

УДК 517.958:536.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА И ПОГЛОЩЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МИШЕНЯХ ИНЕРЦИАЛЬНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА С НЕПРЯМЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

А. В. Вронский, И. С. Чубарешко, А. А. Шестаков
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина",
г. Снежинск Челябинской области)

Численное моделирование в задачах инерциального термоядерного синтеза позволяет оптимизировать постановки многочисленных экспериментов и уменьшать их число за счет сравнения результатов расчетов для различных конфигураций конструкций лазерных мишеней. Для задач инерциального термоядерного синтеза созданы двумерные и трехмерные модели переноса и поглощения лазерного излучения в приближении геометрической оптики. В настоящей работе излагается трехмерная модель переноса и поглощения лазерного излучения. Основной целью являются проверка и тестирование предложенной модели с демонстрацией полученных результатов. Расчеты, проведенные по этой модели, находятся в согласии с расчетами Ливерморской лаборатории США.

Ключевые слова: перенос и поглощение лазерного излучения, мишени непрямого облучения.

Введение

Многие научные лаборатории мира работают над освоением технологии управляемого термоядерного синтеза для получения практически неисчерпаемого источника энергии. На лазерных установках OMEGA (США, Лаборатория лазерной инженерии университета Рочестер) [1], NIF (США, Ливерморская национальная лаборатория) [2], Shenguang-III (Китай) [3] проводятся эксперименты с криогенными мишенями. Строятся мощные мегаджоульные лазерные установки во Франции [4] и России [5].

Одним из направлений работ при исследовании процессов имплозии и термоядерного зажигания мишеней на мегаджоульных лазерных установках является развитие технологии проведения численного моделирования мишеней для оптимизации постановки экспериментов. В настоящее время численное моделирование является основным, а зачастую и единственным инструментом для детального описания некоторых физических явлений при исследовании процессов термоядерного зажигания мишеней. Поэтому уверенность в оптимизации постановок экспериментов на лазерных установках при модернизации этих конструкций определяется все более реалистичным численным моделированием газодинамических процессов.

Численное моделирование позволяет оптимизировать постановки экспериментов и уменьшать их число за счет сравнения результатов расчетов для различных конфигураций конструкций лазерных мишеней. В таких задачах требуются достаточно точные разностные методики, описывающие движение контактной границы и сжатие газа в разных физико-математических моделях уравнения переноса излучения [2, 4–6]. В данной работе исследовалось влияние спектральных эффектов переноса излучения в различных приближениях на развитие коротковолновых возмущений в оболочечных мишенях непрямого облучения для мегаджоульных лазерных установок [7] с использованием методик [8, 9].

Для решения задач инерциального термоядерного синтеза в РФЯЦ-ВНИИТФ созданы двумерные [10] и трехмерные [11] модели переноса и поглощения лазерного излучения в приближении геометрической оптики. Применение трехмерной модели дает качественное улучшение результатов по распределению лазерной энергии в сравнении с обычной двумерной моделью в связи с более правильным описанием прохождения лазерного излучения у оси симметрии.

В настоящей работе излагается трехмерная модель переноса и поглощения лазерного излучения, реализованная в двумерной программе LAZER. Основными целями являются проверка и тестирование предложенной модели с демонстрацией полученных результатов.

Постановка задачи

Система уравнений, описывающая распространение теплового излучения, состоит из спектрального уравнения переноса в кинетической постановке

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{I_\nu}{\rho} \right) + \vec{\Omega} \nabla I_\nu + \alpha_\nu I_\nu = \frac{\alpha_{cv}}{4\pi} B_\nu + \frac{\alpha_s}{4\pi} U_\nu \quad (1)$$

и уравнения для внутренней энергии вещества

$$\rho \frac{dE}{dt} = \int_0^\infty \alpha_{cv} (U_\nu - B_\nu) d\nu + \rho Q_{laser}. \quad (2)$$

Здесь $\rho(\vec{r}, t)$ — плотность вещества; c — скорость света; t — время; $I_\nu(\vec{r}, \vec{\Omega}, \nu, t)$ — спектральная интенсивность излучения; ν — частота; $\vec{\Omega} \nabla I_\nu = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \xi I_\nu) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (r \mu I_\nu) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (\eta I_\nu)$ — оператор переноса в осесимметричной геометрии для цилиндрической системы координат; $\vec{\Omega} = (\xi = \sqrt{1 - \mu^2} \cos \phi, \eta = \sqrt{1 - \mu^2} \sin \phi, \mu = \cos \theta)$ — единичный вектор в направлении полета фотона, где θ — угол между $\vec{\Omega}$ и осью симметрии задачи OZ , ϕ — угол между проекцией \vec{r} и проекцией $\vec{\Omega}$ на плоскость, перпендикулярную оси OZ , $\vec{r} = (r, z)$ — радиус-вектор; α_{cv} — коэффициент поглощения; α_s — коэффициент рассеяния; $\alpha_\nu = \alpha_{cv} + \alpha_s$ — коэффициент ослабления; $B_\nu(T, \nu)$ — интенсивность равновесного излучения (функция Планка с множителем); $U_\nu = \int_{\vec{\Omega}} I_\nu d\vec{\Omega}$ — спектральная плотность энергии излучения, умноженная на скорость света; E — внутренняя энергия вещества; Q_{laser} — энерговыделение от лазерного источника.

Для системы уравнений переноса теплового излучения (1), (2) в некоторой области G , ограниченной замкнутой поверхностью \bar{G} , решается краевая задача с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} T(\vec{r}, t = 0) &= T^0; \quad I_\nu(\vec{r}, \vec{\Omega}, \nu, t = 0) = I_\nu^0(\vec{r}, \vec{\Omega}, \nu); \\ I_\nu(\vec{r} \in \bar{G}, \vec{\Omega} \vec{n} < 0, \nu, t) &= \bar{I}_\nu(\vec{r} \in \bar{G}, \vec{\Omega}, \nu, t), \end{aligned}$$

где \vec{n} — внешняя нормаль к поверхности \bar{G} .

Система уравнений (1), (2) решается численно. На каждом временном шаге $[t^n \leq t \leq t^{n+1}]$ организуется цикл внешних итераций по температуре. По нелинейности внутренней энергии и функции Планка организуется цикл внутренних итераций. Цикл внешних итераций совмещается с итерациями по нелинейности коэффициента поглощения. Для ускорения итераций применяется метод ВДЭПФ [12]. Для решения кинетического уравнения используется разностная схема DDAD-TVDR [13, 14]. Она обладает улучшенными свойствами по сравнению со схемами DS_n -метода при расчете оптически плотных сред за счет введения искусственной диссипации.

Модель переноса и поглощения лазерного излучения

Моделирование переноса и поглощения лазерного излучения в задачах инерциального термоядерного синтеза с использованием двумерной программы LAZER, в которой реализована трехмерная модель переноса и поглощения лазерного излучения, состоит из следующих этапов:

- 1) задание геометрии лазерного пучка;
- 2) получение последовательности точек пересечения луча с разностной сеткой;
- 3) вычисление коэффициента поглощения лазерного излучения;
- 4) определение энерговыделения в ячейках, которые пересекаются лазерными лучами;
- 5) балансировка вычисленных значений энерговыделения в ячейках сетки;
- 6) сглаживание значений энерговыделения вторыми разностями.

После выполнения этих этапов решается система (1), (2).

Устройство лазерного пучка. Лучевой пучок образуется вращением ломаной линии вокруг оси симметрии пучка (рис. 1). Параметры, определяющие лучевой пучок: α_{\max} — угол полураствора лучевого пучка; θ — угол между осью симметрии пучка и осью симметрии задачи; (z_f, r_f) — координаты фокуса; R_0 — расстояние от линзы до фокуса; s — расстояние вдоль луча, отсчитываемое от линзы; $R(s)$ — радиус пучка (расстояние от образующих пучка до его оси симметрии); r_0 — радиус фокального пятна; d_0 — половина длины цилиндрической части пучка; $K \times M$ — число лучей в пучке.

