

УДК 519.6

## ТРЕХМЕРНОЕ И ДВУМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В ОПЫТЕ С ПЛОСКОЙ МИШЕНЬЮ НА ЛАЗЕРНОЙ УСТАНОВКЕ NOVA

В. П. Стаценко, Ю. В. Янилкин, О. Г. Синькова, Ю. В. Третьяченко  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

При моделировании задач, возникающих при исследованиях на лазерных установках, появляется необходимость в моделировании турбулентного перемешивания. Одной из наиболее применяемых в расчетах моделей турбулентности является полуэмпирическая  $(k, \varepsilon)$ -модель. Возникает необходимость ее применения в условиях высоких плотности энергии и температуры и соответственно тестирования модели для этих условий.

Представлены результаты двумерного численного моделирования по методике ЭГАК с использованием  $(k, \varepsilon)$ -модели турбулентности в разных постановках опыта с плоской мишенью на лазерной установке NOVA (США). Результаты сравниваются с экспериментом, который предназначался для тестирования феноменологических моделей турбулентности на задаче с высокой плотностью энергии. Проводились также расчеты методами прямого трехмерного и двумерного численного моделирования. Получено хорошее согласие результатов этих расчетов как между собой, так и с результатами расчетов по  $(k, \varepsilon)$ -модели. Результаты расчетов, в которых учитываются начальные возмущения контактной границы, специально заданные в экспериментах, хорошо согласуются с экспериментальными данными и приближенным аналитическим решением задачи, также полученным в данной работе.

*Ключевые слова:* методика ЭГАК, турбулентное перемешивание, лазерный эксперимент, плоская мишень, рентгенография, численное моделирование, аналитическое решение.

### Введение

Моделирование задач, возникающих при исследованиях на лазерных установках большой мощности, вызывает необходимость моделирования турбулентного перемешивания в условиях высокой плотности энергии и температуры. Одной из наиболее применяемых в расчетах моделей турбулентности является полуэмпирическая  $(k, \varepsilon)$ -модель. В работе [1] данная модель протестирована на наборе нескольких гидродинамических задач: гравитационное и сдвиговое перемешивание плоского слоя раздела двух полупространств, гравитационное перемешивание легкого (тяжелого) плоского слоя, перемешивание в пристеночном турбулентном пограничном плоском слое, затухание однородной изотропной турбулентности. На этих тестах выбран единый набор констант модели, пригодный для описания широкого класса задач.

Однако при моделировании задач, связанных с лазерными установками, появляется необходимость в использовании данной модели в условиях высоких плотности энергии и температуры и соответственно в тестировании модели для этих условий. Специально для измерения эффектов турбулентного перемешивания была подобрана постановка и геометрия в опытах с лазерными мишенями на установках OMEGA [2] и NOVA [3]. В настоящей работе рассматривается один из опытов

на установке NOVA, результаты численного моделирования которого в одномерном (1D) и двумерном (2D) приближениях (как с использованием  $(k, \varepsilon)$ -модели, так и без ее использования) ранее были представлены в работе [4].

Заметим, что расчеты в [4] описывали опыты лишь на качественном уровне из-за недостаточно корректного задания начальных возмущений контактной границы (КГ). В настоящей работе постановка расчетов по сравнению с [4] уточнена, а именно учтены имеющиеся в опыте начальные случайные возмущения КГ, на которой происходит турбулентное перемешивание. Расчеты проводились как с  $(k, \varepsilon)$ -моделью турбулентности, так и методами прямого 2D и трехмерного (3D) численного моделирования по методике ЭГАК [5]. Получено хорошее согласие результатов расчетов, выполненных в разной постановке, между собой и с экспериментальными данными.

Кроме того, в работе получено приближенное аналитическое решение для параметров, отвечающих за развитие турбулентности на КГ, при которых численное решение также согласуется с результатами эксперимента.

## 1. Постановка эксперимента

Рассмотрим эксперимент, представленный в [3]. Ударная волна (УВ), вызванная взаимодействием рентгеновского излучения с аблятором (рис. 1, *a*), приводит к развитию неустойчивости Рихтмайера—Мешкова на границе аблятора и низкоплотного вещества (пены). В результате развития неустойчивости на КГ возникает слой перемешивания, который детектируется рентгенографией.

Восемь лазерных лучей освещают внутреннюю поверхность цилиндрической мишени (*hohlraum*). Полная энергия лазерного импульса 28 кДж, длина волны  $\lambda_{las} = 0,53$  мкм, длина импульса 3 нс. Зависимости мощности лазера от времени, а также измеренной температуры рентгеновского излучения  $T_r$  (эВ) и давления  $P$  (Мбар) на аблятор, рассчитанного по коду LASNEX [3], представлены на рис. 1, *b*.

Аблятор из бериллия размерами  $\delta X = 900$  мкм,  $\delta Y = 750$  мкм,  $\delta Z = 120$  мкм имеет дополнительную вставку из Halar-пластика  $C_4H_4F_3Cl$  с начальной плотностью  $\rho_1 = \rho_{Halar} = 1,65$  г/см<sup>3</sup> (размеры вставки  $\delta X = 600$  мкм,  $\delta Y = 250$  мкм,  $\delta Z = 120$  мкм). Низкоплотное вещество (пена)  $CHO$ ,  $\rho_2 = 0,12$  г/см<sup>3</sup>, заполняет параллелепипед с размерами  $\delta X = 900$  мкм,  $\delta Y = 500$  мкм,  $\delta Z = 900$  мкм.

На КГ Halar—CHO задавались 2D возмущения с длиной волны 30 мкм и амплитудой 3 мкм.

Halar-пластик непрозрачен для рентгенографии, а пена CHO прозрачна. Таким образом, по мере роста ширины зоны турбулентного перемешивания (ЗТП) между ними возрастает высота профиля пропускания диагностического рентгеновского импульса.

