

УДК 519.6

## ДВУМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПЫТА ПО ПЕРЕМЕШИВАНИЮ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ГАЗОВОЙ СИСТЕМЕ С УСЛОВИЕМ ПРИЛИПАНИЯ НА СТЕНКАХ УДАРНОЙ ТРУБЫ

Ю. В. Янилкин

(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Представлены результаты двумерного численного моделирования течения, формирующегося в трубе постоянного сечения при прохождении ударной волны через трехслойную газовую систему. Использовалось как прямое численное моделирование (решение двумерных уравнений Эйлера или Навье—Стокса без каких-либо моделей турбулентности), так и моделирование по  $(k, \varepsilon)$ -модели турбулентности. Расчеты проводились без учета и с учетом пограничного слоя на боковых стенках ударной трубы. В начальный момент времени газы находятся в состоянии покоя при атмосферном давлении и разделяются двумя тонкими пленками. Первая контактная граница наклонена под углом  $45^\circ$  к фронту ударной волны, вторая расположена параллельно фронту. Центральный слой системы заполняется ксеноном, перед первой и за второй контактными границами содержится воздух. Ударная волна формируется на одном конце трубы и движется в сторону первой контактной границы. Выполнено сравнение результатов численного моделирования задачи в разных постановках как между собой, так и с экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* модельные опыты, трехслойная газовая система, численное моделирование, неустойчивость Кельвина—Гельмгольца, неустойчивость Рихтмайера—Мешкова.

### Введение

Существует ряд подходов и физических моделей для расчета турбулентных течений. К широко используемым подходам можно отнести прямое численное моделирование с решением уравнений Эйлера или Навье—Стокса и моделирование с применением полуэмпирических моделей турбулентности (RANS-методы). Представляет интерес сравнение этих подходов на конкретной достаточно сложной задаче, содержащей разные типы неустойчивости, генерирующие турбулентность. В настоящей работе такое сравнение проводится по методике ЭГАК [1], позволяющей проводить как прямое моделирование, так и с использованием  $(k, \varepsilon)$ -модели турбулентности.

Тестирование проводится на задаче [2], представляющей собой трехслойную систему разноплотных газов с разнонаклоненными контактными границами (КГ), помещенную в ударную трубу, по которой распространяется ударная волна (УВ), проходя все КГ системы. Задача представляет значительный интерес, так как в ней присутствует неустойчивость как Рихтмайера—Мешкова, так и Кельвина—Гельмгольца. К сожалению, экспериментальная информация скупа и ограничивается теньевыми кадрами на два момента времени.

Численное исследование задачи проводилось ранее в двумерной постановке с использованием прямого численного моделирования (решением уравнений Эйлера) по методике МИМОЗА [3] в упомянутой работе [2]. Получено качественное согласие результатов расчетов с экспериментальными данными, однако имеются заметные отличия расчетов от экспериментов по некоторым деталям течения, которые в указанной работе не нашли своего объяснения.

Основная цель настоящей работы — дать объяснение имеющимся расхождениям в результатах расчетов и экспериментов. Для этого в расчетах был реализован учет молекулярной вязкости и пограничного слоя (далее для краткости *погранслоя*). Кроме того, были проведены расчеты с вариацией счетной сетки.

### Постановка экспериментов

Постановка экспериментов подробно описана в работе [2].

Эксперименты проведены на ударной трубе, в которой устанавливались две тонкие пленки, а пространство между ними заполнялось газами различной плотности. Экспериментальная картина течения фиксировалась на несколько моментов времени после прохождения основной УВ через КГ.

В экспериментах специальные начальные возмущения на КГ не задавались, их источниками служили кусочки разрушающейся под действием проходящей УВ пленки.

Выполнено несколько опытов в одной и той же постановке. При сравнении полученных в различных опытах картин течения выявлено, что они отличаются друг от друга некоторыми деталями. К сожалению, в работе [2] не приведены результаты отдельных опытов, они позволили бы понять погрешность экспериментов. Авторы работы [2] также отмечают, что на всех экспериментальных фотокадрах течение не просматривается вблизи стенок трубы (в погранслое) из-за технических особенностей.

### Постановки расчетов и использованные численные методы

Численные исследования в настоящей работе выполнялись в нескольких постановках:

1. Численное моделирование задачи осуществлялось по стандартной (*невязкой*) двумерной газодинамической методике ЭГАК, предназначенной для решения уравнения Эйлера без привлечения каких-либо моделей учета турбулентного перемешивания (ТП) (прямое численное моделирование). Характерной особенностью данной методики является использование метода концентраций (VOF) [4] для расчета движения КГ. Качественно такие же уравнения и их аппроксимации используются и в работе [2].
2. Счет выполнялся по стандартной методике ЭГАК, в которой дополнительно на боковых границах ударной трубы задавалось условие прилипания. Это приближенный способ учета погранслоя напрямую, однако надо иметь в виду, что в этом случае в качестве молекулярной вязкости выступает схемная вязкость. Точность такого моделирования вязкости невысока, поэтому данный подход позволяет понять влияние погранслоя лишь на качественном уровне, не претендуя на количественное описание.
3. Уравнения Навье—Стокса (с динамическим коэффициентом вязкости  $\nu = 0,000006$  для всех газов) решались как без учета, так и с учетом погранслоя, т. е. с граничным условием прилипания на боковых стенках.
4. Еще два расчета проводились с использованием ( $k, \varepsilon$ )-модели турбулентности [5] без учета и с учетом погранслоя по алгоритмам [6] с амплитудой шероховатости 0,000005.

