволяющий уточнять время прихода детонационной волны в каждую ячейку в процессе расчета по временам ее прихода в ячейки из окружения рассматриваемой. Оба эти алгоритма достаточно экономичны, но имеют определенные ограничения для расчета широкого круга прикладных задач. Третий алгоритм представляет собой развитие алгоритма пошагового контроля. В нем точность расчета времени детонации каждой ячейки с ВВ повышается за счет учета направления движения фронта детонационной волны. В отличие от базового алгоритма, пошагового контроля, в котором время детонации ячейки корректируется исходя из поочередного рассмотрения каждой детонировавшей соседней ячейки, здесь время детонации данной ячейки подправляется при рассмотрении соседних между собой ячеек первого слоя ее окружения. Третий алгоритм является универсальным и применим для проведения расчетов с контролем детонации ВВ в областях со сложными формами и геометриями, но является более затратным по вычислениям, чем два первых. Для демонстрации применимости алгоритмов приведены результаты расчетов нескольких методических задач по распространению детонационной волны в ВВ по методикам ТИМ и ТИМ-2D, предназначенным для расчета задач механики сплошной среды на неструктурированных многогранных и многоугольных сетках с произвольным количеством связей в узлах.

Ключевые слова: методика ТИМ, взрывчатое вещество, стационарная детонация, фронт детонационной волны, скорость распространения детонационной волны, неструктурированные сетки.

Введение

Методики ТИМ-2D и ТИМ [1, 2] предназначены для расчета многомерных задач механики сплошных сред с использованием лагранжева подхода на многоугольных и многогранных неструктурированных сетках. Они позволяют проводить расчеты процессов нестационарной газовой динамики, упругопластичности, теплопроводности, детонации на сетках с произвольным количеством связей в узлах (количеством примыкающих ячеек и ребер).

В методиках ТИМ-2D и ТИМ для моделирования процесса распространения стационарной детонации взрывчатого вещества (ВВ) используется модель Чепмена—Жуге с контролем скорости распространения фронта детонационной волны (ДВ) [3]. Алгоритмы контроля разделены на два типа: *точного* контроля (с использованием различного рода эволюентов) и *пошагового* контроля [4].

В алгоритмах обоих типов рассчитываются времена прихода фронта ДВ в центры ячеек, содержащих ВВ.

Суть точного контроля состоит в следующем. Исходя из поверхностей или точек инициирования в начальный момент времени и геометрии задачи определяются кратчайшие пути движения ДВ и соответствующие им расстояния от точек инициирования до центров всех ячеек с ВВ. После этого с учетом скорости детонации находятся времена прихода фронта ДВ в ячейки.

Алгоритм пошагового контроля отличается от точного тем, что момент прихода стационарной ДВ в соответствующую точку счетной сетки вычисляется и может быть откорректирован в процессе проведения расчета. Зная поверхности или точки инициирования в начальный момент времени, а также ячейки, сдетонировавшие на предыдущем счетном шаге, можно определить времена прихода фронта ДВ в ближайшие к ним ячейки ВВ на каждом следующем временном шаге. В данном алгоритме использован подход, в котором времена прихода фронта ДВ в данную ячейку определяются по временам прихода фронта ДВ в ячейки, ее окружающие. Некоторые алгоритмы пошагового контроля для случая структурированных сеток были ранее рассмотрены в работах [5–7].

Применимость алгоритмов контроля, достоинства и недостатки

Использование того или иного способа контроля зависит от формы геометрии счетной области с ВВ и наличия инертного слоя, через который может передаваться детонация. Например, на рис. 1 приведен пример геометрии, для которой возможно использование алгоритмов точного контроля. Здесь в области, ограниченной слева, справа и сверху прямыми, а снизу — синусоидальной кривой, расположено ВВ. Точка инициирования находится в левом нижнем углу.

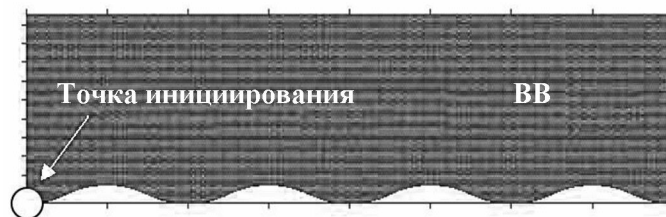


Рис. 1. Пример геометрии, для которой возможно использование алгоритмов точного контроля

На рис. 2, напротив, приведен пример геометрии, для которой использование алгоритмов точного контроля невозможно. Здесь ВВ задано в двух областях, разделенных инертным слоем. Инициирование задается по отрезкам AB , CD и EF внешней границы. Видно, что для верхнего слоя ВВ можно использовать точный контроль, а для нижнего — нельзя: в нем возможно возбуждение детонации, связанное с трансляцией ударно-волнового воздействия от верхнего слоя ВВ через инертный слой, более раннее, чем от заданной поверхности инициирования для этой области.

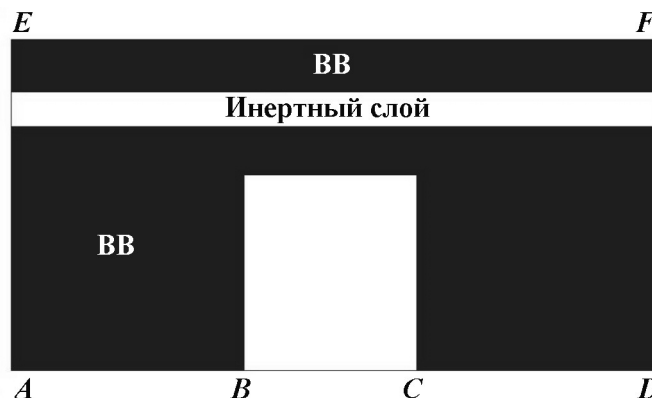


Рис. 2. Пример геометрии, для которой невозможно использование алгоритмов точного контроля

Недостатками алгоритма точного контроля являются сложность описания границ в случае большого числа зон затенения (зон ВВ вне прямой видимости точек инициирования) в исходной геометрии, предположение о постоянстве скорости детонации, невозможность применения алгоритма при наличии инертного слоя, через который может передаваться детонация. К достоинствам же следует отнести точное вычисление времен детонации для относительно простых геометрических форм тел, содержащих ВВ.

