

УДК 532.5+519.673

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВУХ СПОСОБОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА МИШЕНЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕШЕНИЯ СУЧКОВА

Е. И. Понькин

(СФТИ НИЯУ МИФИ, г. Снежинск Челябинской области)

Двойную волну Сучкова как частное решение системы уравнений, описывающей двумерное газодинамическое течение, прилегающее к косоугольной стенке, предлагается использовать при моделировании двух способов воздействия на мишень в экспериментах по управляемому термоядерному синтезу. При первом способе воздействия на мишень движением сжимающего непроницаемого поршня установлено, что в окрестности точки примыкания поршня к косоугольной стенке возникает область большой локальной кумуляции. Эта область и параметры кумуляции тем больше, чем более острым является угол наклона поверхности непроницаемого поршня к косоугольной стенке в начальный момент времени. При втором способе воздействия на мишень газ в области двойной волны Сучкова сжимается проницаемым поршнем с заданным давлением. Линия этого поршня всегда перпендикулярна косоугольной стенке, и эффекта большой локальной кумуляции, естественно, не наблюдается. Для обоих рассмотренных случаев исследованы значения газодинамических параметров и интегральные характеристики течений сжатия. В том числе определено, какие массы газа сжаты до разных значений давления и какие энергетические вклады в процесс сжатия дают разные участки сжимающих поршней.

Ключевые слова: центрированная волна, двойная волна Сучкова, закон движения поршня, газодинамические параметры.

Введение

В физических экспериментах по реализации управляемого термоядерного синтеза (УТС) на мишень воздействуют двумя способами: движением сжимающего непроницаемого поршня и заданным внешним давлением. Один из вариантов мишени [1], для которой реализуется первый способ воздействия, приведен на рис. 1. Здесь энергия (ток тяжелых ионизированных частиц) вкладывается в бериллий, который, расширяясь, давит на золотой цилиндр, а последний как непроницаемый поршень воздействует на DT-мишень.

Мишень со вторым способом внешнего воздействия используется в установке NIF (рис. 2, *a*). Импульс 192 лазеров направляется в капсулу с шаровой мишенью из DT (рис. 2, *б*), что соответствует воздействию на мишень со всех сторон одинаковым давлением. Положительных результатов подобных экспериментов нет из-за неустойчивости этого сжатия [2], что, в частности, видно из рис. 2, *в*.

В работах [3, 4] предложены другие конфигурации мишеней, в которых в процессе сжатия радиусы кривизны непроницаемых сжимающих поверхностей не стремятся к нулю. Роль таких поверхностей выполняют грани тетраэдра (рис. 3, *a*) или треугольной призмы (рис. 3, *б*), выпуклые соответственно к центру или оси симметрии. Это геометрическое свойство мишеней повышает устойчивость течений сжатия. В процессе сжатия мишеней характер выпуклости поверхностей не изменяется.

Математическое описание безударного сжатия мишени при различных способах воздействия можно получить, используя решение [5, 6] задачи об истечении газа в вакуум с косоугольной стенки в пространстве физических переменных x/t , y/t .