Геометрия задачи приведена на рис. 1 (позаимствована из [2]). Труба заполнена разноплотными газами, которые находятся в состоянии покоя при атмосферном давлении. Первая КГ (КГ1) наклонена под углом  $45^\circ$  к фронту УВ, вторая КГ (КГ2) расположена параллельно фронту. В центральном слое системы содержится ксенон, перед КГ1 и за КГ2 — воздух. УВ формируется на верхнем конце трубы и движется в сторону КГ1. Для УВ число Маха  $M \approx 2,4$ .

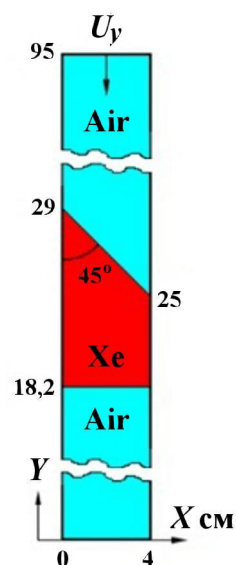


Рис. 1. Геометрия задачи из [2]

Начальные параметры воздуха:  $\rho = 0,00125 \text{ г/см}^3$  — плотность;  $\gamma = 1,4$  — показатель адиабаты;  $P = 1,01325 \text{ г/(см} \cdot \text{мс}^2)$  — давление. Начальные параметры ксенона (Xe):  $\rho = 0,0055 \text{ г/см}^3$ ;  $\gamma = 1,667$ ;  $P = 1,01325 \text{ г/(см} \cdot \text{мс}^2)$ . Параметры сжатого воздуха за фронтом УВ:  $P_2 = 6,64 \text{ г/(см} \cdot \text{мс}^2)$ ;  $\rho_2 = 0,004015 \text{ г/см}^3$ ;  $U_y = 55,7 \text{ см/мс}$ . Уравнение состояния — как для идеального газа.

Геометрия задачи плоская. Граничные условия на стенках трубы задавались в соответствии с постановками расчетов (таблица).

В качестве исходной в расчетах использовалась квадратная сетка с ячейками  $h_x = h_y = 0,005 \text{ см}$ . Такая сетка была взята в соответствии с данными из работы [2], в которой указано, что самая подробная сетка содержала  $22 \times 10^6$  ячеек, что примерно соответствует взятому размеру ячейки. В нескольких расчетах в окрестности КГ *ксенон—воздух* сетка получалась с помощью технологии дробных ячеек [1] и была в два (расчет 2*N*) и четыре (расчет 4*N*) раза мельче.

### Постановки расчетов

Номер расчета	Особенности счета
1	Стандартная газовая динамика, сетка <i>N</i> , внешние границы — жесткие стенки
2	Стандартная газовая динамика, сетка 2 <i>N</i> , внешние границы — жесткие стенки
3	Стандартная газовая динамика, сетка 4 <i>N</i> , внешние границы — жесткие стенки
4	Стандартная газовая динамика, сетка 2 <i>N</i> , на боковых границах задано условие прилипания
5	Вязкая газовая динамика, динамический коэффициент вязкости обоих газов $\nu = 0,00006$ , сетка 2 <i>N</i> , на боковых границах задано условие жесткая стенка
6	Вязкая газовая динамика, динамический коэффициент вязкости обоих газов $\nu = 0,00006$ , сетка 2 <i>N</i> , на боковых границах задано условие прилипания
7	( <i>k</i> , $\epsilon$ )-модель, сетка <i>N</i> , внешние границы — жесткие стенки
8	( <i>k</i> , $\epsilon$ )-модель, сетка <i>N</i> , учет погранслоя на боковых стенках

### Результаты расчетов и сравнение с экспериментальными данными

**Вводная часть.** Поскольку экспериментальная картина течения в виде теневых фотографий имеется на два момента времени, то сравнение результатов численного моделирования с экспериментами в виде растровых картин далее будет приведено на всех рисунках на эти два момента. Первая серия рисунков соответствует экспериментальному времени  $t \approx 0,27 \text{ мс}$ , когда КГ2 прошла расстояние  $\Delta x \approx 4 \text{ см}$ , вторая — времени  $t \approx 0,345 \text{ мс}$ , когда КГ2 прошла расстояние  $\Delta x \approx 8 \text{ см}$ . Далее в тексте и на рисунках единицы измерения времени и расстояния не приводятся.

На рис. 2 показаны картины течения из расчета по методике МИМОЗА на указанные два момента времени в сравнении с экспериментальными данными, взятые из работы [2].

Отметим, что положения основной УВ и КГ2 в выполненных расчетах удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и результатами расчета по МИМОЗА, поэтому они здесь не приводятся.