Достоинствами алгоритма пошагового контроля являются независимость от сложности начальной геометрии области с ВВ, отсутствие предположения о постоянстве скорости детонации в различных слоях ВВ, возможность передачи детонации через инертный слой. К недостаткам можно отнести ненулевую погрешность определения моментов времени детонации.

Точный контроль для двумерных задач

При решении двумерных задач, где применяется алгоритм точного контроля скорости распространения фронта ДВ, процедура определения времени детонации на сетке выполняется один раз в начале счета; при этом вычисляются времена прихода фронта ДВ для каждой ячейки.

Общая схема алгоритма определения моментов времени детонации для всех ячеек сетки, которые используются при точном контроле фронта ДВ, следующая:

1. Задание множества точек инициирования (заданная поверхность инициирования аппроксимируется дискретным набором точек).
2. Если в системе присутствуют теневые зоны ВВ относительно множества точек инициирования, то формирование огибающей кривой для области, содержащей ВВ, которая определяется по граничным узлам.
3. Для каждой ячейки, содержащей ВВ, определение минимального расстояния до множества точек инициирования с учетом огибания криволинейных границ (внешних или описывающих инертные вещества).
4. Исходя из скорости распространения ДВ вычисление по найденному расстоянию времени прихода фронта ДВ для каждой ячейки.

Суть алгоритма нахождения расстояния от текущей точки из множества точек инициирования до центра ячейки с ВВ с учетом огибания криволинейной границы ВВ заключается в следующем:

1. Определение, находится ли ячейка в прямой видимости от точки инициирования.
2. Если ячейка не находится в прямой видимости, то
 - а) поиск касательной (точки касания 1) к огибающей из точки инициирования или ближайшей точки преломления огибающей (определяется по смене знака производной радиусавектора из точки инициирования в точку кривой) и нахождение расстояния от точки инициирования до точки касания 1;
 - б) поиск касательной (точки касания 2) к огибающей из центра ячейки или точки преломления огибающей, ближайшей к центру ячейки, и нахождение расстояния от центра ячейки до точки касания 2;
 - в) определение длины участка границы огибающей между точками касания 1 и 2;
 - г) определение длины пути ДВ до центра ячейки как суммы расстояний, найденных в пп. а–в.
3. Если центр ячейки находится в прямой видимости, т. е. нет точек пересечения границы ВВ с отрезком прямой между точкой инициирования и центром ячейки, то искомое расстояние есть длина этого отрезка.

Далее на каждом шаге расчета (для всех ячеек сетки, содержащих ВВ) проводятся сравнение рассчитанного по алгоритму точного контроля времени детонации с временами детонации, уже полученными для других точек из множества точек инициирования, и выбор из этих времен минимального.

Пошаговый контроль для двумерных и трехмерных задач

При решении прикладных задач, где нет возможности описания огибающей для области с ВВ или присутствуют инертные слои, через которые возможна передача детонации, применение алгоритмов точного контроля на неструктурированных многоугольных и многогранных сетках становится затруднительным. В этом случае в методиках ТИМ-2D и ТИМ используются алгоритмы пошагового контроля. Рассмотрим алгоритм пошагового контроля более подробно.

Назовем первым слоем окружения рассматриваемой ячейки все ячейки, которые имеют с данной ровно одно общее ребро. Пример первого слоя ячеек приведен на рис. 3, а (для простоты будем рассматривать двумерный случай). Темным цветом выделены ячейки первого слоя окружения для ячейки с номером 922 (сама ячейка 922 в окружение не входит).

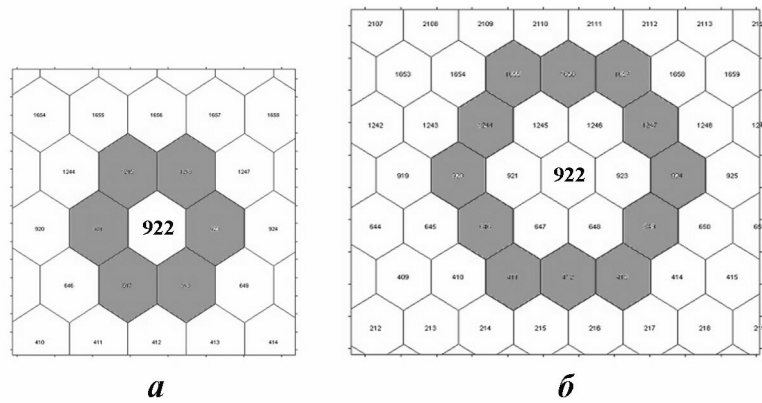


Рис. 3. Примеры первого (а) и второго (б) слоев окружения ячейки 922

Определим второй слой окружения ячейки таким образом. Возьмем все ячейки первого слоя окружения для данной ячейки и для каждой такой ячейки возьмем ее первый слой окружения. Множество всех полученных ячеек, за исключением исходной и первого слоя окружения, назовем вторым слоем окружения ячейки. Пример второго слоя ячеек приведен на рис. 3, б. Темным цветом выделены ячейки второго слоя окружения для ячейки с номером 922. Третий слой окружения ячейки (необходим при расчете трехмерных задач) определяется аналогично второму слою.