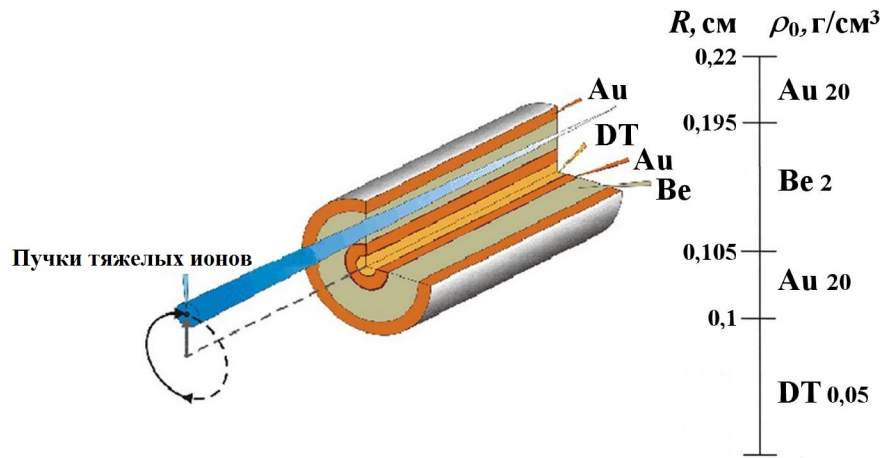


Рис. 1. Цилиндрическая мишень для реализации УТС

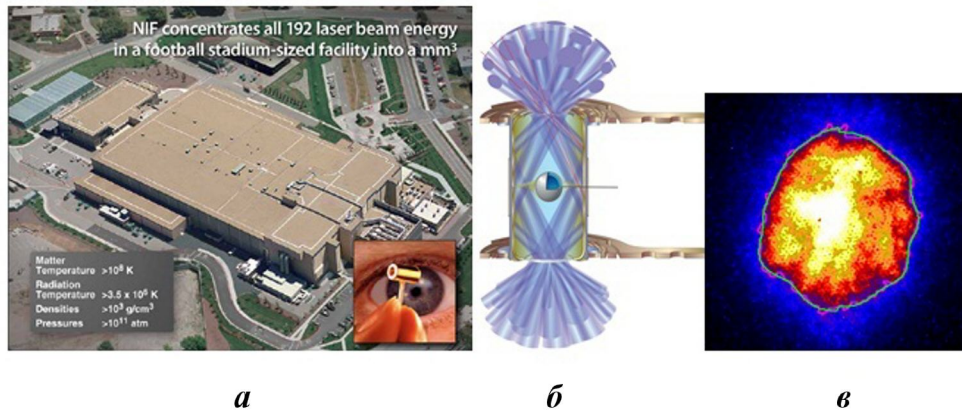


Рис. 2. Установка NIF в Ливерморской национальной лаборатории (США) для реализации УТС [2]

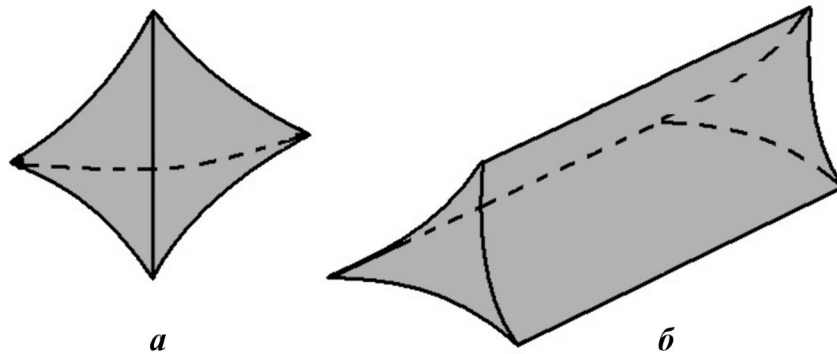


Рис. 3. Возможные конфигурации мишеней для УТС: *a* — тетраэдр с гранями, выпуклыми к центру; *б* — треугольная призма с гранями, выпуклыми к оси симметрии

В работе [6] в пространстве физических переменных $x/t, y/t$ построено автомодельное решение системы уравнений газовой динамики (СУГД) в виде сходящегося ряда по степеням ϑ , где ϑ — известная функция независимых переменных $x/t, y/t$. Это решение при $t \geq 0$ описывает истечение политропного газа в вакуум с косой стенки, а при $t \leq 0$ — неограниченное сжатие газа, первоначально заполнявшего призматический объем. В задаче об истечении в вакуум момент времени $t = 0$ является начальным моментом движения газа. В задаче о сжатии момент $t = 0$ является конеч-

ным моментом движения газа — моментом сильного сжатия, коллапса, когда весь газ оказывается сжатым до двумерной поверхности и плотность газа обращается в бесконечность.

Для согласованного случая, когда выполняется соотношение

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{(\gamma + 1)}{(3 - \gamma)}, \quad (1)$$

где α — угол наклона косой стенки, γ — показатель политропы газа, получается одно известное [7] частное решение, задаваемое конечным отрезком сходящегося ряда, — двойная волна Сучкова (ДВС). В работе [7] это решение построено в пространстве годографа, т. е. независимых переменных u, v — компонент вектора скорости газа. ДВС переходит в упомянутое выше частное решение в пространстве физических переменных $x/t, y/t$, имеющее вид конечного отрезка сходящегося ряда [5, 6], после применения к ДВС обратного перехода от независимых переменных u, v к независимым переменным $x/t, y/t$.