Как отмечено ранее, в расчетах по методике МИМОЗА имеются количественные расхождения с экспериментальными данными по некоторым деталям. Рассмотрим отличия в течении на момент  $t = 0,345 \text{ мс}$ , характерные и для другого момента времени. Во-первых, заметно отличаются картины перемешивания, особенно в области первого вихря (на рис. 2 обозначен стрелкой с номером 1): в расчете вихрь имеет почти в 1,5 раза больший размер в поперечном направлении, и видно различие в координате его "носика" на стенке ударной трубы. Во-вторых, второй вихрь (на рис. 2 обозначен стрелкой с номером 2) в расчете сильно сдвинут вправо. В-третьих, в расчете практически отсутствует перемешивание на *плоской* границе *ксенон—воздух*, расположенной перпендикулярно оси *OX* (обозначена стрелкой с номером 4), в то время как в эксперименте перемешивание ярко выражено.

Возникает вопрос о возможных причинах указанных отличий. Первая напрашивающаяся причина — малое количество ячеек. Вторая возможная причина — наличие погранслоя, который мог

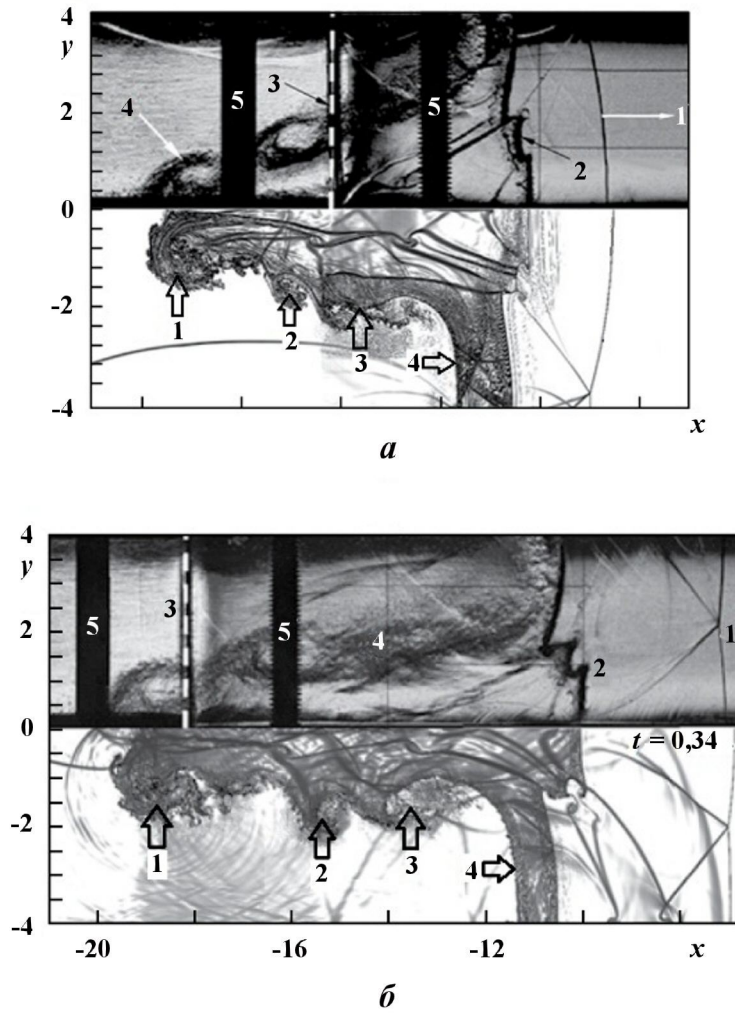


Рис. 2. Поле течения в эксперименте (верхняя половина) и в расчете по МИМОЗА (нижняя половина) из [2]:  $a - t = 0,27$  мс;  $b - t = 0,345$  мс; на экспериментальных кадрах 1 — УВ; 2 — текущее положение КГ2; 3 — начальное положение КГ2; 4 — зона перемешивания; 5 — шпилька крепления; на расчетных картинах стрелки (нанесены автором) указывают положение вихрей 1–3, стрелка 4 — *плоскую* КГ

иметь место в эксперименте и не учитывался в расчетах. В работе [6] показано, что в аналогичных опытах на этой ударной трубе по исследованию движения УВ по зоне ТП наличие погранслоя играет важную роль. И, наконец, третья причина — молекулярная вязкость, которая также не учитывалась в расчетах.

На приводимых далее рисунках показанные сверху экспериментальные картины — это одни и те же уже упомянутые теньевые фотографии. Как они построены, не указывается — они взяты из работы [2]. Для большей наглядности растровые картины плотности в расчетах построены в режиме инверсии, т. е. темные тона изображения плотности становятся светлее по мере ее увеличения. При этом использовались 20 оттенков черно-белого изображения, распределенных равномерно. В расчетах трудно было добиться абсолютной синхронизации с экспериментом по времени, поэтому при построении сравнительных рисунков совмещались расчетное и экспериментальное положения КГ2 (на рис. 3 они обозначены стрелками), на которой движение носит одномерный характер. Масштабы рисунков совмещались с использованием известных экспериментальных рисок, линейные координаты которых указаны над левым рис. 3,  $a$ . На остальных рисунках эти риски не нанесены. Видно, что приведенные на рисунках расчетные координаты немного не соответствуют экспериментальным, однако отличия небольшие и они не сильно сказываются на общей картине течения.