Последовательно вычисляются величины

$$d_0 = \frac{r_0}{\operatorname{tg} \alpha_{\max}}; \quad R_1 = \frac{r_0}{\sin \alpha_{\max}}; \quad s_1 = R_0 - R_1; \quad s_2 = R_0 + R_1.$$

В точках, которые находятся на расстояниях s_1 и s_2 от линзы, лазерные лучи терпят излом. Радиус пучка в зависимости от расстояния от линзы определяется выражением

$$R(s) = \frac{1}{2} \sin \alpha_{\max} (|s - s_1| + |s - s_2|).$$

Отсюда следует, что

$$\frac{R^2(0)}{R^2(s)} = \frac{(|s_1| + |s_2|)^2}{(|s - s_1| + |s - s_2|)^2}.$$

Лучевой пучок состоит из набора лучевых трубок. Каждая из этих трубок определяется лучом, имеющим свои параметры (α, ϕ) , и телесным углом $\delta\omega(\alpha)$, который, в свою очередь, определяет площадь поперечного сечения трубки. Далее везде лучевая трубка отождествляется с определяющим ее лучом.

Геометрия луча показана на рис. 2. Параметры, определяющие луч и его физические характеристики: $(\alpha, \phi) \in [0, \alpha_{\max}] \times [0, \pi]$ — пара угловых параметров, определяющих луч в пучке ($\phi \in [0, \pi]$, так как плоскость, проходящая через ось симметрии задачи и ось симметрии пучка, является плоскостью симметрии); $\mathbf{u}(\alpha, \phi, s) = (u_x(\alpha, \phi, s), u_y(\alpha, \phi, s), u_z(\alpha, \phi, s))$ — направляющие косинусы луча; $\mathbf{r}(\alpha, \phi, s) = (x(\alpha, \phi, s), y(\alpha, \phi, s), z(\alpha, \phi, s))$ — траектория луча в трехмерной декартовой системе координат; $(r(s), z(s)) = (\sqrt{x^2(s) + y^2(s)}, z(s))$ — траектория луча в цилиндрической геометрии; κ — коэффициент лазерного поглощения, формула для которого будет приведена далее; $E_0 P(t)$ — мощность лазерного излучения $\left(\int_0^\infty P(t) dt = 1\right)$; $\bar{A}(\alpha)$ — распределение интенсивности излучения по углу $\left(2\pi \int_0^{\alpha_{\max}} \bar{A}(\alpha) \sin \alpha d\alpha = 1\right)$; $\delta\omega(\alpha) \approx \sin \alpha \delta\alpha \delta\phi$ — телесный угол, приписываемый лучу с параметрами (α, ϕ) ; $I(0, \alpha, t) = E_0 P(t) \bar{A}(\alpha) \delta\omega(\alpha)$ — интенсивность излучения на линзе; $I(s, \alpha, \phi, t)$ — интенсивность вдоль луча с параметрами (α, ϕ) .

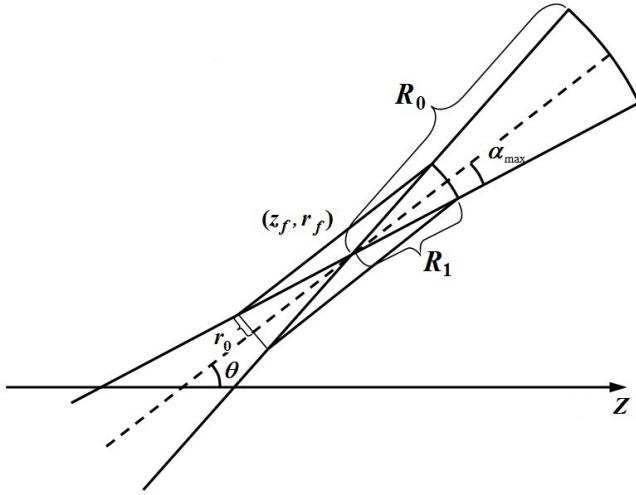


Рис. 1. Геометрия лучевого пучка

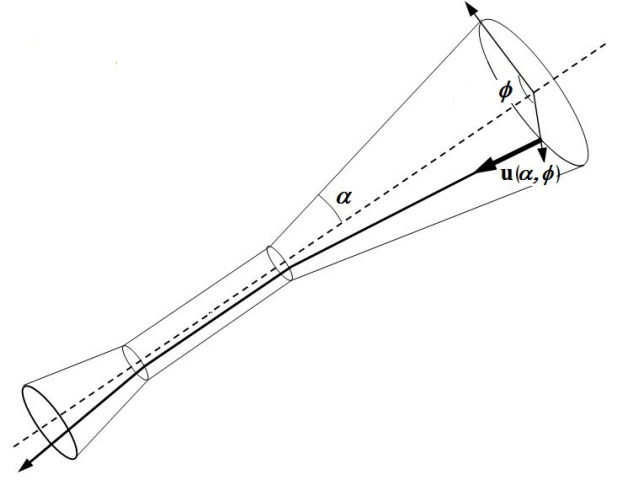


Рис. 2. Геометрия лазерного луча

Рассмотрим сначала поведение отдельного луча. Вдоль каждого луча выполняется соотношение

$$I(s, \alpha, \phi, t) = \frac{R^2(0)}{R^2(s)} I(0, \alpha, t) \exp\left(-\int_0^s \kappa dl\right). \quad (3)$$

Луч с параметрами $(\alpha, 0)$ (лежащий в одной плоскости с осью симметрии) состоит из набора направляющих векторов (направляющих косинусов):

$$\mathbf{u}(\alpha, 0, s) = \begin{cases} \mathbf{u}_1(\alpha, 0) = -(\sin(\theta + \alpha), 0, \cos(\theta + \alpha)), & s \in [0, s_1]; \\ \mathbf{u}_2(\alpha, 0) = -(\sin \theta, 0, \cos \theta), & s \in (s_1, s_2]; \\ \mathbf{u}_3(\alpha, 0) = -(\sin(\theta - \alpha), 0, \cos(\theta - \alpha)), & s \in (s_2, s_\infty), \end{cases}$$

где s_∞ — расстояние от линзы до конца счетной области.

Введем операторы поворота на угол ϕ вокруг оси OZ и на угол θ вокруг оси OY , задаваемые

соответственно матрицами $A(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$.

Оператор поворота $U(\phi)$ на угол ϕ вокруг оси симметрии пучка выражается через эти два оператора:

$$U(\phi) = B(-\theta) A(\phi) B(\theta).$$

Теперь направляющий вектор $\mathbf{u}(\alpha, \phi, s)$ можно выразить через направляющий вектор $\mathbf{u}(\alpha, 0, s)$: $\mathbf{u}(\alpha, \phi, s) = U(\phi) \mathbf{u}(\alpha, 0, s)$.

Для оператора $A(\phi)$ справедливы равенства

$$A(\phi_1 + \phi_2) = A(\phi_1) A(\phi_2); \quad A(n\phi) = A^n(\phi); \quad A^{-1}(\phi) = A(-\phi) = A^*(\phi).$$

Такие же равенства справедливы и для оператора $B(\theta)$.