В работе [8] ДВС была интерпретирована для описания сильного сжатия газа, заполняющего специальный призматический объем. При этом была установлена принципиально бóльшая степень кумуляции газа, чем при неограниченном сжатии плоских, цилиндрических и сферических объемов газа. Однако в работе [8] и последующих работах А. Ф. Сидорова законы движения сжимающих поршней не найдены, конкретные свойства течений не исследованы и конфигурации течений не замкнуты.

В данной работе построено математическое описание двух способов воздействия на мишень: первый способ — движением сжимающего непроницаемого поршня, второй — заданным внешним давлением (с помощью проницаемого поршня). Также найдены законы движения сжимающих поршней с использованием решения СУГД [5, 6] в согласованном случае (1).

Для рассматриваемых способов воздействия на мишень исследовано распределение давления в области, образованной течениями централизованной волны (ЦВ) сжатия и ДВС (для краткости область ЦВ+ДВС), в том числе вдоль участка поршня, сжимающего газ в области ДВС. Также исследованы интегральные характеристики течения в области ЦВ+ДВС: определены энергетические вклады отдельных участков поршней в процессе сжатия и массы газа, сжатые до разных значений давления различными участками сжимающих поршней.

Кроме того, в работе исследована зависимость характера кумуляции газа от геометрического положения непроницаемого поршня в начальный момент времени.

Описание с использованием ДВС сильного сжатия мишени по первому способу воздействия

Постановка задачи. Пусть в начальный момент времени $t_0 = -1$ политропный газ покоится в области плоскости OXY , ограниченной четырьмя прямыми непроницаемыми стенками (рис. 4, а):

- 1) $x = 0$ при $0 \leq y \leq y_*$;
- 2) $y = y_* > 0$ при $x_0 \leq x \leq 0$;
- 3) $x = x_0$ при $x_0 \operatorname{tg} \alpha \leq y \leq y_*$;
- 4) $y = x \operatorname{tg} \alpha$ при $x_0 \leq x \leq 0$,

где значение x_0 равно значению t_0 , а значение константы y_* определяет массу сжимаемого газа при $t > t_0$.

Скорость звука покоящегося газа равна единице. В момент времени t_0 поршень (вертикальная стенка $x = x_0$) начинает плавно вдвигаться в газ так, чтобы сжатие газа происходило безударно, и при $t = 0$ весь газ сжимается до бесконечной плотности на прямой $x = 0$ (при $y \geq 0$).

На рис. 4, б область ЦВ отделена от покоящегося газа вертикальной звуковой характеристикой AB , которая распространяется по закону [9]

$$x = t.$$

Слева область ЦВ ограничена участком CD сжимающего непроницаемого поршня. Закон движения CD , сжимающего течение вида ЦВ в момент времени $t = 0$ до прямой $x = 0$ ($y \geq 0$), известен [10, 11]:

$$x^p(t) = \left(x_0 + \frac{t_0}{\varkappa}\right) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/(\varkappa+1)} - \frac{t}{\varkappa}, \quad (2)$$

где $\varkappa = (\gamma - 1)/2$. В случае воздуха $\gamma = 1,402 \approx 7/5$, $\varkappa = 0,201 \approx 1/5$; для водорода $\gamma = 5/3$, $\varkappa = 1/3$.

Области ЦВ и ДВС разделены звуковой характеристикой AD (см. рис. 4, б), которая в рассматриваемом согласованном случае (1) является прямой, задаваемой уравнением [10, 11]

$$y = \frac{\sqrt{\beta}\varkappa}{\varkappa+1}x + \frac{\sqrt{\beta}}{\varkappa+1}t,$$

где $\beta = (\varkappa + 1)/(1 - \varkappa) = (\gamma + 1)/(3 - \gamma)$. Область ДВС ограничена слева участком DE непроницаемого сжимающего поршня.

Точное автомодельное решение СУГД для согласованного случая в области ДВС в пространстве физических переменных x/t , y/t задается функциями c , u и v [5, 6]:

$$c = \frac{1}{\beta} \left(1 + \varkappa \frac{x}{t} + \varkappa \sqrt{\beta} \frac{y}{t}\right); \quad u = \left(1 - \frac{\varkappa}{\beta}\right) \frac{x}{t} - \frac{\varkappa}{\sqrt{\beta}} \frac{y}{t} - \frac{1}{\beta}; \quad v = -\frac{\varkappa}{\sqrt{\beta}} \frac{x}{t} + (1 - \varkappa) \frac{y}{t} - \frac{1}{\sqrt{\beta}}. \quad (3)$$

Здесь u , v — декартовы компоненты вектора скорости газа; $c = \rho^{(\gamma-1)/2}$ — скорость звука газа в рассматриваемом случае изэнтропических течений; ρ — плотность газа. Связь между плотностью и давлением газа устанавливается через уравнение состояния для политропного газа $p = \rho^\gamma/\gamma$.