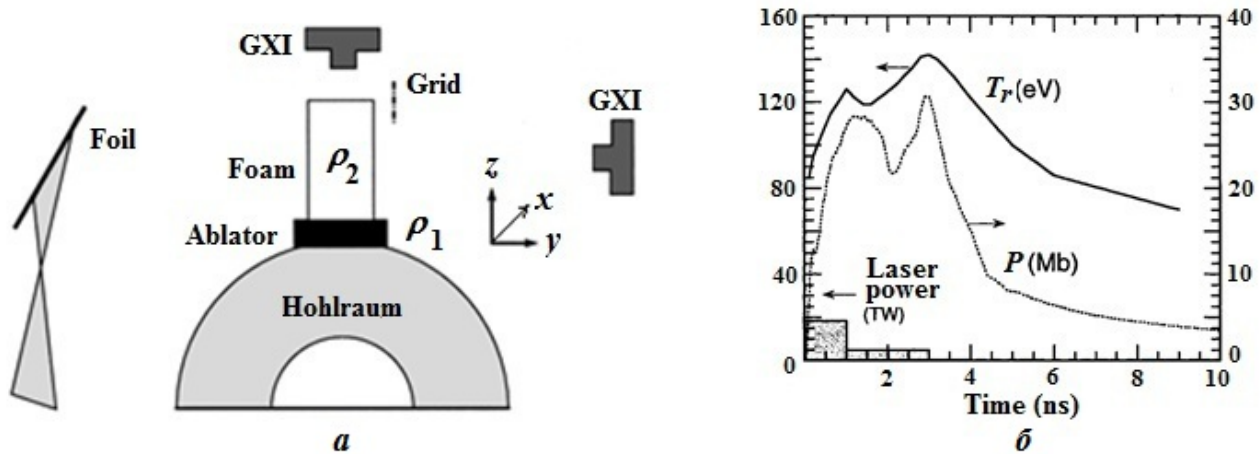


Рис. 1. Экспериментальные данные из работы [3]: *a* — схема эксперимента; *b* — температура рентгеновского излучения  $T_r$  и давление  $P$

## 2. Постановка расчетов

Эксперимент показал, что движение среды с хорошей точностью можно считать одномерным (влияние конечных размеров  $\delta X$  и  $\delta Y$  слабо). Кроме того, проведенные в работе [4] расчеты с учетом ряда характерных для лазеров физических процессов, таких как двухтемпературная газовая динамика, перенос спектрального излучения и его взаимодействие с веществом, электронная и ионная теплопроводности, показали, что для целей исследования турбулентного перемешивания учет дополнительных процессов не требуется. Это позволяет использовать чисто газодинамическое приближение для исследования перемешивания. В настоящей работе решались 2D и 3D уравнения Эйлера, при необходимости в 2D случае дополненные уравнениями  $(k, \varepsilon)$ -модели.

Начальные данные для расчетов представлены в табл. 1\* (давления и скорости равны нулю).

Уравнения состояния веществ использовались те же, что в работе [4], они описаны в [6, 7]. Расчеты проводились в эйлеровых переменных на неподвижных сетках, поэтому граничное давление на границе аблятора ( $Z = 0$  при  $t = 0$ ) реализовано заданием фиктивного вещества (вакуума), в котором поддерживается давление в соответствии с рис. 1, б. При этом граница между веществом и вакуумом двигается в процессе счета. На верхней границе задано условие свободного вытекания.

*Постановка расчета с  $(k, \varepsilon)$ -моделью.* Расчет проводился по 2D программе, однако в поперечном направлении было взято минимальное количество счетных ячеек, т. е. фактически расчет был одномерным. Во всех ячейках счетной области задавались фоновые значения  $k_0 = \varepsilon_0 = 10^{-11}$ . Иницирующие значения турбулентных величин  $k_0 = 0,00735$  и  $\varepsilon_0 = 0,0252$  задавались в двух слоях ячеек на КГ, их значения получены из аналитического решения (см. разд. 4). Сетка квадратная с размером ячейки  $h = 1$  мкм ( $10 \times 1050$  узлов).

*Постановка 2D расчетов.* Решались невязкие уравнения гидродинамики (уравнения Эйлера) без использования каких-либо моделей турбулентности и молекулярной вязкости (т. е. 2D ILES-подход).

В расчетах для области  $\delta X = 250$  мкм,  $\delta Z = 1050$  мкм использована квадратная неподвижная сетка с размером ячейки  $h = 1$  мкм ( $250 \times 1050$  узлов). На боковых границах  $X = 0$  и  $X = 250$  мкм ставилось периодическое условие. В расчетах для развития перемешивания задавались начальные возмущения величин согласно табл. 2.

*Постановка 3D расчетов.* Использовался тот же подход, что и для 2D случая, т. е. 3D ILES. Для области  $\delta X = \delta Y = 250$  мкм,  $\delta Z = 1050$  мкм использовалась кубическая сетка с размером ячейки  $h = 1$  мкм ( $250 \times 250 \times 1050$  узлов). Начальные возмущения задавались согласно табл. 3.

## 3. Результаты расчетов

### 3.1. Общая картина развития турбулентности.

*2D расчеты.* Наиболее согласующиеся с экспериментальными данными результаты получены в расчете 4 (см. табл. 2). На рис. 2 показано распределение величин в этом расчете на  $t = 3, 5$  и  $11$  нс.

Видно, что к моменту  $t = 3$  нс Halar-пластик сильно сжимается со стороны вакуума. Со стороны СНО граница Halar остается на месте, но возмущения давления и скорости практически доходят до КГ Halar—СНО. Плотность Halar-пластика сильно возрастает. Далее УВ, пришедшая на КГ Halar—

Таблица 1

#### Начальные данные

$Z$ , мкм	Вещества	Начальная плотность
$0 < Z < 120$	Halar	$1,65 \text{ г/см}^3$
$120 < Z < 1020$	СНО	$0,12 \text{ г/см}^3$

\* Ниже при сравнении с результатами измерений данные приведены в единицах мкм и нс. В расчетах же использовались следующие единицы: г, см, кэВ,  $10^{-7}$  с.

Таблица 2

**Варианты 2D расчетов**

Номер варианта	Начальные возмущения
1	Случайные возмущения плотности $\rho = (1 \pm 0,1) \cdot 1,65$ в одном слое ячеек Halar-пластика на невозмущенной КГ Halar—СНО
2	Случайные возмущения относительной плотности во всех ячейках области, $\delta\rho/\rho = \pm 0,01$
3	Случайные возмущения относительной плотности во всех ячейках области, $\delta\rho/\rho = \pm 0,01$ , и случайно возмущенная КГ Halar—СНО согласно экспериментам (длина волны возмущений 30 мкм, амплитуда 3 мкм)
4	Случайные возмущения КГ Halar—СНО согласно экспериментам (длина волны возмущений 30 мкм, амплитуда 3 мкм)

Таблица 3

**Варианты 3D расчетов**

Номер варианта	Начальные возмущения
1	Случайные возмущения $\rho = (1 \pm 0,1) \cdot 1,65$ в одном слое ячеек Halar-пластика на невозмущенной КГ Halar—СНО
2	Случайные возмущения относительной плотности во всех ячейках области, $\delta\rho/\rho = \pm 0,01$
3	Случайные 2D возмущения КГ Halar—СНО, длина волны возмущений 30 мкм, амплитуда возмущений 3 мкм

СНО, вызывает рост возмущений на границе из-за неустойчивости Рихтмайера—Мешкова (рис. 2, б для  $t = 5$  нс). К этому моменту Halar-пластик уже заметно расширяется. Наконец, на момент  $t = 11$  нс УВ отходит далеко от КГ Halar—СНО в сторону СНО, а сама КГ сильно размывается.