Для того чтобы определить траекторию луча, введем обозначения

$$\mathbf{r}_f = (r_f, 0, z_f); \quad \mathbf{e}_\theta = (\sin \theta, 0, \cos \theta), \quad \mathbf{e}_{\theta+\pi/2} = (\cos \theta, 0, -\sin \theta); \quad \mathbf{e}_y = (0, 1, 0).$$

Определим вспомогательные векторы (концы векторов находятся в точках излома луча, изображенных на рис. 1, 2):

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_0(\alpha, \phi) &= \mathbf{r}_f + R_0 \cos \alpha \mathbf{e}_\theta + R_0 \sin \alpha (\mathbf{e}_{\theta+\pi/2} \cos \phi - \mathbf{e}_y \sin \phi); \\ \mathbf{r}_1(\alpha, \phi) &= \mathbf{r}_f + R_1 \cos \alpha \mathbf{e}_\theta + R_1 \sin \alpha (\mathbf{e}_{\theta+\pi/2} \cos \phi - \mathbf{e}_y \sin \phi); \\ \mathbf{r}_2(\alpha, \phi) &= \mathbf{r}_f - R_1 \cos \alpha \mathbf{e}_\theta + R_1 \sin \alpha (\mathbf{e}_{\theta+\pi/2} \cos \phi - \mathbf{e}_y \sin \phi).\end{aligned}$$

Координаты этих векторов:

$$\begin{aligned}x_0(\alpha, \phi) &= r_f + R_0 \cos \alpha \sin \theta + R_0 \sin \alpha \cos \theta \cos \phi; \\ y_0(\alpha, \phi) &= -R_0 \sin \alpha \sin \phi; \\ z_0(\alpha, \phi) &= z_f + R_0 \cos \alpha \cos \theta - R_0 \sin \alpha \sin \theta \cos \phi; \\ x_1(\alpha, \phi) &= r_f + R_1 \cos \alpha \sin \theta + R_1 \sin \alpha \cos \theta \cos \phi; \\ y_1(\alpha, \phi) &= -R_1 \sin \alpha \sin \phi; \\ z_1(\alpha, \phi) &= z_f + R_1 \cos \alpha \cos \theta - R_1 \sin \alpha \sin \theta \cos \phi; \\ x_2(\alpha, \phi) &= r_f - R_1 \cos \alpha \sin \theta + R_1 \sin \alpha \cos \theta \cos \phi; \\ y_2(\alpha, \phi) &= -R_1 \sin \alpha \sin \phi; \\ z_2(\alpha, \phi) &= z_f - R_1 \cos \alpha \cos \theta - R_1 \sin \alpha \sin \theta \cos \phi.\end{aligned}$$

Теперь можно определить траекторию луча:

$$\mathbf{r}(\alpha, \phi, s) = \begin{cases} \mathbf{r}_0(\alpha, \phi) + s \mathbf{u}_1(\alpha, \phi), & s \in [0, s_1]; \\ \mathbf{r}_1(\alpha, \phi) + (s - s_1) \mathbf{u}_2(\alpha, \phi), & s \in (s_1, s_2]; \\ \mathbf{r}_2(\alpha, \phi) + (s - s_2) \mathbf{u}_3(\alpha, \phi), & s \in (s_2, s_\infty), \end{cases}$$

где $\mathbf{u}_1(\alpha, \phi) = (u_{x1}, u_{y1}, u_{z1})$; $\mathbf{u}_2(\alpha, \phi) = (u_{x2}, u_{y2}, u_{z2})$; $\mathbf{u}_3(\alpha, \phi) = (u_{x3}, u_{y3}, u_{z3})$.

Опишем, как выглядит траектория луча в координатах (z, r) .

Если $s \in [0, s_1]$, то уравнение траектории

$$z = z_0 + s u_{z1}; \quad r^2 = x_0^2 + y_0^2 + 2s(x_0 u_{x1} + y_0 u_{y1}) + s^2(u_{x1}^2 + u_{y1}^2). \quad (4)$$

При этом $\frac{ds}{dz} = -\frac{1}{u_{z1}} = \text{const.}$

Аналогично, если $s \in (s_1, s_2]$, то

$$\begin{aligned}z &= z_1 + (s - s_1) u_{z2}; \quad r^2 = x_1^2 + y_1^2 + 2(s - s_1)x_1 u_{x2} + (s - s_1)^2 u_{x2}^2; \\ \frac{ds}{dz} &= -\frac{1}{u_{z2}} = \text{const.}\end{aligned} \quad (5)$$

И наконец, если $s \in (s_2, s_\infty)$, то

$$\begin{aligned}z &= z_2 + (s - s_2) u_{z3}; \quad r^2 = x_2^2 + y_2^2 + 2(s - s_2)(x_2 u_{x3} + y_2 u_{y3}) + (s - s_2)^2(u_{x3}^2 + u_{y3}^2); \\ \frac{ds}{dz} &= -\frac{1}{u_{z3}} = \text{const.}\end{aligned} \quad (6)$$

Расчет энерговыделения. Покажем, как проводить вычисления с лучом, задаваемым уравнениями (4)–(6). Если исключить из этих уравнений расстояние s , то получим уравнения

$$f_1(\alpha, \phi, z, r) = u_{z1}^2(x_0^2 + y_0^2 - r^2) + 2(z - z_0)u_{z1}(x_0 u_{x1} + y_0 u_{y1}) + (z - z_0)^2(u_{x1}^2 + u_{y1}^2) = 0; \quad (7)$$

$$f_2(\alpha, \phi, z, r) = u_{z2}^2(x_1^2 + y_1^2 - r^2) + 2u_{x2}u_{z2}x_0(z - z_1) + (z - z_1)^2 u_{x2}^2 = 0; \quad (8)$$

$$f_3(\alpha, \phi, z, r) = u_{z3}^2(x_2^2 + y_2^2 - r^2) + 2(z - z_2)u_{z3}(x_2 u_{x3} + y_2 u_{y3}) + (z - z_2)^2(u_{x3}^2 + u_{y3}^2) = 0. \quad (9)$$

Чтобы проверить, пересекает ли луч заданную ячейку, нужно подставить координаты вершин ячейки в то из уравнений (7)–(9), которое задает текущий участок луча. Если функция принимает в этих вершинах значения разных знаков, то рассматриваемый луч пересекает данную ячейку. Это условие только достаточное, так как вблизи вершины гиперболы возможно двойное пересечение какого-либо ребра ячейки. Тогда рассматриваемая функция будет принимать в вершинах ячейки один знак. Такое anomальное поведение возможно только вблизи оси симметрии задачи, более точно, при значениях r , близких к

$$r_{1 \min} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - \frac{(x_0 u_{x1} + y_0 u_{y1})^2}{u_{x1}^2 + u_{y1}^2}}; \quad r_{2 \min} = |y_1|; \quad r_{3 \min} = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 - \frac{(x_2 u_{x3} + y_2 u_{y3})^2}{u_{x3}^2 + u_{y3}^2}},$$

тогда как трассировка луча начинается с больших значений r и в каждую следующую ячейку переход осуществляется из предыдущей. Сами пересечения надо находить, подставляя параметрическое представление ребра ячейки в то из уравнений (7)–(9), которое описывает текущий участок луча, и решая затем квадратное уравнение.

Действуя по указанному принципу, можно получить последовательно точки пересечения луча с сеткой, упорядоченные вдоль траектории луча. Пусть это будет последовательность $(z_1, r_1), \dots, (z_n, r_n), (z_{n+1}, r_{n+1}), \dots, (z_N, r_N)$.