Все переменные в задаче стандартным образом сделаны безразмерными с использованием конкретных значений размерных масштабных значений t_{00} , x_{00} , u_{00} , ρ_{00} — времени, расстояния, скорости и плотности соответственно. При этом положено

$$t_{00} = \frac{x_{00}}{u_{00}}; \quad u_{00} = c_{00}; \quad c_{00} = \rho_{00}^{(\gamma-1)/2}.$$

Оценка мощности энерговложения A_r в мишень (область ЦВ+ДВС + покоящийся газ) выполнялась по формуле

$$A_r = \frac{1}{\Delta t} \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad (4)$$

где Δt — время, за которое в мишень вкладывается энергия, затрачиваемая на изменение объема области ЦВ+ДВС + покоящийся газ от значения V_1 до значения V_2 ; p — распределение давления в данной области.

Расчет массы сжимаемого в моменты времени $t_0 < t < 0$ газа выполнялся для областей давления A_p , B_p и C_p , задаваемых следующими неравенствами:

$$A_p: \frac{3}{4}p_{\max} \leq p \leq p_{\max}; \quad B_p: \frac{2}{3}p_{\max} \leq p \leq p_{\max}; \quad C_p: \frac{1}{2}p_{\max} \leq p \leq p_{\max}, \quad (5)$$

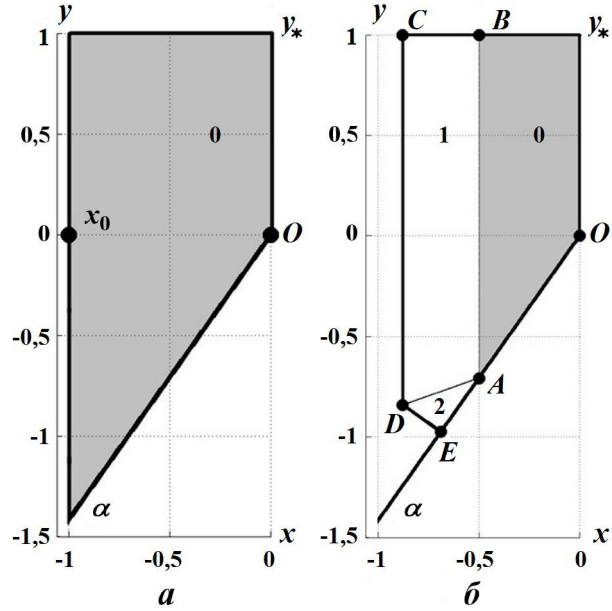


Рис. 4. Начальная конфигурация течения при $t_0 = -1$ (а) и его конфигурация при $t_0 < t < 0$ (б): 0 — покоящийся газ; 1 — область ЦВ; 2 — область ДВС

где p_{\max} — максимальное давление в ДВС между участком DE сжимающего поршня, косой стенкой и характеристикой AD .

Алгоритм построения поверхности непроницаемого поршня, сжимающей газ в области ДВС. Контактная характеристика DE будет совпадать с поверхностью непроницаемого поршня, сжимающего газ в области ДВС, когда каждая точка поверхности поршня будет иметь скорость, равную скорости частиц газа в данный момент времени. Закон движения частиц газа в области ДВС, согласно [5, 6], задается следующими выражениями:

$$x(t) = \frac{x_0 + \sqrt{\beta}y_0 + \frac{t_0}{\varkappa} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}}}{1 + \beta} - \frac{1 + \sqrt{\beta}\varkappa \left(\frac{y_0}{t_0} - \sqrt{\beta}\frac{x_0}{t_0}\right)}{1 + \beta} \frac{t}{\varkappa}; \quad (6)$$

$$y(t) = \frac{\left(x_0 + \sqrt{\beta}y_0 + \frac{t_0}{\varkappa}\right) \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}} + \frac{\varkappa \left(\frac{y_0}{t_0} - \sqrt{\beta}\frac{x_0}{t_0}\right) - \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \frac{t}{\varkappa}. \quad (7)$$