В расчете возмущения растут не только на КГ Halar—СНО, где развивается неустойчивость Рихтмайера—Мешкова, но и на КГ Halar—вакуум. Здесь на момент  $t = 0$  имеет место неустойчивая ситуация — ускорение КГ, направленное от легкого вещества (вакуума) к более тяжелому (Halar) материалу (можно отметить, что сформированы условия для проявления гравитационной неустойчивости).

*3D расчеты.* На рис. 3 приведены изоповерхности  $\beta_{Halar} = 0,5$  ( $\beta$  — объемная концентрация) на КГ Halar на моменты  $t = 9$  и 14 нс в 3D расчете 3 (см. табл. 3). С течением времени наблюдается расширение спектра размеров "пузырей" на границе с СНО и струй на границе с вакуумом.

**3.2. Сравнение расчетов между собой.** На рис. 4, а показаны  $(R, t)$ -диаграммы фронта УВ, на рис. 4, б, в —  $(R, t)$ -диаграммы КГ Halar—СНО и Halar—вакуум, как измеренные в опыте, так и полученные в 2D и  $(k, \varepsilon)$ -расчетах, на рис. 4, г, д —  $(R, t)$ -диаграммы границ Halar-пластика, полученные в 2D и 3D расчетах. В расчетах положение КГ Halar—СНО и Halar—вакуум определяется по точкам, в которых осредненная объемная доля Halar-пластика составляет 0,5. Как видно из рис. 4, результаты всех  $(k, \varepsilon)$ -, 2D и 3D расчетов практически совпадают друг с другом по положению УВ (для экономии места 3D расчеты не приведены) и согласуются с соответствующими измерениями. Хорошо согласуются и  $(R, t)$ -диаграммы КГ.

Для 2D расчета 4, который авторы считают эталонным (см. далее), на рис. 5 показаны  $(R, t)$ -диаграммы УВ, а также КГ Halar—СНО и Halar—вакуум в сравнении с измерениями. Видно, что разброс экспериментальных точек такой большой, что значения, отнесенные в [3] к УВ, могут относиться и к КГ Halar—СНО, в то время как кривая *interface* в работе [3] однозначно относится к границе Halar—вакуум.

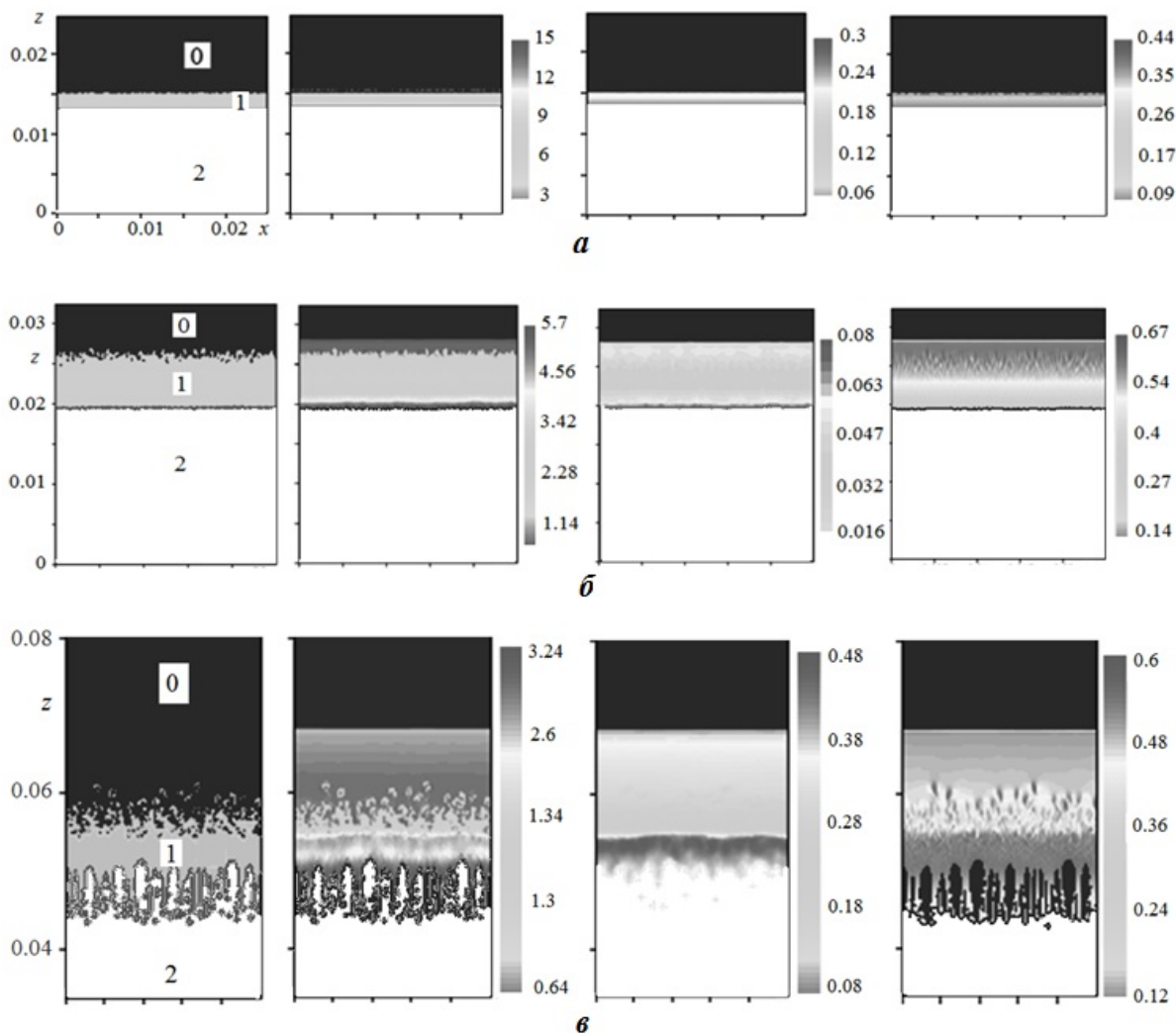


Рис. 2. Распределения величин в 2D расчете 4: *a* –  $t = 3$  нс; *б* –  $t = 5$  нс; *в* –  $t = 11$  нс; слева направо: концентрации веществ, плотность, давление,  $u_z$ -компонента скорости; 0 – СНО; 1 – Halar; 2 – вакуум (фиктивный компонент)