Длина отрезка луча, соединяющего соседние точки этой последовательности, вычисляется как

$$\delta s_{n+1/2} = s_{n+1} - s_n = -\frac{z_{n+1} - z_n}{u_z}.$$

Отсюда и из соотношения (3) следует рекуррентное соотношение для значений потоков энергии в двух соседних точках вдоль лучевой трубки:

$$R^2(s_{n+1}) I(s_{n+1}, \alpha, \phi, t) = R^2(s_n) I(s_n, \alpha, \phi, t) \exp(-\kappa_{n+1/2} \delta s_{n+1/2}).$$

Следовательно, энергия, выделяющаяся на этом участке лучевой трубки, равна

$$\delta Q_{n+1/2} = R^2(s_n) I(s_n, \alpha, \phi, t) (1 - \exp(-\kappa_{n+1/2} \delta s_{n+1/2})).$$

Теперь, когда известно, как работать с каждым отдельно взятым лучом, опишем, как разбивается лучевой пучок на лучи (лучевые трубки).

Построим в области $[0, \alpha_{\max}] \times [0, \pi]$ сетку. Лучам в пучке будут соответствовать ее $K \times M$ ячеек. По переменной ϕ сетку возьмем равномерной. Тогда, если лучу отвечает параметр $(\alpha_{k+1/2}, \phi_{m+1/2})$, то

$$I(0, \alpha_{k+1/2}, t) = I_0(t) \bar{A}(\alpha_{k+1/2}) (\cos \alpha_k - \cos \alpha_{k+1}) \frac{\pi}{M}.$$

Сетку по переменной α нужно строить так, чтобы значение $(\cos \alpha_k - \cos \alpha_{k+1}) \bar{A}(\alpha_{k+1/2})$ в каждом интервале было одним и тем же.

Обработывая последовательно лучи из каждого пучка, определим энерговыделение в каждой ячейке: $Q_{laser}(t^n, i, j)$, где i, j — индексы ячеек регулярной двумерной разностной сетки ($i = 1, \dots, I$; $j = 1, \dots, J$). Указанная обработка выполняется на всех счетных шагах по времени.

Балансировка энерговыделения. Вычисленные значения энерговыделения в ячейках сетки не обеспечивают баланса энергии. Для того чтобы этот баланс был выполнен, произведем следующие действия. Вычислим сумму по всем ячейкам

$$Q_0 = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I Q_{laser}(t, i, j) V(i, j),$$

где $V(i, j)$ — объем ячейки.

Получив коэффициент $d_{balance} = W(t)/Q_0$, где $W(t)$ — заданная мощность в точке начала пучка, далее получаем окончательное значение энерговыделения в единицу времени для единицы массы ($\rho(i, j)$ — плотность в ячейке):

$$Q(t, i, j) = \frac{d_{balance} Q_{laser}(t, i, j)}{\rho(i, j)}.$$

Отсюда следует выполнение уравнения баланса $P(t) = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I Q(t, i, j) \rho(i, j) V(i, j)$.

Вычисление коэффициента поглощения лазерного излучения. Кулоновский логарифм для вычисления коэффициента поглощения вычисляется по формуле

$$\Lambda = \ln \left(2 + \frac{4000T\lambda}{1 + 1,5 \cdot \sqrt{0,0136 \langle z^2 \rangle T^{-1}}} \right) - 0,577,$$

где λ — длина волны лазерного излучения; T — температура вещества; $\langle z \rangle$ — среднее значение заряда ионов плазмы. Для среднего значения квадрата заряда $\langle z^2 \rangle$ полагаем $\langle z^2 \rangle = \langle z \rangle^2$ для *легких* веществ, $\langle z^2 \rangle = \langle z \rangle^2 + 1$ — для *тяжелых*.

Для всех веществ вычисляется значение критической плотности

$$\rho_c = 1,85 \cdot 10^{-3} \frac{\langle A \rangle}{\langle z \rangle} \frac{1}{\lambda^2}$$

($\langle A \rangle$ — атомный вес) и проверяется условие $\rho < \rho_c \cos^2 \Theta$, где Θ — угол между лазерным лучом и нормалью к поверхности вещества (при разностной аппроксимации берется нормаль к соответствующей грани ячейки).

Если условие $\rho < \rho_c \cos^2 \Theta$ выполнено, то вычисляем коэффициент лазерного поглощения (коэффициент обратнo-тормозного поглощения)

$$\kappa = 0,03 \frac{\langle z^2 \rangle}{\langle z \rangle} \Lambda \left(\frac{\rho}{\rho_c \lambda} \right)^2 T^{-3/2} \frac{1}{n_0}, \quad n_0 = \frac{\sqrt{\cos^2 \Theta - \frac{\rho}{\rho_c}}}{|\cos \Theta|}. \quad (10)$$

В противном случае полагаем $\kappa = 10^5$. В первой формуле (10) взят заниженный множитель 0,03, чтобы учесть эффект прогрева стенок золотого цилиндра (хольраума) за счет электронной теплопроводности.

Сглаживание значений энерговыделения вторыми разностями. После вычисления значений энерговыделения $Q_{i,j} = Q(t, i, j)$ в ячейках для всех областей сглаживаем их вторыми разностями.

Для каждого $j = 1, \dots, J$

$$Q_{i,j}^* = Q_{i,j} + \lambda_q (Q_{i-1,j} - 2Q_{i,j} + Q_{i+1,j}), \quad i = 2, \dots, I-1;$$

$$Q_{1,j}^* = Q_{1,j} + \lambda_q (Q_{2,j} - 2Q_{1,j} + Q_{2,j}); \quad Q_{I,j}^* = Q_{I,j} + \lambda_q (Q_{I,j} - 2Q_{I-1,j} + Q_{I,j}),$$

где λ_q — параметр, который в программе LAZER равен 0,01.

Затем для каждого $i = 1, \dots, I$ получаем

$$Q_{i,j}^{**} = Q_{i,j}^* + \lambda_q (Q_{i,j-1}^* - 2Q_{i,j}^* + Q_{i,j+1}^*), \quad j = 2, \dots, J-1;$$

$$Q_{i,1}^{**} = Q_{i,1}^* + \lambda_q (Q_{i,2}^* - 2Q_{i,1}^* + Q_{i,2}^*); \quad Q_{i,J}^{**} = Q_{i,J}^* + \lambda_q (Q_{i,J}^* - 2Q_{i,J-1}^* + Q_{i,J}^*)$$

с этим же значением λ_q .

Влияние сглаживания на точность вычислений можно показать разложением сглаженных значений энерговыделения в рамках ячейки разностной сетки. Значения Q^{**} для ортогональной сетки можно представить как

$$Q^{**} = Q + \lambda_q h_x^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \lambda_q h_y^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \lambda_q^2 h_x^2 h_y^2 \frac{\partial^4 Q}{\partial x^2 \partial y^2} + O(h^4).$$

Результаты расчетов

В ряде работ (см., например, [2, 4–6, 15, 16]) рассматривается возможность термоядерного зажигания криогенных микромишеней непрямого облучения на лазерных установках с энергией в импульсе до 2 МДж. Криогенные микромишени представляют собой сферическую оболочку из легированного пластика или сплава бериллия с медью диаметром около 2 мм с замороженным на внутренней поверхности слоем DT-льда массой до 300 мкг. Сферическая мишень помещается внутрь конвертора (хольраума), который представляет собой тонкостенный золотой цилиндр диаметром около 6 мм и длиной около 10 мм. На торцах цилиндра есть окна для ввода лазерного излучения. Для обжата сферических мишеней с непрямым воздействием используется рентгеновское излучение, которое возникает при поглощении лазерного излучения на стенках конвертора.

В данной работе рассмотрена задача переноса рентгеновского излучения в *сером* приближении с учетом поглощения лазерного излучения и газодинамического движения в системе *конвертор—мишень*, предложенной для лазерной установки NIF в работе [15].