Алгоритм пошагового контроля (по временной переменной) заключается в следующем:

1. Ячейки из заранее известного списка (из постановки задачи) объявляются сдетонировавшими, их времена детонации полагаются равными временам инициирования соответствующих точек инициирования (в соответствии с начальными условиями). Например, при задании мгновенного инициирования на внешней поверхности области все ячейки, прилегающие к данной границе, объявляются сдетонировавшими на начальный момент времени, и этот момент времени считается временем их детонации.
2. На каждом временном шаге расчета для каждой еще не сдетонировавшей ячейки проводится контроль скорости распространения фронта ДВ. Берется окружение ячейки (первый слой, или первый и второй, или второй и третий). Для всех ячеек окружения просматриваются их времена детонации, и отбираются те ячейки, которые уже сдетонировали или будут сдетонированы на данном шаге. Из отобранных ячеек выявляются те, ДВ от которых успела дойти до текущей ячейки за рассматриваемое время. Наименьшее время прихода ДВ из таких ячеек в данную принимается за время детонации данной ячейки.

Коррекция пошагового контроля за счет учета направления движения фронта ДВ

Стоит отметить, что алгоритм пошагового контроля обладает относительно невысокой точностью для описания распространения фронта ДВ на неструктурированных многоугольных или многогранных сетках. Поэтому для повышения точности расчета времен детонации ячеек при использовании пошагового метода был разработан дополнительный алгоритм, суть которого заключается в следующем.

Если при пошаговом контроле время детонации данной ячейки определяется как время прихода ДВ от одной из ячеек ее окружения, то коррекция контроля осуществляется за счет учета направления движения фронта ДВ и время детонации данной ячейки подправляется при попарном рассмотрении соседних ячеек первого слоя окружения [4].

Алгоритм коррекции времен детонации для двумерного случая. Пусть необходимо по известным временам прихода фронта ДВ в ячейки с центрами C_1 и C_2 (ячейки C_1 и C_2) определить время прихода фронта ДВ в ячейку с центром в точке C (ячейку C) (рис. 4).

Суть коррекции заключается в следующем. Зная времена t_{C_1} и t_{C_2} прихода ДВ в ячейки C_1 и C_2 и считая, что изменение времени движения ДВ от C_1 к C_2 происходит линейно, можно определить время прихода фронта ДВ для любой точки K на отрезке C_1C_2 линейной интерполяцией. Взяв за параметр r расстояние $|C_1K|$ (см. рис. 4) и найдя минимум функции $t_K + |CK|/D$ по этому параметру, где D — значение скорости детонации, скорректируем время прихода фронта ДВ в ячейку C от пары ячеек C_1 и C_2 . Беря первый слой окружения для данной ячейки и проводя коррекцию по каждой паре соседних ячеек в этом слое, находим минимальное время детонации для данной ячейки.

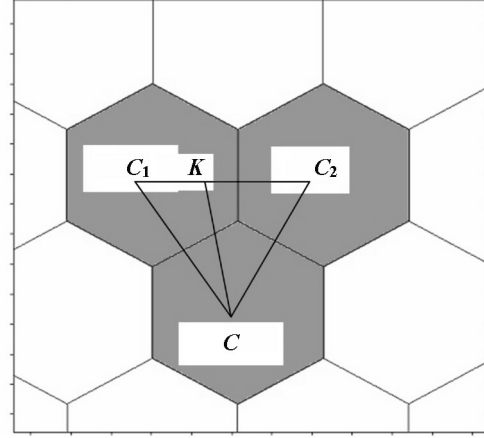


Рис. 4. Коррекция контроля за счет учета направления движения фронта ДВ в двумерном случае

Опишем алгоритм получения времени детонации от пары ячеек более подробно:

1. Обозначив $R = |C_1C_2|$, $r = |C_1K|$, найдем расстояние $|CK|$ по теореме косинусов для треугольника CC_1K :

$$|CK| = \sqrt{r^2 - ar + \beta}, \quad \text{где} \quad a = 2 \frac{\overrightarrow{C_1C_2}}{|R|} \cdot \overrightarrow{C_1C}, \quad \beta = |CC_1|^2.$$

2. Представим время детонации в точке K как некую функцию $f_1(r) = \gamma r + t_{C_1}$, где $\gamma = (t_{C_2} - t_{C_1})/R$.
3. Рассмотрим функцию $f(r) = f_1(r) + |CK|/D = \gamma r + t_{C_1} + \sqrt{r^2 - ar + \beta}/D$. Исследуем ее на минимум:

$$f(r) \xrightarrow{r \in [0, R]} \min \Rightarrow \frac{df(r)}{dr} = \frac{2r - a}{2D\sqrt{r^2 - ar + \beta}} + \gamma = 0 \Rightarrow 2\gamma D\sqrt{r^2 - ar + \beta} = a - 2r.$$

Уравнение может иметь решение только при $\gamma(a - 2r) \geq 0$. Возведя его в квадрат, получим

$$Ar^2 + Br + E = 0, \quad \text{где} \quad A = 4\gamma^2 D^2 - 4; \quad B = 4a - 4\gamma^2 D^2 a; \quad E = 4\gamma^2 D^2 \beta - a^2.$$

В зависимости от знака дискриминанта уравнение имеет один корень, два корня или не имеет корней. Если уравнение имеет корни, то отбираются только те, которые удовлетворяют условиям $\gamma(a - 2r) \geq 0$ и $r \in [0, R]$.

4. Выбираем наименьшее из значений $f(0)$, $f(R)$, $f(r_1)$, $f(r_2)$, где r_1 и r_2 — подходящие корни уравнения, если они есть.

Полученное значение принимается за время детонации рассматриваемой ячейки с центром в точке C .

Алгоритм коррекции времен детонации для трехмерного случая. Пусть необходимо по известным временам прихода фронта ДВ в ячейки с центрами C_1 , C_2 и C_3 определить время прихода фронта ДВ в ячейку с центром в точке C (рис. 5).