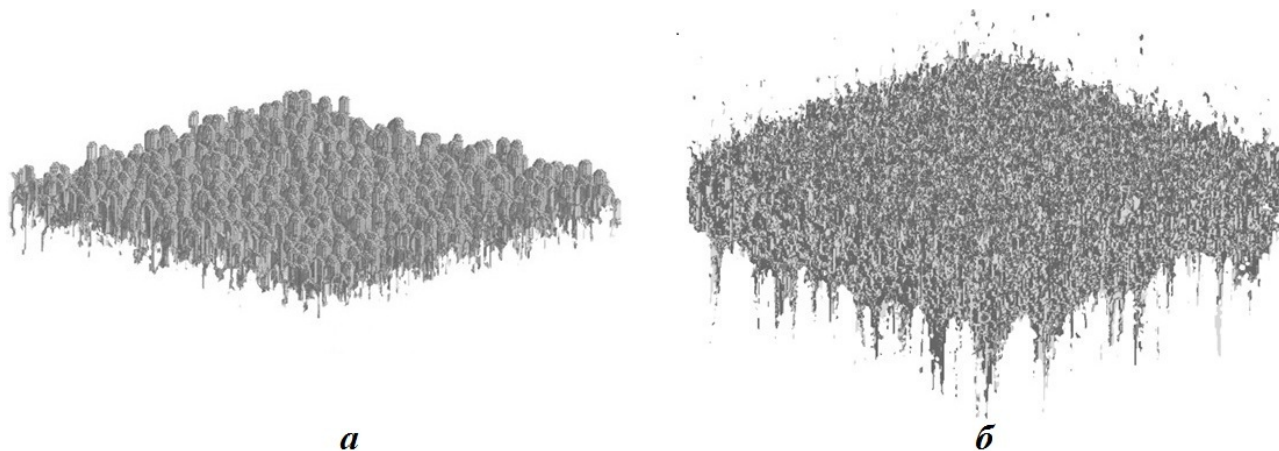


Рис. 3. Изоповерхность объемной концентрации Halar-пластика для  $\beta_{Halar} = 0,5$  в 3D расчете 3: *a* –  $t = 9$  нс; *б* –  $t = 14$  нс

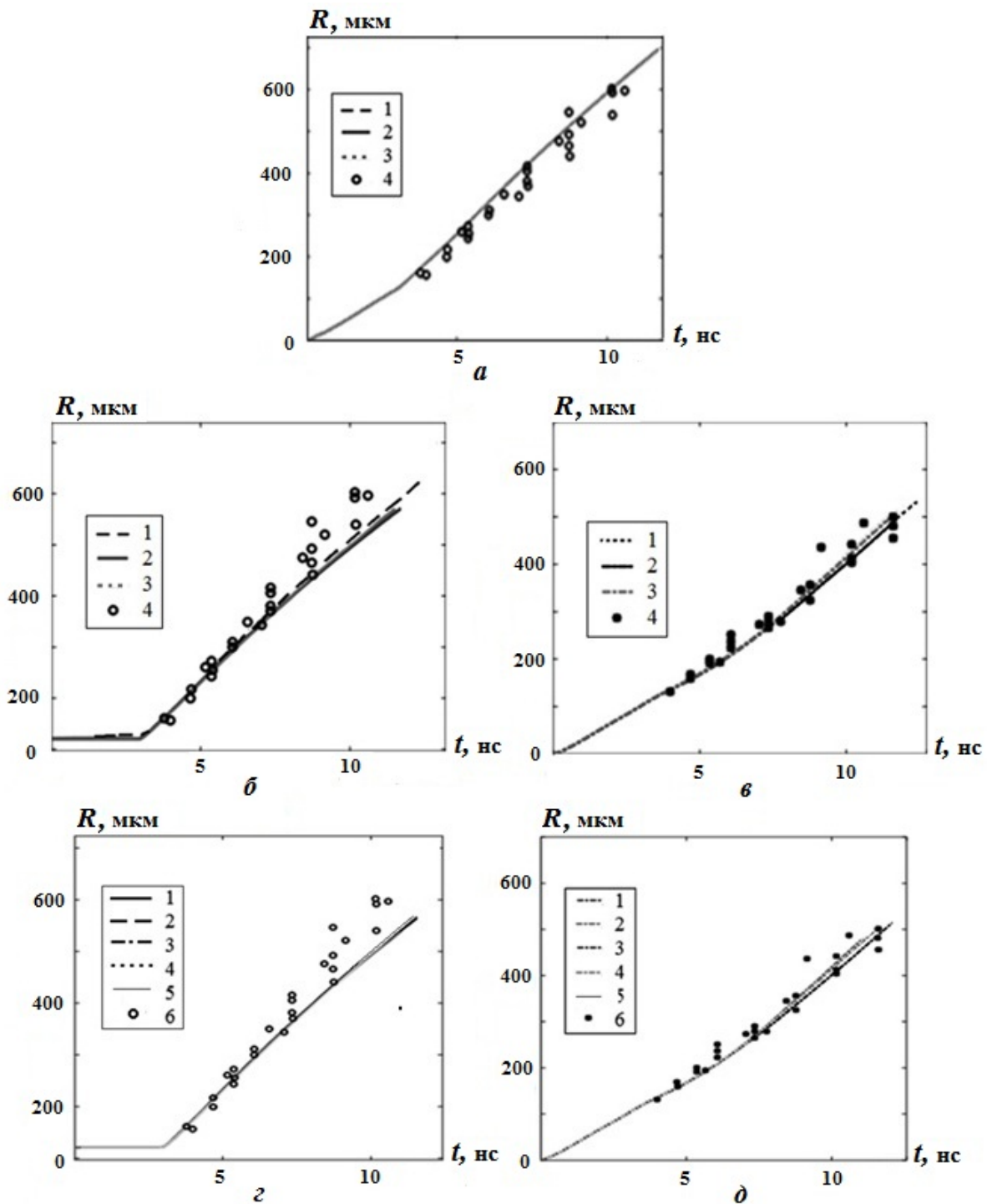


Рис. 4.  $(R, t)$ -диаграммы фронта УВ (*a*), КГ Halar—CHO (*б, з*) и КГ Halar—вакуум (*в, д*): *a, б, в* —  $(k, \varepsilon)$ -расчет (1), 2D расчеты 1 (2), 4 (3) и опыт (4); *з, д* — 2D расчеты 1 (1), 4 (2), 3D расчеты 1 (3), 2 (4), 3 (5) и опыт (6)

Более детально в опыте измерены положения границ ЗТП на КГ Halar—CHO. В 2D расчетах сначала производилось осреднение в поперечном к движению УВ направлении, а в 3D расчетах — по поперечной плоскости. Ширина ЗТП в расчетах определяется по точкам, в которых концентрации