В момент времени $t = t_0 + \varepsilon$, где $\varepsilon = 0,1$, рассмотрим поверхность поршня CDE , показанную на рис. 4, б, как набор m точек. Дискретизируем ось времени t : $t_i = (t_0 + \varepsilon) \frac{n-1}{n}i$, где n — число интервалов разбиения промежутка времени от $t_0 + \varepsilon$ до 0; i задает номер временного интервала. Тогда для моментов времени $t_i \geq t_0 + \varepsilon$ формулы (2), (6) и (7) переписываются в следующем виде:

– в области ЦВ, когда $y_{i,j} \geq y_{D,i}$ и $x_{i,j}^p = x_{i,j} = x_{D,i}$:

$$x_{i,j}^p = \left(x_{i-1,j}^p + \frac{t_{i-1}}{\varkappa}\right) \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^{1/(\varkappa+1)} - \frac{t_i}{\varkappa}; \quad (8)$$

– в области ДВС, когда $y_{i,j} < y_{D,i}$ и $x_{i,j} < x_{D,i}$:

$$x_{i,j} = \frac{x_{i-1,j} + \sqrt{\beta}y_{i-1,j} + \frac{t_{i-1}}{\varkappa} \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^{\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}}}{1 + \beta} - \frac{1 + \sqrt{\beta}\varkappa \left(\frac{y_{i-1,j}}{t_{i-1}} - \sqrt{\beta}\frac{x_{i-1,j}}{t_{i-1}}\right)}{1 + \beta} \frac{t_i}{\varkappa}; \quad (9)$$

$$y_{i,j} = \frac{\left(x_{i-1,j} + \sqrt{\beta}y_{i-1,j} + \frac{t_{i-1}}{\varkappa}\right) \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^{\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}} + \frac{\varkappa \left(\frac{y_{i-1,j}}{t_{i-1}} - \sqrt{\beta}\frac{x_{i-1,j}}{t_{i-1}}\right) - \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \frac{t_i}{\varkappa}. \quad (10)$$

Здесь $x_{i,j} = x_j(t_i)$; $y_{i,j} = y_j(t_i)$; j задает точку на поверхности поршня CDE , $j = \overline{1, m}$; $i = \overline{1, n}$. Пара $(x_{D,i}, y_{D,i})$ задает координаты точки D , которые определяются выражениями

$$x_{D,i} = \left(x_{D,i-1} + \frac{t_{i-1}}{\varkappa}\right) \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^{1/(\varkappa+1)} - \frac{t_i}{\varkappa}; \quad y_{D,i} = \frac{\varkappa\sqrt{\beta}}{1 + \varkappa}x_{D,i} + \frac{\sqrt{\beta}}{1 + \varkappa}t_i. \quad (11)$$

При $i = 1$ $x_{D,1} = x^p(-1 + \varepsilon)$; $y_{D,1} = \frac{\varkappa\sqrt{\beta}}{1 + \varkappa}x^p(-1 + \varepsilon) + \frac{\sqrt{\beta}}{1 + \varkappa}(-1 + \varepsilon)$.

Точка D по закону (11) движется вверх по поверхности поршня на участке CD , сжимающей газ в области ЦВ. Тем самым количество точек поршня на участке CD уменьшается, а количество точек поршня на участке DE увеличивается.

Результаты математического моделирования первого способа воздействия на мишень.

Рассмотрим случай, когда в момент времени $t = t_0 + \varepsilon$ участок DE непроницаемого поршня перпендикулярен косой стенке (см. рис. 4, б). Введем обозначения: $t_{0\varepsilon} = t_0 + \varepsilon$; $x_{0\varepsilon}^p = x^p(t_{0\varepsilon})$; m_1 — начальное количество точек на участке DE ; m_2 — начальное количество точек на участке CD . Тогда можно определить координаты $m = m_1 + m_2$ точек поверхности непроницаемого поршня CDE в начальный момент времени:

– для участка DE в области ДВС, когда $j = \overline{1, m_1}$:

$$M_{1,j} = \left(x_{1,j} = \frac{m_1 (x_{0\varepsilon}^p + t_{0\varepsilon}) + (x_{0\varepsilon}^p - t_{0\varepsilon}) j}{2m_1}, y_{1,j} = \frac{x_{0\varepsilon}^p + t_{0\varepsilon}}{\sqrt{\beta} (1 - \varkappa)} - \frac{x_{1,j}}{\sqrt{\beta}} \right); \quad (12)$$