Зная времена t_{C_1} , t_{C_2} и t_{C_3} и считая, что изменение времени движения ДВ в треугольнике $C_1C_2C_3$ происходит линейно, можно определить время прихода фронта ДВ для любой точки плоскости K интерполяцией. Взяв за параметры α , β , γ весовые множители радиусов-векторов \vec{r}_{C_1} , \vec{r}_{C_2} и \vec{r}_{C_3}

точек C_1 , C_2 и C_3 для точки K ($\vec{r}_K = \alpha\vec{r}_{C_1} + \beta\vec{r}_{C_2} + \gamma\vec{r}_{C_3}$) и считая, что время прихода фронта ДВ в точку K получается по формуле $t_K = \alpha t_{C_1} + \beta t_{C_2} + \gamma t_{C_3}$, найдем минимум функции $t_K + |CK|/D$ (D — значение скорости детонации) по этим параметрам и скорректируем время прихода фронта ДВ в ячейку C от тройки ячеек C_1 , C_2 и C_3 . Беря первый слой окружения для данной ячейки и проводя коррекцию по каждой тройке соседних ячеек в этом слое, находим минимальное время детонации для данной ячейки.

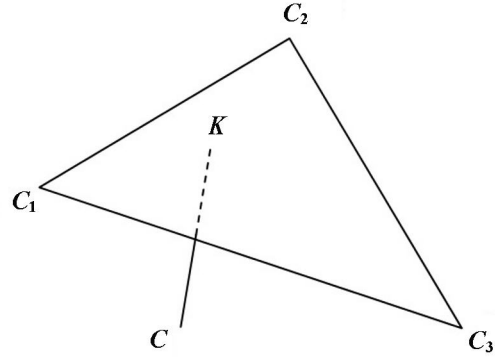


Рис. 5. Коррекция контроля за счет учета направления движения фронта ДВ в трехмерном случае

Опишем формулы для получения времени детонации от тройки ячеек более подробно:

1. Для произвольной точки K , лежащей в плоскости $C_1C_2C_3$ внутри треугольника $C_1C_2C_3$, при введенных обозначениях справедливо равенство $\vec{r}_K = \alpha\vec{r}_{C_1} + \beta\vec{r}_{C_2} + \gamma\vec{r}_{C_3}$, где $\alpha + \beta + \gamma = 1$ и $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\gamma \geq 0$. Отсюда $\vec{r}_K = \alpha(\vec{r}_{C_1} - \vec{r}_{C_3}) + \beta(\vec{r}_{C_2} - \vec{r}_{C_3}) + \vec{r}_{C_3}$.
2. Определим время прихода ДВ в точку K по следующей формуле:

$$t_K = \alpha t_{C_1} + \beta t_{C_2} + \gamma t_{C_3} = \alpha t_{C_1} + \beta t_{C_2} + (1 - \alpha - \beta)t_{C_3} = \alpha(t_{C_1} - t_{C_3}) + \beta(t_{C_2} - t_{C_3}) + t_{C_3}.$$

3. Обозначим $\vec{r}_{C_1} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{r}_{C_2} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{r}_{C_3} = (x_3, y_3, z_3)$, $\vec{r}_C = (x_0, y_0, z_0)$, $\vec{r}_K = (x_K, y_K, z_K)$. Тогда

$$\vec{r}_K = (x_K, y_K, z_K) = \left(\alpha(x_1 - x_3) + \beta(x_2 - x_3) + x_3, \alpha(y_1 - y_3) + \beta(y_2 - y_3) + y_3, \alpha(z_1 - z_3) + \beta(z_2 - z_3) + z_3 \right).$$

4. Представим время детонации в точке C как некую функцию $f(\alpha, \beta) = t_K + |CK|/D$.
5. Найдем

$$|CK|^2 = [\alpha(x_1 - x_3) + \beta(x_2 - x_3) + x_3 - x_0]^2 + [\alpha(y_1 - y_3) + \beta(y_2 - y_3) + y_3 - y_0]^2 + [\alpha(z_1 - z_3) + \beta(z_2 - z_3) + z_3 - z_0]^2 = A\alpha^2 + B\beta^2 + 2M\alpha\beta + 2N\alpha + 2P\beta + L,$$

где

$$\begin{aligned} A &= |C_1C_3|^2; & B &= |C_2C_3|^2; & L &= |CC_3|^2; \\ M &= (x_1 - x_3)(x_2 - x_3) + (y_1 - y_3)(y_2 - y_3) + (z_1 - z_3)(z_2 - z_3); \\ N &= (x_1 - x_3)(x_3 - x_0) + (y_1 - y_3)(y_3 - y_0) + (z_1 - z_3)(z_3 - z_0); \\ P &= (x_2 - x_3)(x_3 - x_0) + (y_2 - y_3)(y_3 - y_0) + (z_2 - z_3)(z_3 - z_0). \end{aligned}$$

6. Исследуем функцию

$$f(\alpha, \beta) = t_K + \frac{|CK|}{D} = \alpha(t_1 - t_3) + \beta(t_2 - t_3) + t_3 + \frac{\sqrt{A\alpha^2 + B\beta^2 + 2M\alpha\beta + 2N\alpha + 2P\beta + L}}{D}$$

на минимум ($f(\alpha, \beta) \rightarrow \min$) при условии $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\alpha + \beta \leq 1$.

Рассмотрим функцию

$$\begin{aligned} g(\alpha, \beta) &= D(f(\alpha, \beta) - t_3) = D\alpha(t_1 - t_3) + D\beta(t_2 - t_3) + \sqrt{A\alpha^2 + B\beta^2 + 2M\alpha\beta + 2N\alpha + 2P\beta + L} = \\ &= \alpha T_1 + \beta T_2 + \sqrt{A\alpha^2 + B\beta^2 + 2M\alpha\beta + 2N\alpha + 2P\beta + L}, \end{aligned}$$

где $T_1 = D(t_1 - t_3)$; $T_2 = D(t_2 - t_3)$.