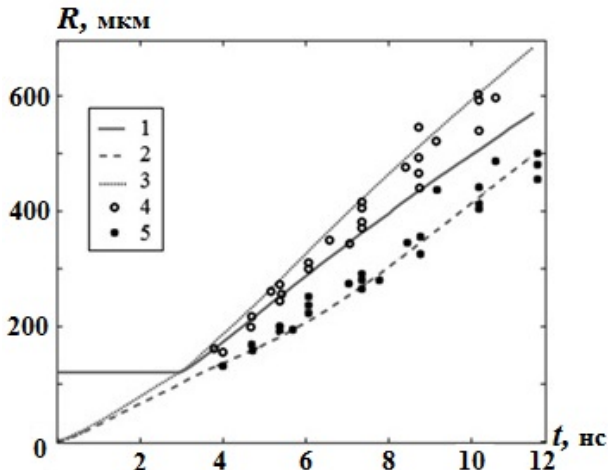


Рис. 5.  $(R, t)$ -диаграммы в 2D расчете 4: 1 — КГ Nalar—СНО; 2 — КГ Nalar—вакуум; 3 — УВ; 4 — измерения, отнесенные в [3] к фронту УВ; 5 — измерения, отнесенные в [3] к КГ Nalar—вакуум

Nalar-пластика имеют значения 0,01 и 0,99. Разность  $L$  координат этих точек (ширина ЗТП) приведена на рис. 6. В целом, видно, что зависимости этой величины от времени как в 2D расчетах 3 и 4, так и в 3D расчете 3 близки к измерениям. В этих расчетах на  $t = 0$  КГ Nalar—СНО возмущалась в соответствии с экспериментами; авторы полагают эти расчеты эталонными. Значения  $L$  в  $(k, \varepsilon)$ -расчете также согласуются с экспериментальными данными.

В 3D расчете 2 значения  $L$  занижены по сравнению с экспериментом. Еще в большей степени они занижены в 3D расчете 1 и в 2D расчете 1, постановки которых близки: заданы случайные возмущения плотности в одном слое ячеек на невозмущенной границе. Соответственно близкими оказываются и результаты для ЗТП. Результат 2D расчета 2 также близок к ним, в нем малые случайные возмущения плотности задавались во всей области. Таким образом, не удается получить удовлетворительного согласия численных результатов с опытными данными в тех 2D и 3D расчетах, в постановке которых не учитывается начальное возмущение КГ Nalar—СНО.

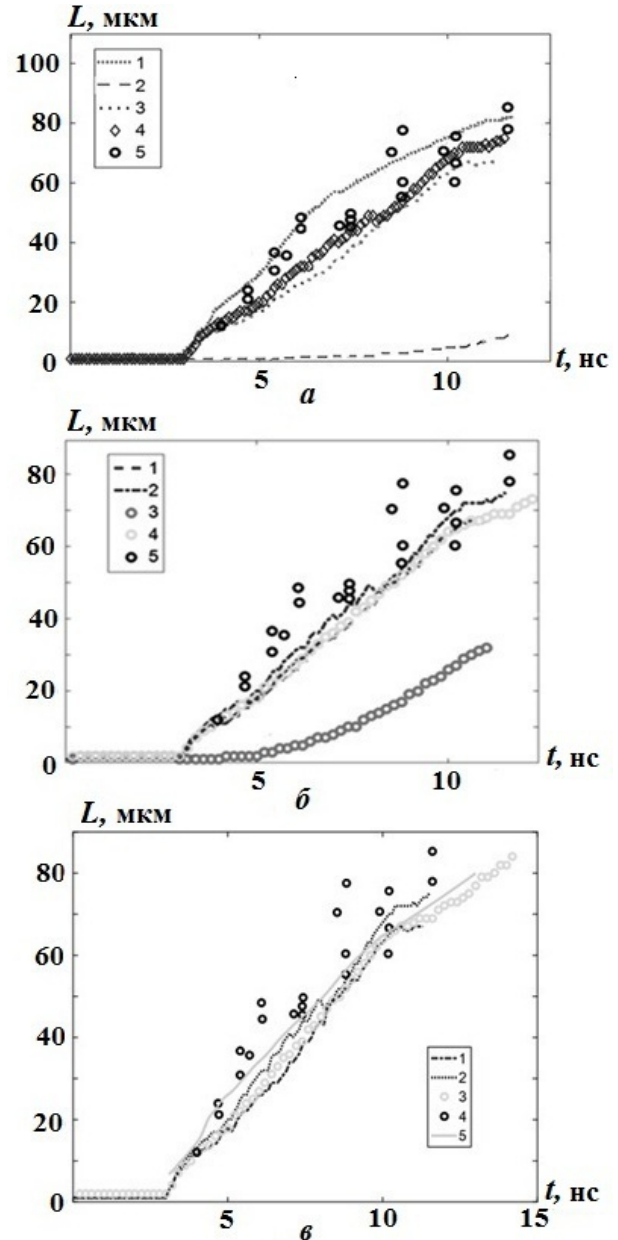


Рис. 6. Зависимости ширины ЗТП от времени: *a* —  $(k, \varepsilon)$ -расчет (1); 2D расчеты 2 (2), 3 (3), 4 (4) и опыт (5); *б* — 2D расчеты 3 (1), 4 (2), 3D расчеты 2 (3), 3 (4) и опыт (5); *в* — 2D расчеты 3 (1), 4 (2), 3D расчеты 3 (3), опыт (4) и приближенное аналитическое решение (5)

#### 4. Аналитические оценки

Сначала рассмотрим задачу о развитии 2D периодического возмущения на КГ Nalar—СНО после прохождения через нее УВ со стороны Nalar. Полагаем, что 2D периодическое возмущение имеет форму синусоиды (рис. 7, *a*) с амплитудой  $a_0$  и длиной волны  $\lambda_0$ , причем  $a_0 \ll \lambda_0$ . Сразу после прохождения УВ через КГ форма прошедшей и отраженной волн приобретает вид, показанный на рис. 7, *б*. Очевидно, такая форма сохраняется в течение времени  $t_{c_{1,2}} \ll \lambda_0/c_{1,2}$  ( $c_i$  — скорости звука), после чего возмущения на фронте сглаживаются (пунктирные линии на рис. 7, *б*). Такой



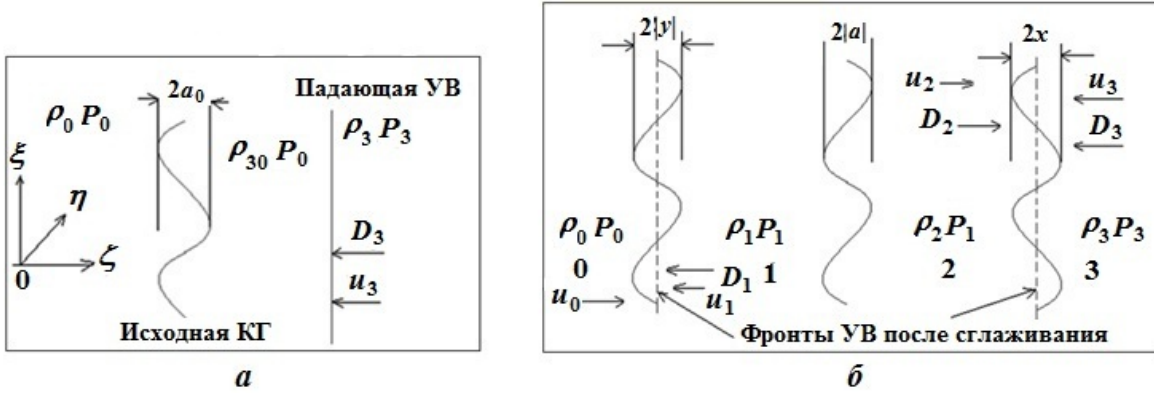


Рис. 7. Схема прохождения УВ: *a* — в начальный момент времени; *б* — после прохождения УВ через КГ

же эффект наблюдается и в опытах: после того, как прошедшая или отраженная УВ оказывается на расстоянии около  $\lambda_0$  от КГ, возмущения на фронте УВ практически исчезают. При этом в зависимости от фазы возмущения соответствующему участку КГ передается положительный или отрицательный импульс.