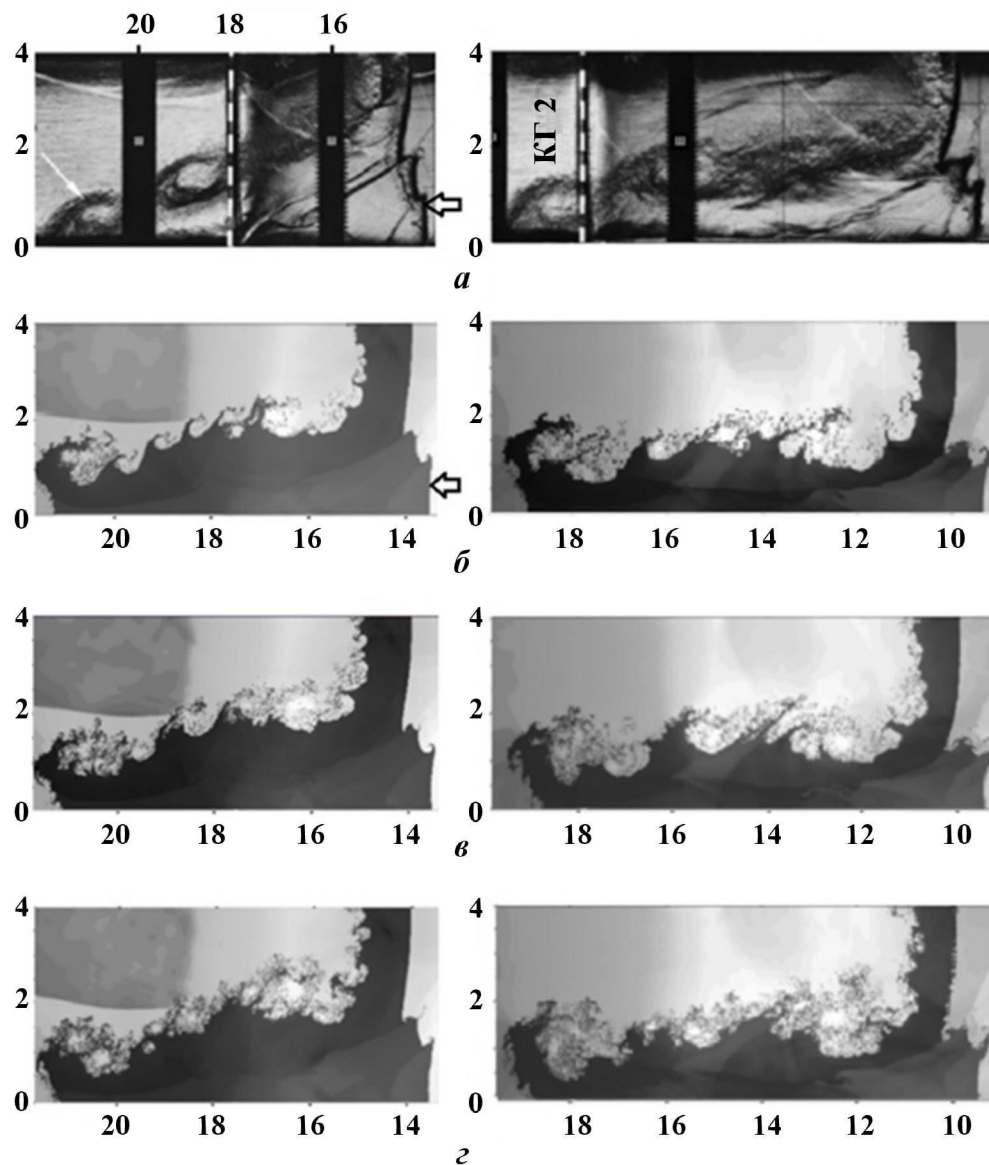


Рис. 3. Сравнение результатов эксперимента и расчетов в стандартной постановке без учета вязкости на разных сетках: *a* — эксперимент; *б* — расчет  $N$ ; *в* — расчет  $2N$ ; *г* — расчет  $4N$ ; слева —  $t = 0,27$ ; справа —  $t = 0,345$

На рисунках используются следующие обозначения: *стандартная* или *невязкая газодинамика* — это решение уравнений Эйлера без молекулярной вязкости; *вязкая газодинамика* — решение уравнений Навье—Стокса; *погранслой* — расчет с занулением скорости на боковых границах ударной трубы для имитации погранслоя (отметим, что это грубое приближение может использоваться лишь для качественного анализа течения, не претендуя на точность; для более корректного моделирования необходимо размещать несколько ячеек на вязком подслое).

**Результаты расчетов.** Рассмотрим результаты расчетов на сходимость. На рис. 3 представлены расчеты 1—3 в стандартной постановке, отличающиеся только сетками (см. таблицу). Прежде всего отметим, что расчет на сетке  $N$  (близкой к сетке в расчете по методике МИМОЗА) дает близкие к расчету по МИМОЗА результаты.