Рассматриваемая система представляет собой золотой цилиндр с внутренним радиусом $R_H = 0,275$ см и внутренней длиной $L_H = 0,95$ см. Торцы и боковая поверхность сопрягаются тороидальной поверхностью радиусом 0,1 см. Толщина стенок из золота составляет 0,006 см. На каждом торце цилиндра имеется окно радиусом $R_{LEH} = 0,138$ см, закрытое пленкой из CH толщиной 0,006 см. Внутренняя полость конвертора наполнена газом He + H₂ с начальной плотностью $8 \cdot 10^{-4}$ г/см³. В данной задаче конвертор помещен в дополнительную область, наполненную разреженным газом плотностью $1,3 \cdot 10^{-4}$ г/см³ с пробегом и уравнением состояния воздуха.

Сферическая мишень находится в центре конвертора. Она имеет оболочку из легированного полистирола (C_{0,47375}H_{0,47375}O_{0,05}Br_{0,0025}) с внешним радиусом 0,111 см и толщиной 0,016 см. На внутреннюю поверхность оболочки нанесен слой DT-льда толщиной 0,008 см. Полость в центральной части мишени заполнена DT-газом с начальной плотностью $3 \cdot 10^{-4}$ г/см³.

Лазерное излучение вводится в конвертор через окна с CH-пленкой в виде четырех лазерных пучков, по два через каждое окно, и освещает стенку конвертора. При поглощении лазерное излучение конвертируется в рентгеновское, которое, попадая на сферическую мишень, приводит к испарению с ее поверхности вещества и движению неиспаренного вещества внутрь мишени. Окна из CH-пленки нагреваются и начинают разлетаться, при этом испаренное золото начинает их "закрывать". От точности моделирования испаренного золота зависят количество лазерных лучей, продолжающих попадать в хольраум, и выбор расположения лазерных источников. Проблеме конструкций окон для уменьшения перекрытия лазерного излучения испаренным золотом посвящены работы [17, 18].

Параметры системы приведены в табл. 1.

Лазерное излучение с полной энергией $E_L \approx 1,4$ МДж вводится в виде пучков под углами $\pm 24,7^\circ$ и $\pm 50,7^\circ$. Характеристики двух пучков представлены в табл. 2. Два других пучка симметричны указанным относительно плоскости $z = 0$.

Зависимость лазерной мощности от времени берется для каждого пучка в виде

$$P_i = \frac{dE_L^i}{dt} = E_i f(t), \quad f(t) = \frac{F(t)}{\int_0^\infty F(t) dt}, \quad i = 1, 2;$$

$E_1 = 4,55 \cdot 10^5$ Дж; $E_2 = 2,45 \cdot 10^5$ Дж. Функция $F(t)$ взята из работы [15].

Функция $P(t)$ представлена на рис. 3 (1 ТВт = 10^3 Дж/нс). На этом рисунке также приведена зависимость от времени фотонной температуры в хольрауме на экваторе мишени из работы [15], сдвинутая по времени на 1 нс*. Атомный вес, средний заряд и среднее значение квадрата заряда ионов плазмы берутся согласно табл. 3. Длина волны лазерного излучения $\lambda = 0,35$ мкм.

На рис. 4 показана начальная геометрия задачи.

Перенос излучения рассчитывался в сером кинетическом приближении с квадратурой ES_{16} в пространстве полета фотонов. В расчетах использовались табличные пробеги излучения, рассчитанные

* В работе [15] за начало лазерного импульса принят момент $t = -1$ нс, по-видимому, для моделирования прогресса CH-пленки, закрывающей отверстия для ввода лазерного излучения внутрь хольраума.

Таблица 1

Параметры системы

Номер области	Вещество	ρ_0 (г/см ³)
1	DT-газ	$3 \cdot 10^{-4}$
2	DT-лед	0,25
3	СНОВr	1,05
4	He _{0,34} H _{0,66}	$8 \cdot 10^{-4}$
5	Au	19,3
5	СН(окна)	0,0175
6	воздух	$1,3 \cdot 10^{-4}$

Таблица 2

Характеристики лучей

Конус	Θ_{RAY} , град	α_{max} , град	r_f , см	z_f , см	r_0 , см
Внутренний	24,7	10	-0,106	0,299	0,032
Внешний	50,7	10	-0,002	0,47	0,032

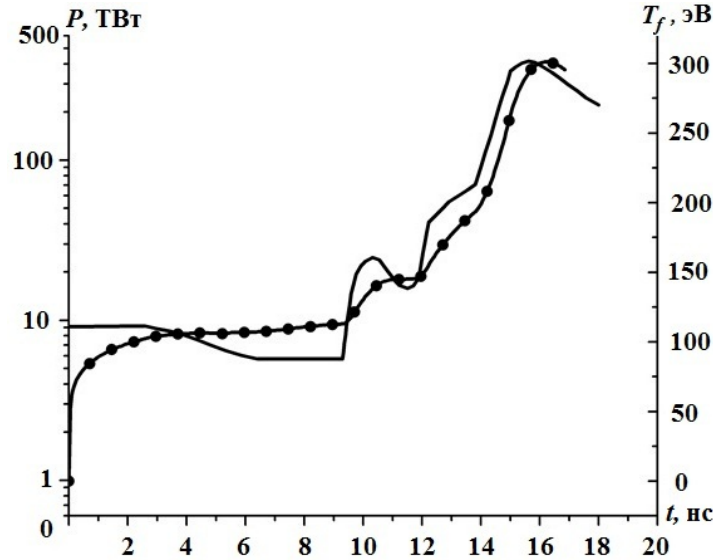


Рис. 3. Зависимость от времени лазерной мощности (—) и фотонной температуры (—●—) на экваторе мишени из работы [15]

Таблица 3

Атомный вес, средний заряд и среднее значение квадрата заряда ионов плазмы

Величина	Au	He _{0,34} H _{0,66}	СН(окна)	СНОВr	DT
$\langle A \rangle$	197	2	6,5	7,2	2,5
$\langle z^2 \rangle$	50	1,34	3,5	3,8	1
$\langle z \rangle$	2500	2,02	18,5	23,8	1

по модели среднего атома [19], и интерполяционные уравнения состояния в форме из работы [20]. Расчеты проводились без учета электронной теплопроводности. Размер пространственной сетки — 120 интервалов по углу и 215 интервалов по радиусу. Число лучей в каждом пучке — 16×16 .

На рис. 5 представлен ход лазерных лучей внутри полости хольраума на начальный момент времени. Видно, что все лазерные лучи входят в полость через СН-окна.

Поглощение части лазерных лучей в результате разрушения СН-пленки и перекрытия окон испаренным золотом к концу задачи хорошо видно из рис. 6 и 7.

На рис. 7 показаны распределения веществ и плотности на конечный момент времени $t = 16,9$ нс. На этот момент DT-газ мишени сжимается примерно в 3,54 раза (с 0,0870 до 0,0246 см), а газ He + H₂ в верхней части полости хольраума — более чем в 50 раз (с 0,164 до 0,003 см).