Обозначим  $\tilde{D}_1$ ,  $\tilde{D}_2$ ,  $\tilde{D}_3$  скорости прошедшей, отраженной и падающей УВ соответственно, а  $\tilde{u}_1$ ,  $\tilde{u}_2$ ,  $\tilde{u}_3$  — соответствующие массовые скорости, измеренные относительно невозмущенной среды. Скорости, обозначенные без тильды, измерены в системе отсчета, в которой КГ после прохождения УВ покоится. Плотность в области  $i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ , см. рис. 7, б) обозначим  $\rho_i$ .

Очевидно,  $u_1 = u_2 = 0$ . Отсюда  $u_0 - u_1 = u_0$ , где  $u_0$  — скорость движения невозмущенного газа в области 0 относительно сжатого в областях 1 и 2, т. е.

$$u_0 = -\tilde{u}_1 = \sqrt{(P_1 - P_0) \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1} \right)}.$$

Скорость  $u_3$  в падающей волне относительно газа, сжатого в областях 1 и 2,

$$u_3 - u_1 = u_3 = \tilde{u}_3 - \tilde{u}_1.$$

Рассматриваем случай  $|\tilde{u}_3| < |\tilde{u}_1|$  ( $|\tilde{D}_3| < |\tilde{D}_1|$ ).

Дистанцию  $2a_0$  на участке КГ с координатами  $\xi$  в интервале  $(\lambda/2, \lambda)$  падающая УВ со скоростью  $\tilde{D}_3$  проходит за время  $\tau_3 = 2a_0 / |\tilde{D}_3|$ , после чего, как и на соседнем участке  $(0, \lambda/2)$ , устанавливается прошедшая волна со скоростью  $\tilde{D}_1$ . При этом амплитуда возмущения на фронте волны составит

$$2y = \left( |\tilde{D}_3| - |\tilde{D}_1| \right) \tau_3 = 2a_0 \left( 1 - \frac{|\tilde{D}_1|}{|\tilde{D}_3|} \right) < 0,$$

т. е. возмущения на фронте волны "переворачиваются" по сравнению с начальной фазой возмущения на КГ.

Амплитуда возмущения на фронте отраженной волны

$$2x = 2a_0 + |\tilde{D}_2| \tau_3 = 2a_0 \left( 1 + \frac{|\tilde{D}_2|}{|\tilde{D}_3|} \right).$$

В то же время амплитуда возмущений на КГ будет

$$2a = (|\tilde{u}_3| - |\tilde{u}_1|) \frac{2a_0}{|\tilde{D}_3|} < 0.$$



Это означает, что возмущения переворачиваются и на КГ (см. рис. 7, б).

В результате сглаживания фронта УВ за время  $t_{c_{1,2}} \sim \lambda/c_{1,2}$  участок фронта  $(0, \lambda/2)$  потеряет импульс  $\delta\Pi_1$ , в то же время соответствующий участок КГ  $(0, \lambda/2)$  этот импульс приобретет. При этом участок КГ  $(\lambda/2, \lambda)$  этот же импульс потеряет. Выражение для импульса имеет вид

$$\delta\Pi_1 = -\rho_0 u_0 |y| \frac{\lambda}{\pi} - \rho_3 u_3 x \frac{\lambda}{\pi} = -\frac{a_0 \lambda}{\pi} \left[ \rho_0 u_0 \left( \left| \frac{\tilde{D}_1}{\tilde{D}_3} \right| - 1 \right) + \rho_3 u_3 \left( 1 + \left| \frac{\tilde{D}_2}{\tilde{D}_3} \right| \right) \right]. \quad (1)$$

Каждый из указанных участков синусоиды  $(0, \lambda/2)$  и  $(\lambda/2, \lambda)$  при  $t \gtrsim t_{c_{1,2}}$  движется как тело с присоединенной массой  $\delta m$  (на единицу длины в направлении  $\eta$ ). Оценим эту массу, учитывая, что в приближении несжимаемости и малости амплитуды гармоника решение в области  $\zeta > 0$  имеет вид

$$u_\zeta = u_{\zeta_0}(t) \sin(k\xi) e^{-k\zeta}; \quad u_\xi = -u_{\zeta_0}(t) \cos(k\xi) e^{-k\zeta}, \quad (2)$$

а в области  $\zeta < 0$

$$u_\zeta = u_{\zeta_0}(t) \sin(k\xi) e^{k\zeta}; \quad u_\xi = -u_{\zeta_0}(t) \cos(k\xi) e^{k\zeta}, \quad (3)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ .

Импульс в области  $(0, \lambda/2)$ ,  $\zeta > 0$

$$P_{\zeta+} = \rho_2 \int_0^\infty d\zeta \int_0^{\lambda/2} u_\zeta d\xi = 2 \frac{\rho_2 u_{\zeta_0}(t)}{k^2}. \quad (4)$$

В области  $(0, \lambda/2)$ ,  $\zeta < 0$  в силу симметрии  $u_\zeta$  относительно  $\zeta$  выражение для импульса имеет вид

$$P_{\zeta-} = \rho_1 \int_{-\infty}^0 d\zeta \int_0^{\lambda/2} u_\zeta d\xi = 2 \frac{\rho_1 u_{\zeta_0}(t)}{k^2}. \quad (5)$$

Итак, полный импульс на участке  $(0, \lambda/2)$  равен

$$P_\zeta = 2 \frac{(\rho_1 + \rho_2) u_{\zeta_0}(t)}{k^2}. \quad (6)$$

Аналогично, кинетическая энергия в области  $(0, \lambda/2)$ ,  $\zeta > 0$

$$T_+ = \rho_2 \int_0^\infty d\zeta \int_0^{\lambda/2} \frac{u_\zeta^2}{2} d\xi = \rho_2 \frac{u_{\zeta_0}^2(t)}{2} \int_0^\infty e^{-2k\zeta} d\zeta \int_0^{\lambda/2} d\xi = \frac{\lambda \rho_2 u_{\zeta_0}^2(t)}{8k}, \quad (7)$$