Очевидно, точки минимума $g(\alpha, \beta)$ будут точками минимума $f(\alpha, \beta)$. Найдем точки минимума $g(\alpha, \beta)$. Составим функцию Лагранжа $L(\alpha, \beta) = \lambda_1 g(\alpha, \beta) + \lambda_2(\alpha + \beta - 1) + \lambda_3(-\alpha) + \lambda_4(-\beta)$, где не все λ_i равны нулю одновременно. Необходимые условия ее минимума:

– стационарность

$$L_\alpha(\alpha, \beta) = 0; \quad L_\beta(\alpha, \beta) = 0,$$

т. е.

$$\lambda_1 g_\alpha(\alpha, \beta) + \lambda_2 - \lambda_3 = 0; \quad \lambda_1 g_\beta(\alpha, \beta) + \lambda_2 - \lambda_4 = 0; \quad (1)$$

– дополняющая нежесткость

$$\lambda_2(\alpha + \beta - 1) = 0; \quad \lambda_3(-\alpha) = 0; \quad \lambda_4(-\beta) = 0; \quad (2)$$

– неотрицательность

$$\lambda_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (3)$$

Не приводя выкладок, выпишем полный результат по решению системы (1)–(3), состоящий из семи частей:

- 1) $\alpha = 0, \beta = 0$, если $g_\alpha(0, 0) \geq 0$ и $g_\beta(0, 0) \geq 0$;
- 2) $\alpha = \alpha_1, \beta = 0$, где α_1 находится из условий $g_\alpha(\alpha_1, 0) = 0, g_\beta(\alpha_1, 0) \geq 0$;
- 3) $\alpha = 1, \beta = 0$, если $g_\alpha(1, 0) \leq 0, -g_\alpha(1, 0) + g_\beta(1, 0) \geq 0$;
- 4) $\alpha = \alpha_1, \beta = \beta_1$, где α_1, β_1 удовлетворяют системе
$$\begin{cases} g_\alpha(\alpha_1, \beta_1) = 0; \\ g_\beta(\alpha_1, \beta_1) = 0; \end{cases}$$
- 5) $\alpha = \alpha_1, \beta = \beta_1$, где α_1, β_1 удовлетворяют системе
$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 1; \\ g_\alpha(\alpha_1, \beta_1) = g_\beta(\alpha_1, \beta_1); \end{cases}$$
- 6) $\alpha = 0, \beta = 1$, если $g_\beta(0, 1) \leq 0, g_\alpha(0, 1) - g_\beta(0, 1) \geq 0$;
- 7) $\alpha = 0, \beta = \beta_1$, где β_1 находится из условий $g_\beta(0, \beta_1) = 0, g_\alpha(0, \beta_1) \geq 0$.

Определяем по данным решениям минимум функции $g(\alpha, \beta)$, а с ней и минимум функции $f(\alpha, \beta) = g(\alpha, \beta)/D + t_3$. Полученное значение принимается за время детонации ячейки с центром в точке C .

Результаты методических расчетов

Рассмотрим модельную задачу о распространении ДВ в зависимости от способа ее инициирования для двумерного и трехмерного случаев. Геометрия модельной задачи для двумерного случая и трехмерного случая в плоскости сечения Oxy представлена в виде прямоугольника $5\text{ см} \times 6\text{ см}$, как показано на рис. 6. Область, заполненная инертным веществом, представлена в виде прямоугольника $2\text{ см} \times 1\text{ см}$ и расположена на высоте 2 см над осью Ox , вся остальная область заполнена ВВ. Скорость распространения фронта ДВ равна $D = 8,83\text{ км/с}$. В трехмерном случае толщина модельной сборки равна 1 см . Для расчета области с ВВ в двумерном случае использовалась сетка из $2\,900$ многоугольников, в трехмерном — из $28\,300$ многогранников.

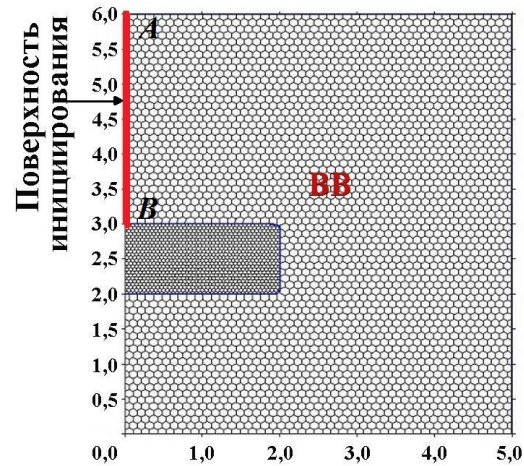


Рис. 6. Геометрия модельной задачи

Распространение фронта плоской ДВ с учетом огибания инертного слоя. Иницирование задается по отрезку AB левой верхней границы (см. рис. 6). На рис. 7 показаны положения