При сравнении расчетов на разных сетках можно отметить, что при качественном согласии их между собой в течении имеются заметные отличия. Во-первых, с уменьшением размеров ячеек пе-

ремешивание происходит более интенсивно, в частности, на плоской границе увеличиваются ширина зоны ТП и мелкомасштабная часть смешения. Во-вторых, более четко проявляются крупные вихри, в частности второй и третий. Таким образом, уменьшение размеров ячеек приводит к лучшему согласию с экспериментом, однако положение и размеры первого вихря остаются без изменения и не согласуются с экспериментом.

Расчеты на сетках  $4N$  требуют больших вычислительных ресурсов, поэтому в остальных расчетах для экономии использовались лишь сетки  $N$  и  $2N$ .

Теперь сравним результаты расчетов на сетке  $2N$  с наличием и отсутствием молекулярной вязкости без учета погранслоя (рис. 4). Видно, что наличие вязкости способствует большей степени перемешивания, особенно в области за третьим вихрем, что приближает результаты расчетов к экспериментальным данным, однако положение и размеры первого вихря остаются без изменения и не согласуются с экспериментом. Таким образом, учет молекулярной вязкости решает проблему несоответствия результатов расчетов экспериментальным данным не полностью.

На рис. 5 приводятся результаты расчетов с учетом и без учета молекулярной вязкости на сетке  $2N$  (расчеты 4 и 6), в обоих случаях с учетом погранслоя (занулением скорости на боковых стенках). Сравнение с рис. 3, 4 показывает, что влияние погранслоя на течение заметно независимо от типа газовой динамики (вязкая или невязкая), его учет приближает расчет к эксперименту по положению, форме и размерам первого вихря.

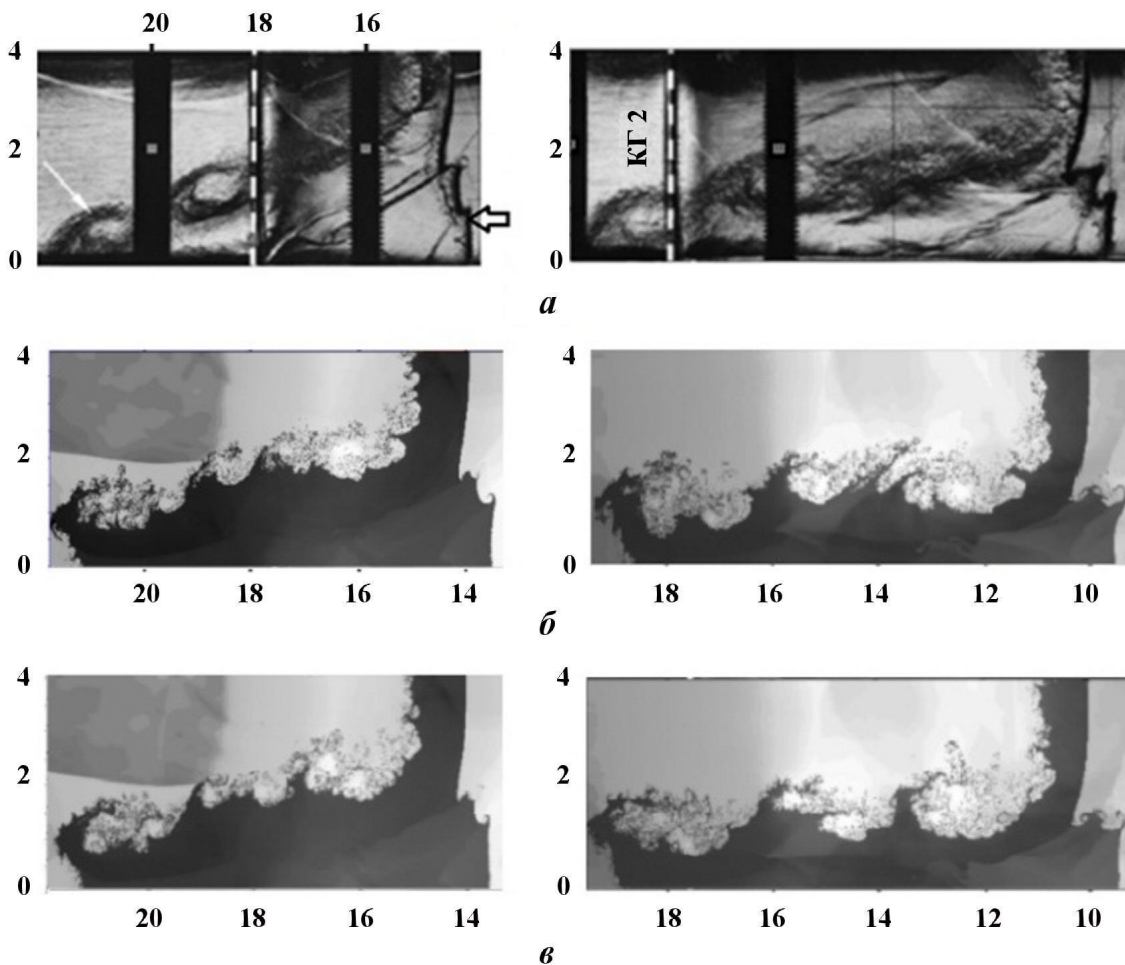


Рис. 4. Сравнение результатов эксперимента и расчетов на сетке  $2N$  без учета и с учетом молекулярной вязкости: *a* — эксперимент; *б* — расчет без вязкости; *в* — расчет с вязкостью; слева —  $t = 0,27$ ; справа —  $t = 0,345$