а кинетическая энергия в области  $(0, \lambda/2)$ ,  $\zeta < 0$

$$T_- = \rho_1 \int_{-\infty}^0 d\zeta \int_0^{\lambda/2} \frac{u_\zeta^2}{2} d\xi = \frac{\lambda \rho_1 u_{\zeta_0}^2(t)}{8k}. \quad (8)$$

Таким образом, полная кинетическая энергия на участке  $(0, \lambda/2)$  равна

$$T = \frac{\lambda(\rho_1 + \rho_2) u_{\zeta_0}^2(t)}{8k}. \quad (9)$$

Из соотношения  $T = \frac{P_\zeta^2}{2\delta m}$  находим присоединенную массу

$$\delta m \approx 2(\rho_1 + \rho_2) \frac{\lambda^2}{\pi^3}, \quad (10)$$

поэтому приобретенная скорость равна

$$\delta v_i \approx \frac{\Pi_i}{\delta m}.$$

Отсюда и из (1)–(10) получим

$$\delta v_1 \approx \frac{\pi^2 a_0}{2\lambda(\rho_1 + \rho_2)} \left[ \rho_0 u_0 \left( 1 - \left| \frac{\tilde{D}_1}{\tilde{D}_3} \right| \right) - \rho_3 u_3 \left( 1 + \left| \frac{\tilde{D}_2}{\tilde{D}_3} \right| \right) \right]. \quad (11)$$

Для 3D случая скорости роста возмущений отличаются лишь множителем порядка единицы. Как можно видеть, оценка для турбулентной скорости

$$k \approx \frac{1}{2} \sum_i (\delta v_i - \langle \delta v \rangle)^2, \quad \text{где} \quad \delta v_2 = -\delta v_1; \quad \langle \delta v \rangle = \frac{\delta v_1 + \delta v_2}{2} = 0.$$

Отсюда

$$k \approx \delta v_1^2.$$

Здесь рассматривается распространение УВ из тяжелой среды в легкую (из NaI в СНО). В этом случае отраженная волна есть волна разрежения, а ее массовая скорость и скорость распространения в области 2 равны

$$U = |\tilde{u}_1 - \tilde{u}_3|; \quad \tilde{D}_2 = \sqrt{\frac{\gamma P_3}{\rho_3}} + \tilde{u}_3.$$

Соотношения для плотностей и давлений по обе стороны фронта (учтем, что  $P_1 = P_2$ ) имеют следующий вид (см. [8]):

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2}{\rho_3} &= \left( 1 - \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{|u_1 - u_3|}{\sqrt{\gamma P_3 / \rho_3}} \right)^{\frac{2}{\gamma - 1}}; \\ \frac{P_1}{P_3} &= \left( 1 - \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{|u_1 - u_3|}{\sqrt{\gamma P_3 / \rho_3}} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее:

$$\tilde{u}_1 = -\sqrt{(P_1 - P_0) \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1} \right)}; \quad (13)$$

$$\tilde{D}_1 = -\sqrt{\frac{(\gamma_i - 1) P_0 + (\gamma_i + 1) P_1}{2\rho_0}};$$

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{(\gamma_i + 1) P_1 + (\gamma_i - 1) P_0}{(\gamma_i - 1) P_1 + (\gamma_i + 1) P_0}. \quad (14)$$

Решение (12) и (13) можно получить, задавая в качестве первого приближения  $P_1^1 = P_3$  для вычисления  $\tilde{u}_1$  (13) и  $\rho_1$  (14). Далее из (12) получаем следующее приближение  $P_1$  в итерации:  $P_1^2 = (P_1 - P_1^1) / 3 + P_1^1$ . В результате итерационного процесса находим  $P_1 = 0,0491 < P_3 = 0,2723$ .

Оценка возмущения  $\delta v_1$  скорости сразу после прохождения УВ имеет вид (11), в рассматриваемой задаче  $\lambda = 0,003$  (30 мкм),  $a_0 = 0,0003$  (3 мкм). Значение  $\tilde{D}_3 = 0,445$ , после чего

$$P_3 = \frac{2\rho_{30}\tilde{D}_3^2 - (\gamma - 1)P_0}{\gamma + 1}; \quad \rho_3 = \rho_{30} \frac{(\gamma + 1)P_3 + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma - 1)P_3 + (\gamma + 1)P_0},$$

где  $\rho_{30}$  — начальное значение плотности в области 3 (см. рис. 7, а).

Из (11) следует  $\delta v_1 = -0,1214 < 0$ . В соответствии с рис. 7 это означает, что амплитуда возмущения на КГ растёт после первоначального "опрокидывания". Начальное значение турбулентной энергии на КГ СНО—Nalar  $k_0 \approx \delta v_1^2/2 \approx 0,00735$ . Начальный масштаб турбулентности  $\lambda_0 \approx 3 \cdot 10^{-3}$  (30 мкм). Учитывая, что коэффициент турбулентной вязкости  $D \approx \lambda\sqrt{k} = c_D k^2/\varepsilon$ , где  $c_D = 0,12$  (см. [1]), получаем начальное значение скорости диссипации  $\varepsilon_0 = c_D k^{3/2}/\lambda \approx 0,0252$ . Полученные таким образом оценки были использованы в качестве начальных данных в  $(k, \varepsilon)$ -расчетах.

Начальное значение ширины ЗТП  $L_0 \approx 2a_0 = 0,0006$  (6 мкм). Будем полагать, что затухание турбулентности происходит так же, как для однородного случая изотропной турбулентности. Согласно [1] для турбулентного пространственного масштаба  $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(\frac{t+t_0}{t_0}\right)^\delta$ , где  $t_0 = m \frac{k_0}{\varepsilon_0}$ ,  $m = \frac{10}{7}$ ;  $\delta = \frac{2}{7}$ . Аналогично, для ширины ЗТП

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{t+t_0}{t_0}\right)^\delta. \quad (15)$$

Здесь время отсчитывается от момента  $t_1$  прихода УВ на КГ Nalar—СНО, который, как видно из рис. 6, составляет около 3 нс.

Соотношение (15) справедливо для несжимаемой среды, в рассматриваемом же случае имеет место адиабатическое (с  $\gamma \approx 1,4$ ) уменьшение плотности со временем из-за падения давления  $P(t)$  после момента  $t_1 \approx 3$  нс (см. рис. 1, б). То есть вместо (15) будем полагать

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{t+t_0}{t_0}\right)^\delta \left(\frac{P(t)}{P_1}\right)^{-1/\gamma}, \quad (16)$$

где  $P_1 = P(t_1)$ .

Результаты вычислений по (16) приведены на рис. 6, в. Наблюдается удовлетворительное согласие как с эталонными 2D и 3D расчетами, так и с измерениями.