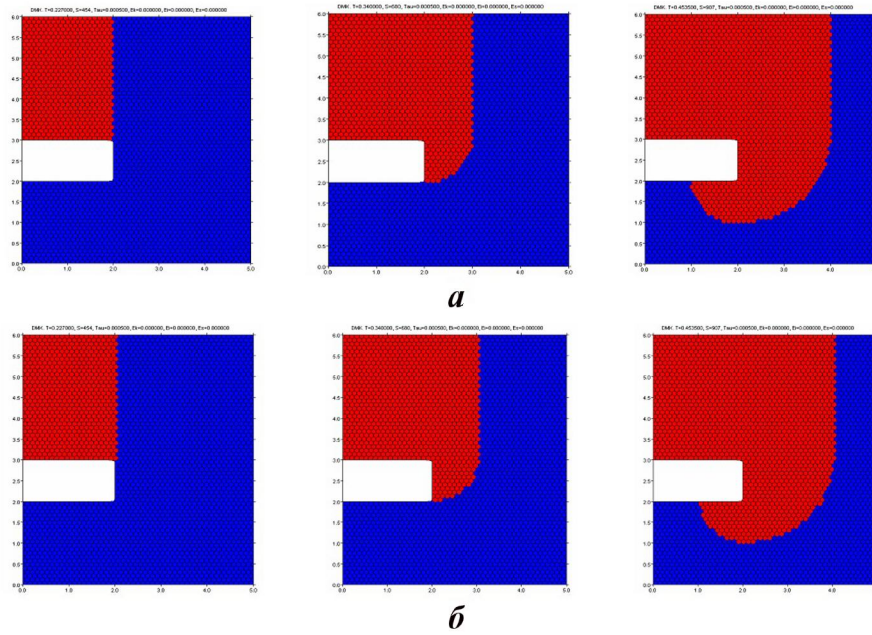


Рис. 7. Положения фронтов ДВ на характерные моменты времени, полученные по алгоритмам точного контроля (а) и пошагового контроля (б): слева – $t = 0,227$; в центре – $t = 0,34$; справа – $t = 0,4535$

фронтов детонации на характерные моменты времени, полученные по алгоритмам точного и пошагового контроля. Решение данной задачи представляется в виде

$$T(x_0, y_0) = \begin{cases} \frac{x_0}{D} & \text{при } x_0 \in [0, 5], y_0 \in [3, 6]; \\ \frac{2 + \sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 3)^2}}{D} & \text{при } x_0 \in [2, 5], y_0 \in [0, 3]; \\ \frac{3 + \sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 2)^2}}{D} & \text{при } x_0 \in [0, 2], y_0 \in [0, 2]. \end{cases}$$

На рис. 8 показаны изолинии времен детонации, полученные по алгоритмам контроля и аналитическим формулам. Относительная погрешность вычисленных по алгоритмам контроля времен детонации не превышает 0,5% для всех ячеек счетной сетки.

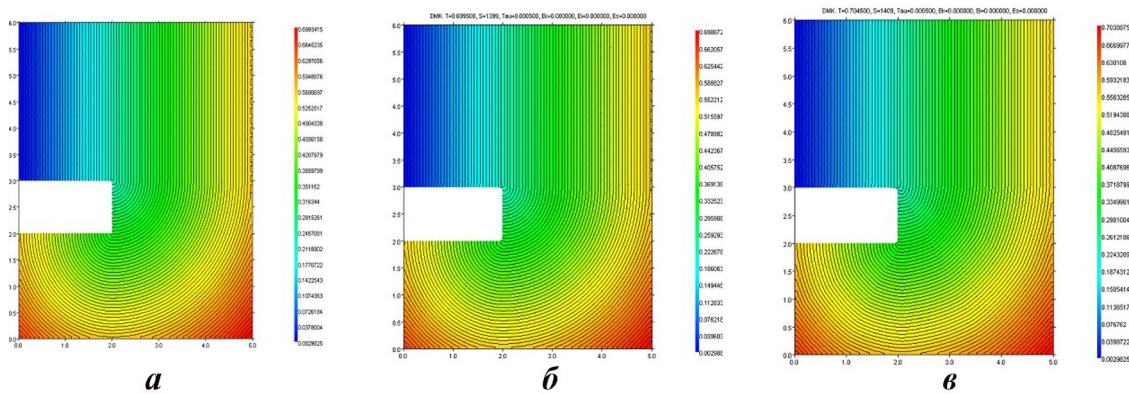


Рис. 8. Изолинии времен детонации, полученные по аналитическим формулам (а), алгоритмам точного контроля (б) и пошагового контроля (в)

Распространение фронта цилиндрической ДВ с учетом огибания инертного слоя. Начальная геометрия для двумерного случая приведена на рис. 6, но иницирование задается не по отрезку, а в точке, которая находится в левом нижнем углу. На рис. 9 приведена геометрия задачи в трехмерном случае. В слое ВВ находится вырез, заполненный инертным веществом. Иницирование проводится по нижнему левому ребру геометрии (выделено желтым цветом).

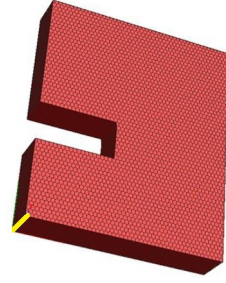


Рис. 9. Геометрия модельной задачи для трехмерного случая

Аналитическое решение данной задачи представляется в виде

$$T(x_0, y_0, z_0) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{D} & \text{при } x_0 \in [0, 2], y_0 \in [0, 2], z_0 \in [0, 1]; \\ \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{D} & \text{при } x_0 \in [2, 5], y_0 \leq x_0, z_0 \in [0, 1]; \\ \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 2)^2}}{D} & \text{при } x_0 \in [2, 5], y_0 > x_0, z_0 \in [0, 1]; \\ \frac{2\sqrt{2} + 1 + \sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 3)^2}}{D} & \text{при } x_0 \in [0, 2], y_0 \in [3, 6], z_0 \in [0, 1]. \end{cases}$$

На рис. 10 показаны положения фронтов ДВ на характерные моменты времени, полученные по алгоритмам точного и пошагового контроля скорости распространения фронта ДВ. На рис. 11 — изолинии времен детонации, полученные по алгоритмам контроля и аналитическим формулам.

На рис. 12 представлены поля времен детонации, полученные с использованием алгоритмов пошагового контроля и по аналитическим формулам.