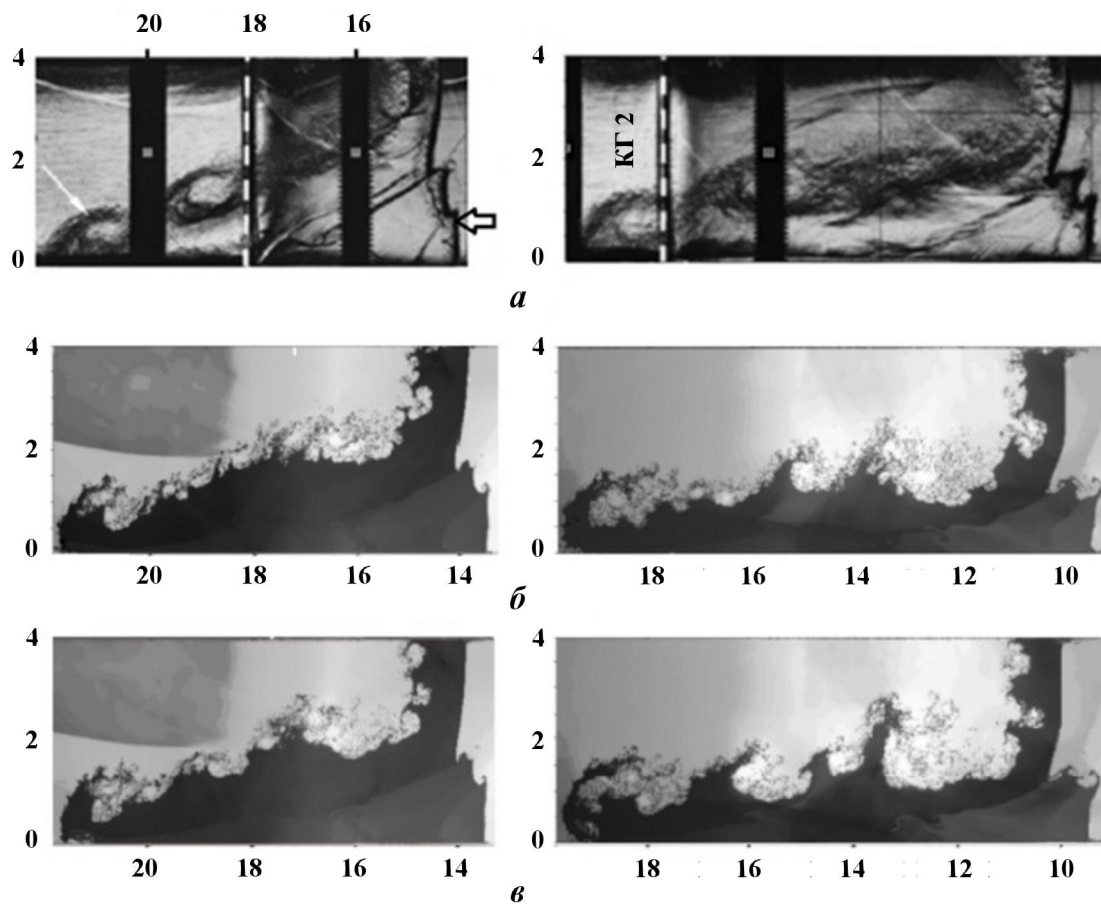


Рис. 5. Результаты эксперимента и расчетов по невязкой и вязкой газодинамике на сетке  $2N$  с учетом погранслоя: *а* — эксперимент; *б* — расчет по невязкой газодинамике; *в* — расчет по вязкой газодинамике; слева —  $t = 0,27$ ; справа —  $t = 0,345$

Таким образом, для корректного моделирования рассматриваемых экспериментов необходим учет наличия погранслоя. Малая зависимость результатов от типа газовой динамики свидетельствует о заметном влиянии схемной вязкости на течение сравнительно с молекулярной вязкостью. Отметим также возросшую степень смешения на плоской границе при наличии погранслоя независимо от типа газовой динамики.

Далее приводятся результаты расчетов по  $(k, \varepsilon)$ -модели турбулентности. На рис. 6 показаны результаты расчетов без учета и с учетом погранслоя по алгоритму из работы [6]. Отметим, что в указанной работе при вводе модели погранслоя выбор коэффициента шероховатости не производился, поэтому его учет носит качественный характер без претензий на точный результат.

В расчете без погранслоя по  $(k, \varepsilon)$ -модели присутствуют те же погрешности, что и при прямом моделировании: размеры первого вихря значительно больше, и отличается его местоположение. На плоских границах ксенона и воздуха в верхней части рис. 6 видно заметное перемешивание, хотя на нижней границе оно выражено слабее. Отметим, что длинноволновые возмущения в зоне ТП в расчетах по  $(k, \varepsilon)$ -модели не наблюдаются.