– для участка CD в области ЦВ, когда $j = \overline{(m_1 + 1), m}$:

$$M_{1,j} = \left(x_{1,j} = x_{0\varepsilon}^p, y_{1,j} = \frac{\varkappa x_{0\varepsilon}^p + t_{0\varepsilon}}{\sqrt{\beta} (1 - \varkappa)} + \left[1 - \frac{\varkappa x_{0\varepsilon}^p + t_{0\varepsilon}}{\sqrt{\beta} (1 - \varkappa)} \right] \frac{j - m_1}{m_2} \right). \quad (13)$$

Координаты точек исходной поверхности поршня CDE , задаваемые формулами (12), (13), используются для определения координат точек поверхности непроницаемого поршня в последующие моменты времени $t > t_{0\varepsilon}$ по формулам (7)–(9).

На рис. 5 показаны результаты расчета положения поршня CDE от времени и функции p в области ЦВ+ДВС для исходного наклона участка непроницаемого поршня DE , перпендикулярного косоугольной стенке в области ДВС.

Из рис. 5 видно, что характеристика AD , разделяющая области ЦВ и ДВС, движется вверх по одномерному течению, и поэтому газ, пересекая эту характеристику, попадает из области ЦВ в область ДВС. Это добавляет точки в расчет по формулам (9), (10) удаляя их из расчета по формуле (8). Расчеты показывают, что точки поверхности непроницаемого поршня, которые в момент времени $t_{0\varepsilon}$ находились в области ДВС, сохраняют свою исходную ориентацию относительно косоугольной стенки (лежат на перпендикулярной прямой — см. рис. 5, *а, б*) и двигаются по направлению к ней. Движение точек поверхности поршня, которые в результате сжатия перешли из области ЦВ в область ДВС, уже не определяется исходным наклоном стенки DE , а определяется только газодинамическими параметрами течения ДВС. Видно, что со временем эта, как бы новая, часть поверхности сжимающего непроницаемого поршня начинает выгибаться в сторону косоугольной стенки, фактически касаясь ее в своей крайней точке. Исходный наклон сжимающего непроницаемого поршня по отношению к косоугольной стенке фактически пропадает. Там, где поршень касается косоугольной стенки, возникает область повышенного давления — локальная кумуляция газа (см. рис. 5, *в*).

Для оценки характера кумуляции газа в области ДВС выполнен расчет масс газа для интервалов давления A_p , B_p и C_p , задаваемых неравенствами (5). Для этого вводится величина δm — отношение