Из приведенных рисунков видно хорошее совпадение полученных результатов: относительная погрешность вычисленных по алгоритмам контроля детонации с коррекцией времен детонации не превышает 1% для всех ячеек счетной сетки по сравнению с аналитическим решением. При уменьшении размера счетных ячеек относительная погрешность уменьшается.

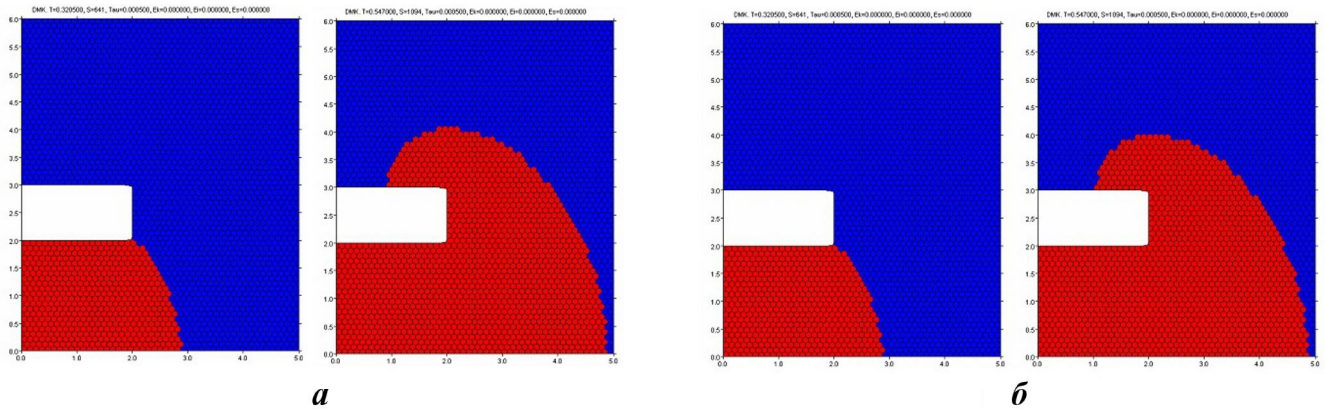


Рис. 10. Положения фронтов ДВ на характерные моменты времени, полученные по алгоритмам точного контроля (а) и пошагового контроля (б): слева — $t = 0,3205$; справа — $t = 0,5468$

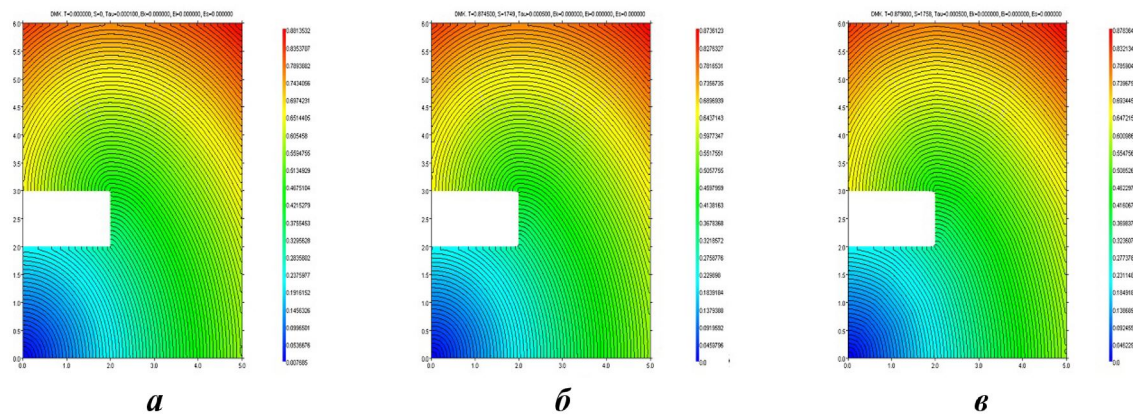


Рис. 11. Изолинии времен детонации, полученные по аналитическим формулам (а), алгоритмам точного контроля (б) и пошагового контроля (в)

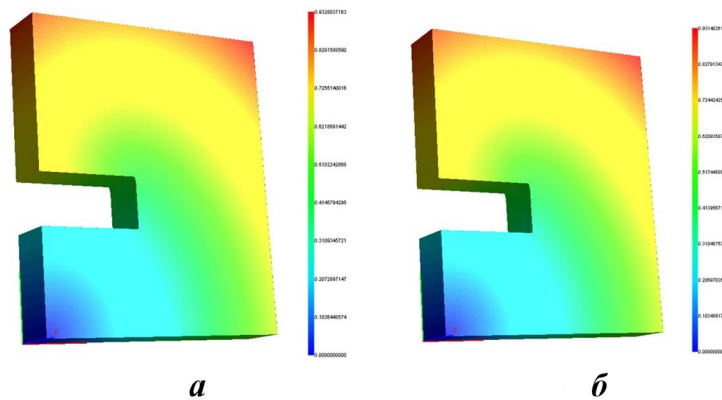


Рис. 12. Поле значений времен детонации, полученное по алгоритмам пошагового контроля (а) и аналитическим формулам (б)

Заключение

В методиках ТИМ-2D и ТИМ для расчета процесса стационарной детонации используются алгоритмы контроля скорости распространения фронта ДВ. Алгоритмы контроля разделены на два типа — точный и пошаговый контроль, которые могут быть использованы в различных областях с ВВ для решения прикладных задач с высокой точностью.

Достоинством пошагового алгоритма контроля скорости распространения фронта ДВ с коррекцией времен детонации за счет учета направления движения фронта ДВ является его универсальность и независимость от сложности начальной геометрии. Независимость алгоритма пошагового контроля от скорости движения ДВ позволяет рассчитывать времена детонации в случае различных многослойных ВВ.