Учет погранслоя, как и при прямом моделировании, приближает расчет к экспериментальным данным по размерам и положению первого вихря. Однако на плоской границе, как и прежде, крупномасштабные возмущения не развиваются. Таким образом, расчеты с  $(k, \varepsilon)$ -моделью также подтверждают необходимость учета погранслоя для получения корректного результата при моделировании данной задачи.

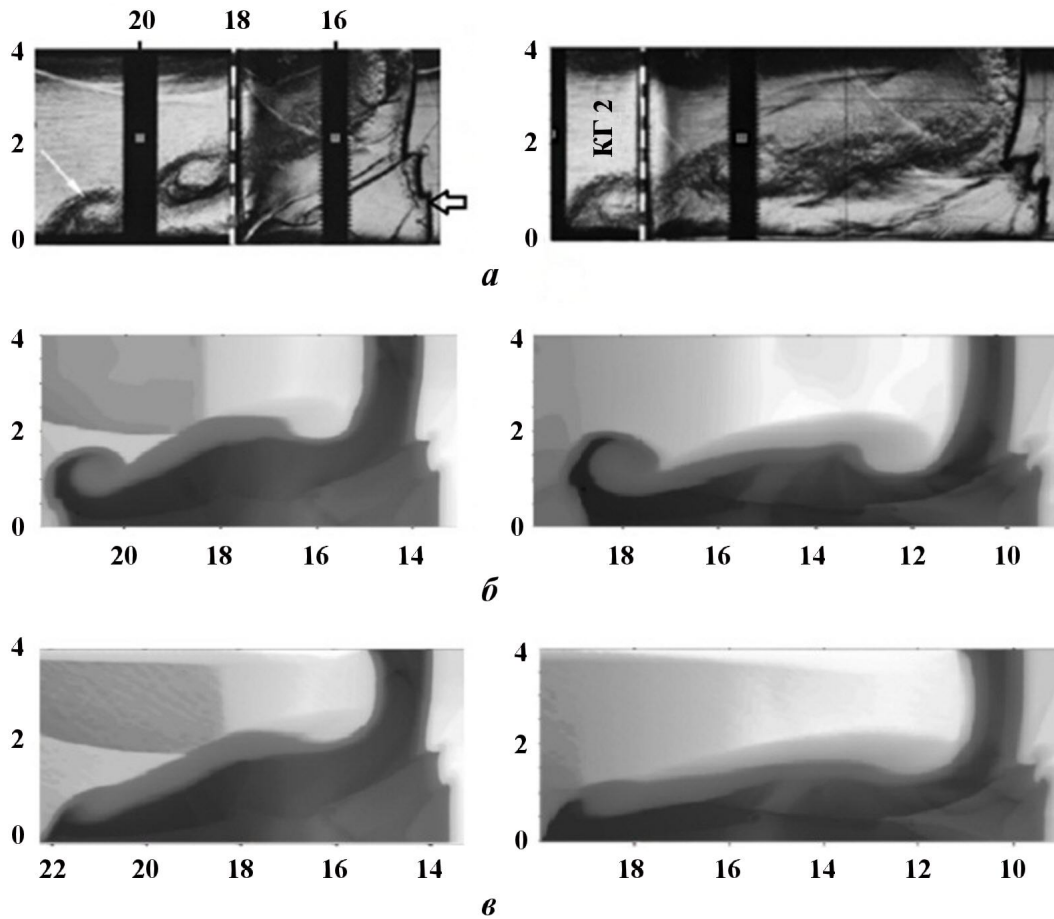


Рис. 6. Сравнение результатов эксперимента и расчетов на сетке  $N$  по  $(k, \varepsilon)$ -модели без учета и с учетом погранслоя:  $a$  — эксперимент;  $b$  — расчет без погранслоя;  $v$  — расчет с погранслоем; слева —  $t = 0,27$ ; справа —  $t = 0,345$

### Заключение

Подчеркнем, что автор не ставил перед собой задачу точного описания результатов экспериментов. Главная цель работы — дать объяснение имеющимся расхождениям в расчетах и экспериментах и выяснить, какие физические процессы необходимо учесть в расчетах для получения более точного результата.

В данной работе имеются два приближения. Во-первых, автору не известны точные значения динамического коэффициента вязкости для воздуха и ксенона — были взяты некоторые правдоподобные значения. Во-вторых, в работе использовался грубый алгоритм учета погранслоя. Несмотря на это, полученные результаты позволяют на качественном уровне объяснить имеющиеся расхождения между результатами эксперимента и расчета при прямом двумерном моделировании по стандартной (невязкой) газовой динамике.

Таким образом, для получения более адекватных результатов при прямом численном моделировании рассматриваемого опыта необходимо выполнить следующие условия:

- 1) использовать подробную сетку с размером ячейки не больше  $h = 0,0025$  см (речь идет о методике ЭГАК, для других методик сетка может быть другой);
- 2) решать уравнения вязкой среды (уравнения Навье—Стокса), так как в некоторых деталях это позволяет лучше описывать эксперименты;
- 3) учитывать погранслоем на боковых стенках, так как интересующая часть рассматриваемого течения расположена вблизи стенок.