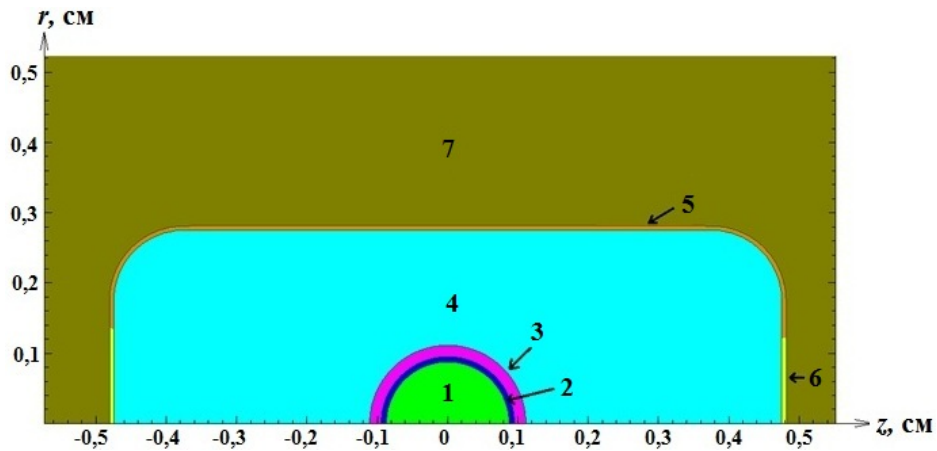


Рис. 4. Геометрия задачи: 1 — DT-газ; 2 — DT-лед; 3 — полистирол; 4 — газ He + H₂; 5 — золото; 6 — окна из CH; 7 — воздух

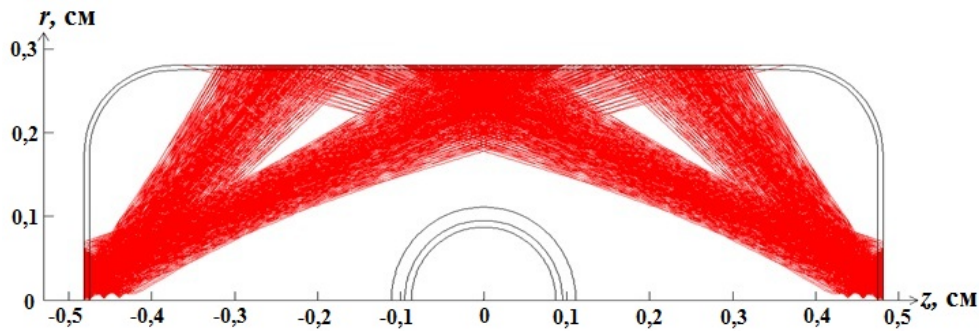


Рис. 5. Ход лазерных лучей внутри кольраума на начальный момент времени

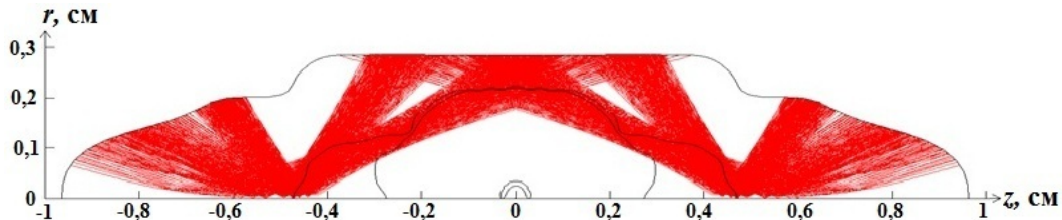


Рис. 6. Ход лазерных лучей внутри кольраума на конечный момент времени $t = 16,9$ нс

На рис. 8, 9 представлены распределения температур вещества, излучения и давления, а также разностная сетка на момент времени $t = 16,9$ нс. Видно, что распределение температуры излучения достаточно однородно в полости кольраума и достигает значений 300 эВ, что согласуется с данными работы [15]. Распределение температуры вещества существенно неоднородно и достигает максимальных значений у оси симметрии, где лазерные лучи максимально сконцентрированы.

Одной из основных характеристик при непрямом облучении термоядерных мишеней является температура излучения в полости кольраума. На рис. 10 показана полученная в расчетах зависимость фотонной температуры от времени на поверхности мишени в точке $z = 0$ вертикального канала, изображенного на рис. 9.

Как видно из сравнения рис. 3 и 10, зависимость фотонной температуры от времени на экваторе мишени, полученная в расчете с использованием программы LAZER, находится в качественном согласии с расчетом из работы [15], а ее максимальные значения близки к данным из этой работы.