Список литературы

1. Соколов С. С., Воропинов А. А., Новиков И. Г., Панов А. И., Соболев И. В., Пушкарёв А. А. Методика ТИМ-2D для расчета задач механики сплошной среды на нерегулярных многоугольных сетках с произвольным количеством связей в узлах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 4. С. 29—44.
Sokolov S. S., Voropinov A. A., Novikov I. G., Panov A. I., Sobolev I. V., Pushkaryev A. A.

- Metodika TIM-2D dlya raschyeta zadach mekhaniki sploshnoy sredy na neregulyarnykh mnogougolnykh setkakh s proizvolnym kolichestvom svyazey v uzlakh // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2006. Vyp. 4. S. 29–44.
2. Соколов С. С., Панов А. И., Воропинов А. А., Новиков И. Г., Соболев И. В., Ялозо А. В. Методика ТИМ расчета трехмерных задач механики сплошных сред на неструктурированных многогранных лагранжевых сетках // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2005. Вып. 3. С. 37–52.
Sokolov S. S., Panov A. I., Voropinov A. A., Novikov I. G., Sobolev I. V., Yalozo A. V. Metodika TIM raschyeta tryekhmernykh zadach mekhaniki sploshnykh sred na nestrukturirivannykh mnogogrannykh lagranzhevyykh setkakh // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2005. Vyp. 3. S. 37–52.
 3. Станюкович К. П. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
Stanyukovich K. P. Fizika vzryva. M.: Nauka, 1975.
 4. Пушкарёв А. А., Соколов С. С., Мотлохов В. Н. Алгоритмы контроля скорости детонации в методике ТИМ-2D // Сб. докл. VI науч.-техн. конф. "Молодежь в науке". Саров, 30 октября–1 ноября 2007 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2008. С. 165–171.
Pushkaryev A. A., Sokolov S. S., Motlokhov V. N. Algoritm kontrolya skorosti detonatsii v metodike TIM-2D // Sb. dokl. VI nauch.-tekhn. konf. "Molodyezh v nauke". Sarov, 30 oktyabrya–1 noyabrya 2007 g. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2008. S. 165–171.
 5. Бахрах С. М., Воронина Е. Б., Устинова Е. В., Шавердов С. А. Алгоритм расчета распространения фронта послыного горения, основанный на принципе Гюйгенса // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1998. Вып. 1. С. 59–65.
Bakhrakh S. M., Voronina E. B., Ustinova E. V., Shaverdov S. A. Algoritm raschyeta rasprostraneniya fronta posloynogo goreniiya, osnovanny na printsipe Gyuygensa // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 1998. Vyp. 1. S. 59–65.
 6. Софронов И. Д., Винокуров О. А., Змушко В. В., Плетенёв Ф. А., Измайлова Т. Б., Потапкина Л. Ф., Рыбаченко П. В., Рябикина Н. А., Соколова Н. В., Трофимова Л. Я. Комплекс программ МИМОЗА-99 // Там же. 1999. Вып. 4. С. 37–41.
Sofronov I. D., Vinokurov O. A., Zmushko V. V., Pletenev F. A., Izmaylova T. B., Potapkina L. F., Rybachenko P. V., Ryabikina N. A., Sokolova N. V., Trofimova L. Ya. Kompleks programm MIMOZA-99 // Tam zhe. 1999. Vyp. 4. S. 37–41.
 7. Гаврилова Е. С., Янилкин Ю. В., Горбенко А. Д. Программа контроля скорости детонации в трехмерном комплексе программ ТРЭК++ // "Молодежь в науке". Сб. докл. Второй науч.-техн. конф., г. Саров, 12–14 ноября 2003 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. С. 89–94.
Gavrilova E. S., Yanilkin Yu. V., Gorbenko A. D. Programma kontrolya skorosti detonatsii v tryekhmernom komplekse program TREK++ // "Molodyezh v nauke". Sb. dokl. Vtoroy nauch.-tekhn. konf., g. Sarov, 12–14 noyabrya 2003 g. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2004. S. 89–94.

Статья поступила в редакцию 06.11.20.

ALGORITHMS USED IN TIM CODE TO CONTROL VELOCITY OF DETONATION FRONT PROPAGATION / S. S. Sokolov, A. A. Pushkaryev, V. N. Motlokhov (FSUE "RFNC-VNIIEF ", Sarov, N. Novgorod region).

The paper describes three algorithms used to control the velocity of the HE detonation front propagation, which were developed for unstructured polygonal and polyhedral grids. The first of them is the exact control algorithm, when the detonation time for all HE-containing cells of the grid is determined once at the beginning of computations. The second is the step-by-step control algorithm that allows specifying in the computation process the time of the detonation wave arrival at each cell using the times of its arrival at neighboring cells. The both algorithms are cost-effective, however, they have certain restrictions for a wide range of applied problems. The third algorithm represents by itself an improved version of the step-by-step control algorithm. In this algorithm the accuracy of calculating the detonation time for each HE-containing cell is improved, because the direction of the moving detonation wave front is taken into account. In contrast to the basic step-by-step control algorithm, where the cell detonation time is corrected in the process of successively considering each detonated neighboring cell, in the third algorithm the detonation time for a given cell is corrected by considering neighbor cells from the first layer of cells surrounding the given cell. The third one is the general-purpose algorithm that can be applied for calculations with the HE detonation control in regions of complex geometries, however, this is a time consuming algorithm in comparison with the first two algorithms. To demonstrate the applicability of all algorithms, the paper presents numerical results for several methodological problems on the simulation of a detonation wave propagating in HE using the TIM and TIM-2D codes for solving the continuum mechanics problem on unstructured polygonal and polyhedral grids with an arbitrary number of links at nodes.

Key words: the TIM code, a high explosive, steady-state detonation, detonation wave front, detonation wave propagation velocity, unstructured grids.