Моделирование по  $(k, \varepsilon)$ -модели также подтверждает необходимость учета погранслоя. Отметим, что этот результат носит более общий характер, он справедлив и для других аналогичных опытов, проводимых на ударных трубах.

В настоящей работе остался в стороне вопрос о влиянии на результаты трехмерного характера ТП. Однако проведение расчетов трехмерных задач на столь мелких сетках требует очень больших ресурсов ЭВМ, поэтому они не проводились.

Автор выражает искреннюю благодарность О. Г. Синьковой и И. Н. Тюриной за помощь в проведении расчетов и обработке их результатов, а также В. В. Змушко за ценные замечания по тексту статьи.

### Список литературы

1. Янилкин Ю. В., Беляев С. П., Бондаренко Ю. А., Гаврилова Е. С., Гончаров Е. А., Горбенко А. Д., Городничев А. В., Губков Е. В., Гузнова А. Р., Дегтяренко Л. И., Жарова Г. В., Колобянин В. Ю., Софронов В. Н., Стадник А. Л., Ховрин Н. А., Чернышова О. Н., Чистякова И. Н., Шемьяков В. Н. Эйлеровы численные методики ЭГАК и ТРЭК для моделирования многомерных течений многокомпонентной среды // Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2008. Вып. 12. С. 54–66.  
Yanilkin Yu. V., Belyaev S. P., Bondarenko Yu. A., Gavrilova E. S., Goncharov E. A., Gorbenko A. D., Gorodnichev A. V., Gubkov E. V., Guzhova A. R., Degtyarenko L. I., Zharova G. V., Kolobyainin V. Yu., Sofronov V. N., Stadnik A. L., Khovrin N. A., Chernyshova O. N., Chistyakova I. N., Shemyakov V. N. Eulerovy chislennyye metodiki EGAK i TREK dlya modelirovaniya mnogomernykh techeniy mnogokomponentnoy sredy // Trudy RFYaTs-VNIIEF. 2008. Vyp. 12. S. 54–66.
2. Бодров Е. В., Змушко В. В., Невмерзжиский Н. В., Разин А. Н., Сеньковский Е. Д., Сотсков Е. А. Расчетно-экспериментальное исследование развития турбулентного перемешивания в газовой слойке при прохождении ударной волны // Механика жидкости и газа. 2018. Т. 3. С. 54–62.  
Bodrov E. V., Zmushko V. V., Nevmerzhitkiy N. V., Razin A. N., Senkovskiy E. D., Sotskov E. A. Raschyetno-eksperimentalnoe issledovanie razvitiya turbulentnogo peremeshivaniya v gazovoy sloyke pri prokhozhdenii udarnoy volny // Mekhanika zhidkosti i gaza. 2018. T. 3. S. 54–62.
3. Змушко В. В., Плетенев Ф. А., Сараев В. А., Софронов И. Д. Методика решения трехмерных уравнений газовой динамики в смешанных лагранжево-эйлеровых координатах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1988. Вып. 1. С. 22–27.  
Zmushko V. V., Pleteneyev F. A., Saraev V. A., Sofronov I. D. Metodika resheniya tryekhmernykh uravneniy gazovoy dinamiki v smeshannykh lagranzhevo-eylerovykh koordinatakh // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Metodiki i programmy chislennogo resheniya zadach matematicheskoy fiziki. 1988. Vyp. 1. S. 22–27.
4. Бахрах С. М., Глаголева Ю. П., Самигулин М. С., Фролов В. Д., Яненко Н. Н., Янилкин Ю. В. Расчет газодинамических течений на основе метода концентраций // Докл. АН СССР. 1981. Т. 257, № 3. С. 566–569.  
Bakhrakh S. M., Glagoleva Yu. P., Samigulin M. S., Frolov V. D., Yanenko N. N., Yanilkin Yu. V. Raschet gazodinamicheskikh techeniy na osnove metoda kontsentratsiy // Dokl. AN SSSR. 1981. T. 257, № 3. S. 566–569.
5. Янилкин Ю. В. Численное моделирование турбулентного перемешивания в многомерных течениях сжимаемой среды // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1999. Вып. 4. С. 88–94.  
Yanilkin Yu. V. Chislennoe modelirovanie turbulentnogo peremeshivaniya v mnogomernykh techeniyakh szhimaemoy sredy // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 1999. Vyp. 4. S. 88–94.

6. Силькова О. Г., Стаценко В. П., Третьяченко Ю. В., Янилкин Ю. В. Расчетно-теоретическое исследование взаимодействия ударной волны с зоной турбулентного перемешивания, происходящего на плоской границе воздух—аргон в экспериментах на ударной трубе // ПМТФ. 2020. Т. 61, № 6. С. 5—15.

*Sinkova O. G., Statsenko V. P., Tretyachenko Yu. V., Yanilkin Yu. V. Raschyetno-teoreticheskoe issledovanie vzaimodeystviya udarnoy volny s zonoj turbulentnogo peremeshivaniya, proiskhodyashchego na ploskoy granitse vozdukh-argon v eksperimentakh na udarnoy trube // PMTF. 2020. T. 61, № 6. S. 5—15.*

Статья поступила в редакцию 03.09.21.

---