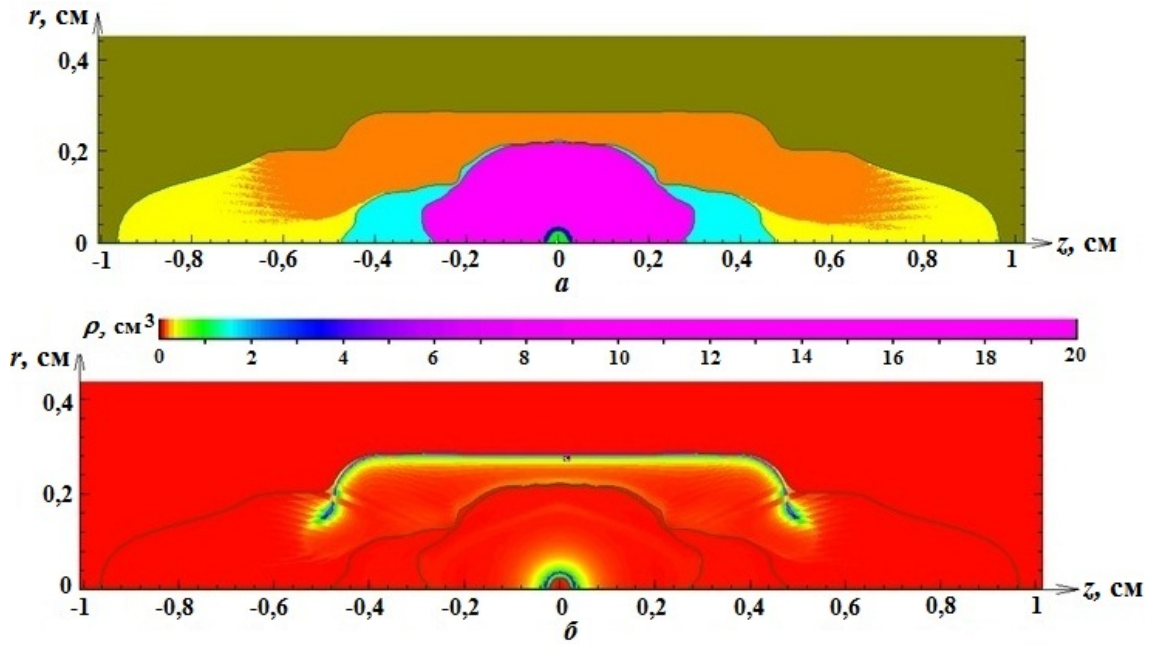


Рис. 7. Распределения веществ (а) и плотности (б) на конечный момент времени

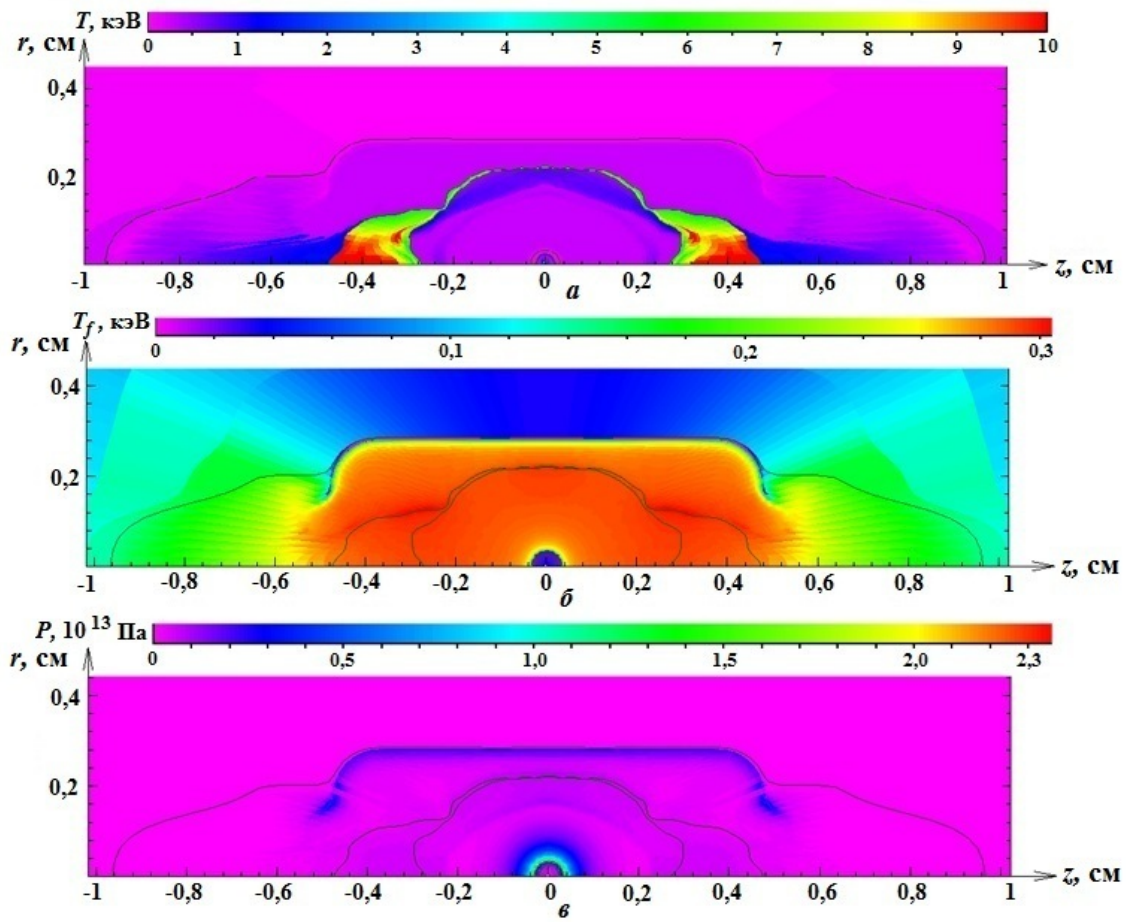


Рис. 8. Распределения температур вещества (а) и излучения (б), а также давления (в) на конечный момент времени

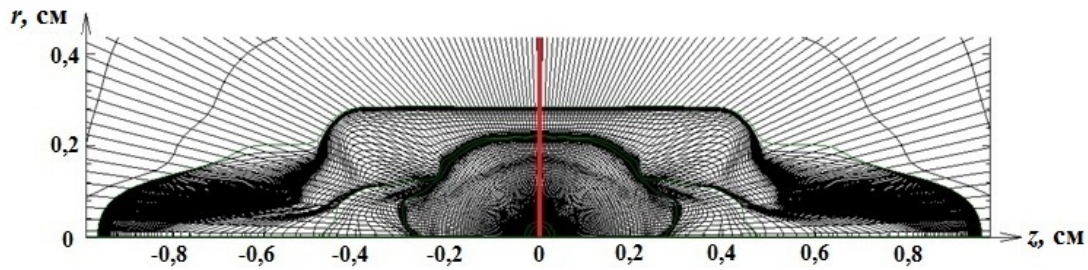


Рис. 9. Разностная сетка на конечный момент времени

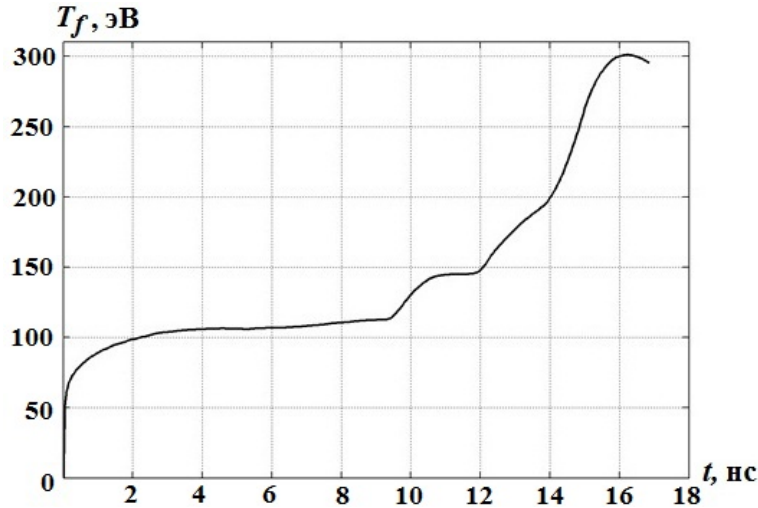


Рис. 10. Зависимость фотонной температуры от времени на экваторе мишени

Заключение

В данной работе рассмотрена задача двумерного кинетического переноса рентгеновского излучения в хольрауме с учетом поглощения лазерного излучения и газодинамического движения вещества. Подробно излагается трехмерная модель переноса и поглощения лазерного излучения, реализованная в программе LAZER. Согласно расчетам, проведенным по этой программе с уменьшенным коэффициентом поглощения лазерного излучения, полученная температура излучения в хольрауме находится в качественном согласии с расчетами Ливерморской лаборатории [15].

Поскольку в данных расчетах не учитывается электронная теплопроводность, вопросы, связанные со сжатием мишени, помещенной внутрь хольраума, и возможностью ее термоядерного зажигания, не обсуждаются. В дальнейшем планируется в используемой двумерной газодинамической программе учесть электронную теплопроводность и отличие температур ионов и электронов по методике [21].

Список литературы

1. Craxton R. S., Anderson K. S., Boehly T. R., Goncharov V. N., Harding D. R., Knauer J. P., McCrory R. L., McKenty P. W., Meyerhofer D. D., Myatt J. F., Schmitt A. J., Sethian J. D., Short R. W., Skupsky S., Theobald W., Kruer W. L., Tanaka K., Betti R., Collins T. J. B., Delettrez J. A., Hu S. X., Marozas J. A., Maximov A. V., Michel D. T., Radha P. B., Regan S. P., Sangster T. C., Seka W., Solodov A. A., Soures J. M., Stoeckl C., Zuegel Craxton J. D. Direct-drive inertial confinement fusion // Phys. Plasmas. A Review. 2015. Vol. 22. P. 110501.
2. Lindl J., Landen Ot., Edwards J., Moses Ed., Team N. Review of the National Ignition Campaign 2009–2012 // Ibid. 2014. Vol. 21. P. 020501.