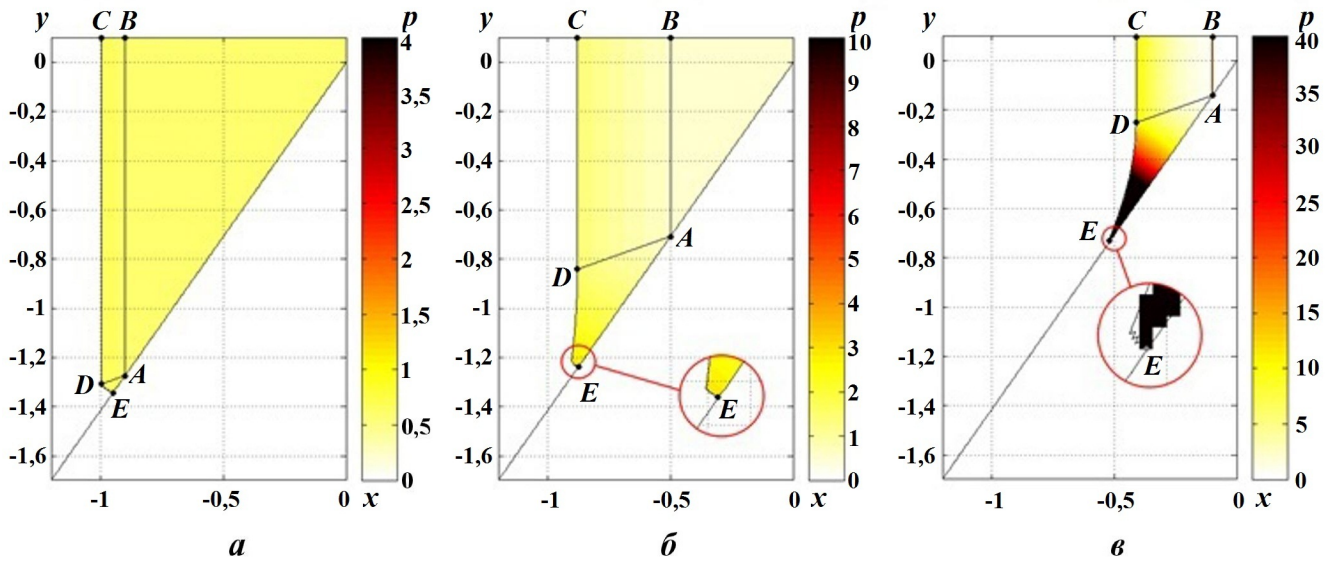


Рис. 5. Распределение давления газа в призматическом объеме при его сжатии непроницаемым поршнем CDE : $a - t_1 = -0,9$; $b - t_2 = -0,5$; $v - t_3 = -0,1$

массы газа в области ДВС, задаваемой неравенством как A_p , B_p или C_p , к массе газа в области ДВС или во всей области сжатия. То есть, например, для интервала давления A_p и области ДВС будем иметь выражение

$$\delta m = \frac{m_{A_p}}{m_{ADE}}.$$

Результаты расчета δm для рассматриваемого исходного наклона участка сжимающего поршня DE к косой стенке показаны на рис. 6, а, б. На рис. 6, в приведен график зависимости от времени мощности энерговложения в мишень, определяемой по формуле (4).

При приближении к моменту коллапса нижние границы интервалов давления A_p , B_p и C_p сдвигаются к точке E (см. рис. 5, в) из-за роста давления в области сильной кумуляции и выгибания участка поверхности поршня DE к косой стенке. Область пространства, занимаемого газом с давлением из интервалов A_p , B_p и C_p , уменьшается. При этом газ из области ЦВ перетекает в область ДВС, что обусловлено движением характеристики AD по основному (одномерному) течению. Как следствие, масса газа в области ДВС растет, что приводит к уменьшению значений δm с течением времени в этой области (см. рис. 6, а).

Масса сильно сжатого газа для всей области ЦВ+ДВС невелика и составляет не более 10% от общей массы сжимаемого газа. Из рис. 6, б видно, что с течением времени значения δm растут, что связано с перетоком газа из области ЦВ в область ДВС.

Функция A_r зависимости мощности энерговложения в мишень от времени (см. рис. 6, в) на промежутке времени от t_0 до $0,1t_0$ — линейная функция времени, максимум которой не превышает 10% от A_r^{\max} . На интервале времени от $0,1t_0$ до нуля наблюдается резкое возрастание мощности энерговложения в мишень (значение A_r изменяется от $0,1A_r^{\max}$ до A_r^{\max}). Из анализа характера изменения мощности энерговложения в мишень качественно сжатие можно разделить на два этапа: медленное сжатие газа при $t_0 < t < 0,1t_0$ и последующий резкий удар при $0,1t_0 < t < 0$.

Определение зависимости характера кумуляции газа от исходного положения участка поршня DE относительно косой стенки. В работах [5, 6] показано, что в однозначно определенном течении ДВС (3) линию DE , являющуюся участком поверхности непроницаемого поршня, сжимающим газ в ДВС, можно задавать разными способами (рис. 7). На рис. 8 показаны результаты расчета функции p вдоль поверхности непроницаемого поршня CDE в моменты времени $t_1 = -0,9$, $t_2 = -0,5$ и $t_3 = -0,1$ для показанных на рис. 7 трех случаев исходного наклона участка DE