### Заключение

В результате расчетов опытов на установке NOVA для плоской геометрии получено, что  $(R, t)$ -диаграммы УВ и КГ практически не зависят от постановки расчетов и довольно близки к экспериментальным данным. Однако разброс экспериментальных точек такой большой, что значения, отнесенные в опыте к УВ, могут быть отнесены как к УВ, так и к КГ СНО—Nalar.

Наиболее информативны экспериментальные данные по ширине ЗТП на границе СНО—Nalar. Все варианты 2D и 3D расчетов, в которых на начальный момент времени случайно возмущалась КГ Nalar—СНО (в соответствии с экспериментальными данными), показывают удовлетворительное согласие с измерениями. Следует заметить, что такого согласия с измерениями не удастся получить в тех 2D и 3D расчетах, в постановке которых не задавалось указанное возмущение КГ СНО—Nalar.

Отметим два важных расчетных факта: 1) расчет по  $(k, \varepsilon)$ -модели проведен со стандартным (выбранным ранее) набором констант; 2) 2D и 3D эталонные расчеты дали практически одинаковые результаты по ширине ЗТП.

Приближенное аналитическое решение для ширины ЗТП согласуется с эталонными 2D и 3D расчетами и с измерениями.

### Список литературы

1. Гужова А. Р., Павлушин А. С., Стаценко В. П. Уточнение констант  $k - \varepsilon$  модели турбулентности на основе результатов прямого численного моделирования простейших турбулентных течений и измерений // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. Вып. 3. 2005. С. 37–48.

- Guzhova A. R., Pavlunin A. S., Statsenko V. P.* Utochnenie constant  $k - \varepsilon$  modeli turbulentnosti na osnove rezultatov pryamogo chislennogo modelirovaniya prosteyshtikh turbulentnykh techeniy i izmereniy // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Teoreticheskaya i prikladnaya fizika. Vyp. 3.* 2005. S. 37–48.
2. *Barnes C. W., Batha S. H., Dunne A. M., Magelssen G. R., Steve Rothman, Day R. D., Elliot N. E., Holmes D. A., Scott J. M., Tubbs D. L., Youngs D. L., Boehly T. R., Jaanimagr P.* Observation of mix in a compressible plasma in a convergent cylindrical geometry // *Physics of Plasmas. 2002. Vol. 9. P. 4431–4434.*
3. *Dimonte G., Schneider M.* Turbulent Richtmyer–Meshkov instability experiments with strong radiatively driven shocks // *Ibid. 1997. Vol.4. P. 4347–4357.*
4. *Стаценко В. П., Третьяченко Ю. В., Елисеев Г. М., Быковникова Н. В., Янилкин Ю. В.* Численное моделирование турбулентного перемешивания в плоском опыте на лазерной установке NOVA // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2016. Вып. 4. С. 55–63.*  
*Statsenko V. P., Tretyachenko Yu. V., Eliseev G. M., Bykovnikova N. V., Yanilkin Yu. V.* Chislennoe modelirovanie turbulentnogo peremeshivaniya v ploskom opyte na lazernoy ustanovke NOVA // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Teoreticheskaya i prikladnaya fizika. Vyp. 4. 2016. S. 55–63.*
5. *Янилкин Ю. В., Беляев С. П., Бондаренко Ю. А., Гаврилова Е. С., Гончаров Е. А., Горбенко А. Д., Городничев А. В., Губков Е. В., Гужова А. Р., Дегтяренко Л. И., Жарова Г. В., Колобянин В. Ю., Софронов В. Н., Стадник А. Л., Ховрин Н. А., Чернышова О. Н., Чистякова И. Н., Шемяков В. Н.* Эйлеровы численные методики ЭГАК и ТРЭК для моделирования многомерных течений многокомпонентной среды // *Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2008. Вып. 12. С. 54–65.*  
*Yanilkin Yu. V., Belyaev S. P., Bondarenko Yu. A., Gavrilova E. S., Goncharov E. A., Gorbenko A. D., Gorodnichev A. V., Gubkov E. V., Guzhova A. R., Degtyarenko L. I., Zharova G. V., Kolobyannin V. Yu., Sofronov V. N., Stadnik A. L., Khovrin N. A., Chernyshova O. N., Chistyakova I. N., Shemyakov V. N.* Eylerovy chislennyye metodiki EGAK i TREK dlya modelirovaniya mnogomernykh techeniy mnogokomponentnoy sredy // *Trudy RFYaTs-VNIIEF. 2008. Vyp. 12. S. 54–65.*
6. *Калиткин Н. Н., Ритус И. В., Миронов А. М.* Ионизационное равновесие с учетом вырождения электронов: Препринт № 46. М.: ИПМ АН СССР, 1983.  
*Kalitkin N. N., Ritus I. V., Mironov A. M.* Ionizatsionnoe ravnovesie s uchetom vyrozhdeniya elektronov: Preprint № 46. М.: IPM AN SSSR, 1983.
7. *Елисеев Г. М., Кондратьев Д. С.* Программа DESSI шивки термодинамических функций и построения сплайн-уравнений состояния // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 2. С. 50–57.*  
*Eliseev G. M., Kondratyev D. S.* Programma DESSI sshivki termodinamicheskikh funktsiy i postroeniya splayn-uravneniy sostoyaniya // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2006. Vyp. 2. S. 50–57.*
8. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, М.: Наука, 1966.  
*Zeldovich Ya. B., Rayzer Yu. P.* Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy. М.: Nauka, 1966.

Статья поступила в редакцию 10.12.20.

3D AND 2D NUMERICAL SIMULATION OF TURBULENT MIXING IN THE NOVA LASER FACILITY EXPERIMENT WITH A FLAT TARGET / V. P. Statsenko, Yu. V. Yanilkin, O. G. Sinkova, Yu. V. Tretyachenko (FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region).

In the simulation of experiments on laser facilities there occurs the need in simulating the turbulent mixing process. One of the commonly-accepted models of turbulence is the semiempirical  $(k, \varepsilon)$ -model. There is a need in applying and testing this model under high-energy and high-temperature conditions.

The paper presents results of 2D simulations with the EGAK code using the  $(k, \varepsilon)$ -model of turbulence for various experiments with a flat-plate target on the NOVA laser facility (USA). These results are compared with experimental data on testing phenomenological models of turbulence used to solve the high energy density problem. Also, computations with the 3D and 2D direct numerical simulation method were carried out. There is a good agreement between these results, as well as results of computations with the  $(k, \varepsilon)$ -model. Results of computations with regard to the initial disturbances of a contact boundary specified in experiments are in a good agreement with experimental data and the approximate analytical solution to the problem also found in this work.

*Keywords:* the EGAK code, turbulent mixing, laser experiment, flat target, X-ray radiography, numerical simulation, analytical solution.

---