3. *Ji Yan, Xing Zhang, Jiwei Li, Zhensheng Dai, Bolun Chen, Longfei Jing, Zhongjing Chen, Tianxuan Huang, Wei Jiang, Bo Yu, Yudong Pu, Zifeng Song, Keli Deng, Zhurong Cao, Feng Wang, Shao'en Jiang, Shenye Liu, Jiamin Yang.* Preliminary experiments on hohlraum-driven double-shell implosion at the ShenGuang-III laser facility // Nucl. Fusion. 2018. Vol. 58. P. 076020.
4. *Besnard D.* The megajoule laser program — ignition at hand // Eur. Phys. J. 2007. Vol. D 44. P. 207–213.
5. *Гаранин С. Г.* Мощные лазеры и их применение в исследованиях физики высоких плотностей энергии // УФН. 2011. Т. 181. С. 434.
Garanin S. G. Moshchnye lazery i ikh primeneniye v issledovaniyakh fiziki vysokikh plotnostey energii // UFN. 2011. T. 181. S. 434.
6. *Chizhkov M. N., Kozmanov M. Yu., Lebedev S. N., Lykov V. A., Rykovanova V. V., Seleznev V. N., Selezneva K. I., Stryakhnina O. V., Shestakov A. A., Vronskiy A. V.* Simulation of the hohlraum for a laser facility of megajoule scale // J. Physics: Conference Series. 2010. Vol. 244. P. 60.
7. *Лыков В. А., Лягина Е. Л., Шестаков А. А.* Влияние спектральных эффектов переноса излучения в различных приближениях на развитие коротковолновых возмущений в оболочечных мишенях непрямого облучения для мегаджоульных лазерных установок // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2021. Вып. 1. С. 17–28.
Lykov V. A., Lyagina E. L., Shestakov A. A. Vliyanie spektralnykh effektov perenosa izlucheniya v razlichnykh priblizheniyakh na razvitie korotkovolnovykh vozmushcheniy v obolochechnykh mishenyakh nepryamogo oblucheniya dlya megadzhoulnykh lazernykh ustanovok // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovaniye fizicheskikh protsessov. 2021. Vyp. 1. S. 17–28.
8. *Бисярин А. Ю., Грибов В. М., Зубов А. Д., Неуважаев В. Е., Первиненко Н. В., Фролов В. Д.* Комплекс ТИГР для расчета двумерных задач математической физики // Там же. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1984. Вып. 3. С. 34–41.
Bisyarin A. Yu., Gribov V. M., Zubov A. D., Neuvazhaev V. E., Pervinenko N. V., Frolov V. D. Kompleks TIGR dlya raschyeta dvumernykh zadach matematicheskoy fiziki // Tam ze. Ser. Metodiki i programmy chislennoy resheniya zadach matematicheskoy fiziki. 1984. Vyp. 3. S. 34–41.
9. *Гаджиев А. Д., Селезнёв В. Н., Шестаков А. А.* DS_n -метод с искусственной диссипацией и ВДМ-метод ускорения итераций для численного решения двумерного уравнения переноса теплового излучения в кинетической модели // Там же. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2003. Вып. 4. С. 33–46.
Gadzhiev A. D., Seleznyev V. N., Shestakov A. A. DS_n -metod s iskusstvennoy dissipatsiyey i VDM-metod uskoreniya iteratsiy dlya chislennoy resheniya dvumernogo uravneniya perenosa teplovogo izlucheniya v kineticheskoy modeli // Tam ze. Ser. Matematicheskoe modelirovaniye fizicheskikh protsessov. 2003. Vyp. 4. S. 33–46.
10. *Вронский А. В., Чижков М. Н., Шестаков А. А.* Двумерная модель распространения и поглощения лазерного излучения в мишенях ЛТС с учетом рефракции // Там же. 2017. Вып. 4. С. 14–24.
Vronskiy A. V., Chizhikov M. N., Shestakov A. A. Dvumernaya model rasprostraneniya i pogloshcheniya lazernogo izlucheniya v mishenyakh LTS s uchyetom refraktsii // Tam ze. 2017. Vyp. 4. S. 14–24.
11. *Вронский А. В., Козманов М. Ю., Лебедев С. Н., Лыков В. А., Рыкованова В. В., Селезнёв В. Н., Селезнёва К. И., Стряхнина О. В., Чижков М. Н., Шестаков А. А.* Моделирование лазерной сборки для установки мегаджоульного класса // Тез. докл. X Межд. конф. ЗНЧ. Снежинск, 2010. С. 311.
Vronskiy A. V., Kozmanov M. Yu., Lebedev S. N., Lykov V. A., Rykovanova V. V., Seleznyev V. N.,

- Stryakhnina O. V., Chizhikov M. N., Shestakov A. A.* Modelirovanie lazernoy sborki dlya ustanovki megadzhoul'nogo klassa // Tez. dokl. X Mezhd. konf. ZNCh. Snezhinsk, 2010. S. 311.
12. *Шестаков А. А.* Исследование скорости сходимости итераций метода ВДЭПФ при совместном решении уравнения энергии и уравнения переноса излучения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2016. Вып. 2. С. 3–16.
Shestakov A. A. Issledovanie skorosti skhodimosti iteratsiy metoda VDEPF pri sovместном reshenii uravneniya energii i uravneniya perenosa izlucheniya // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2016. Вып. 2. С. 3–16.
 13. *Гаджиев А. Д., Кондаков И. А., Писарев В. Н., Стародумов О. И., Шестаков А. А.* Метод дискретных ординат с искусственной диссипацией (DDAD-схема) для численного решения уравнения переноса нейтронов // Там же. 2003. Вып. 4. С. 13–24.
Gadzhiev A. D., Kondakov I. A., Pisarev V. N., Starodumov O. I., Shestakov A. A. Metod diskretnykh ordinat s iskusstvennoy dissipatsiyey (DDAD-skhema) dlya chislennoy resheniya uravneniya perenosa neytronov // Tam zhe. 2003. Вып. 4. С. 13–24.
 14. *Шестаков А. А.* TVDR-схемы для решения системы уравнений переноса теплового излучения // Там же. 2019. Вып. 2. С. 17–36.
Shestakov A. A. TVDR-skhemy dlya resheniya sistemy uravneniy perenosa teplovogo izlucheniya // Tam zhe. 2019. Вып. 2. С. 17–36.
 15. *John D. Lindl, Peter Amendt, Richard L. Berger et al.* The physics basis for ignition using indirect-drive targets on the National Ignition Facility // Phys. Plasmas. 2004. Vol 11(2). P. 339–491.
 16. *Holstein P. A., Chaland F., Chaprin C., Dufour J. M., Dumont H., Giorla J., Hallo L., Laffite S., Malinie G., Saillard Y., Schurtz G., Vandenboomgaerde M., Wagon F.* Evolution of the target design for the MJ laser // Laser and Particle Beams. 1999. Vol. 17(3). P. 403–413.
 17. *Eder D. C., Koniges A. E., Jones O. S., Marinak M. M., Tobin M. T., MacGowan B. J.* Late-time simulation of National Ignition Facility hohlraums // Nucl. Fusion. 2004. Vol. 44. P. 709–719.
 18. *Callahan D. A., Amendt P. A., Dewald E. L., Haan S. W., Hinkel D. E., Izurni N., Jones O. S., Landen O. L., Lindl J. D., Pollaine S. M., Suter L. J., Tabak M., Turner R. E.* Using laser entrance hole shields to increase coupling efficiency in indirect drive ignition targets for the National Ignition Facility // Phys. Plasmas. 2006. Vol. 13. P. 056307.
 19. *Никифоров А. Ф., Новиков В. Г., Уваров В. Б.* Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. Методы расчета росселандовых пробегов и уравнений состояния. М.: Физматлит, 2000.
Nikiforov A. F., Novikov V. G., Uvarov V. B. Kvantovo-statisticheskie modeli vysokotemperaturnoy plazmy. Metody raschyeta rosselandovykh probegov i uravneniy sostoyaniya. M.: Fizmatlit, 2000.
 20. *Елисеев Г. М., Клинишов Г. Е.* Уравнение состояния твердых веществ и его сплайн-аппроксимация: Препринт № 173. М.: ИПМ АН СССР, 1982.
Eliseev G. M., Klinishov G. E. Uravneniye sostoyaniya veshchestv i ego splayn-approksimatsiya: Preprint № 173. M.: IPM AN SSSR, 1982.
 21. *Лыков В. А., Бакуркина Е. С., Карлыханов Н. Г., Рыкованов Г. Н., Соколов Л. В., Черняков В. Е., Шушлебин А. Н.* Численное моделирование гидродинамических неустойчивостей и перемешивания при сжатии газонаполненных оболочек в опытах, проведенных на установке NIF // Тез. докл. XIII Межд. конф. ЗНЧ. Снежинск, 2017. С. 133.
Lykov V. A., Bakurkina E. S., Karlykhanov N. G., Rykovanov G. N., Sokolov L. V., Chernyakov V. E., Shushlebin A. N. Chislennoye modelirovanie gidrodinamicheskikh neustoychivostey i peremeshivaniya pri szhatii gazonapolnennykh obolochek v opytakh, provedyennykh na ustanovke NIF // Tez. dokl. XIII Mezhd. konf. ZNCh. Snezhinsk, 2017. S. 133.