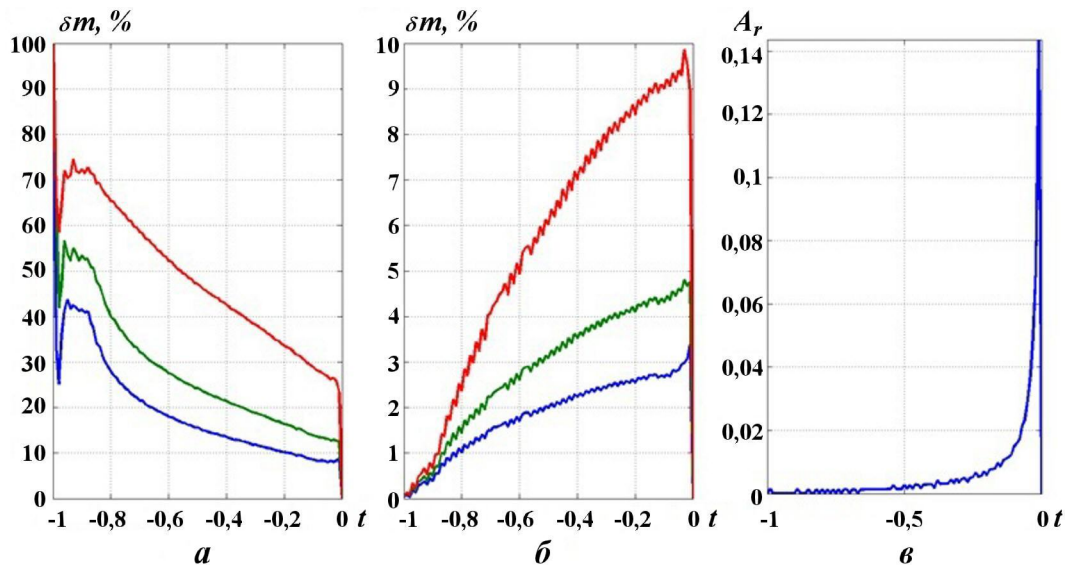


Рис. 6. Значения δm для интервалов давлений A_p (—), B_p (—), C_p (—) в областях ДВС (а), ЦВ+ДВС (б) и мощность энерговложения в мишень (в)

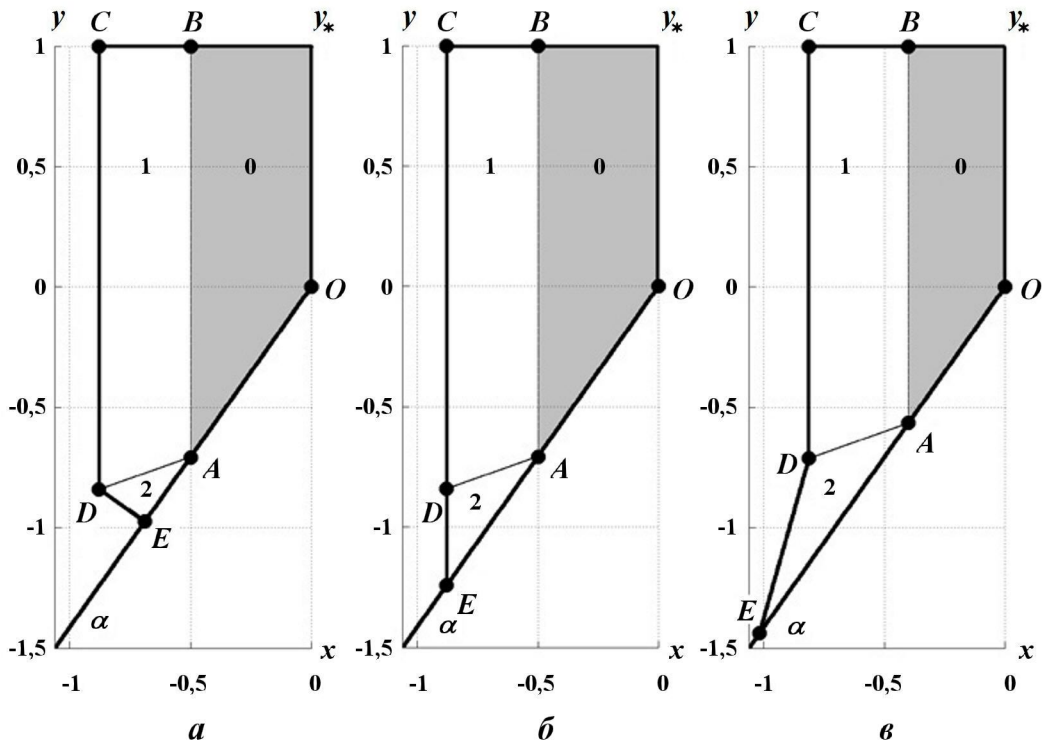


Рис. 7. Способы задания исходного положения ($t = t_{0\varepsilon}$) участка DE непроницаемого поршня в области ДВС относительно косої стенки: a — перпендикулярен косої стенке; $б$ — является продолжением линии CD ; $в$ — наклонен под острым углом к косої стенке

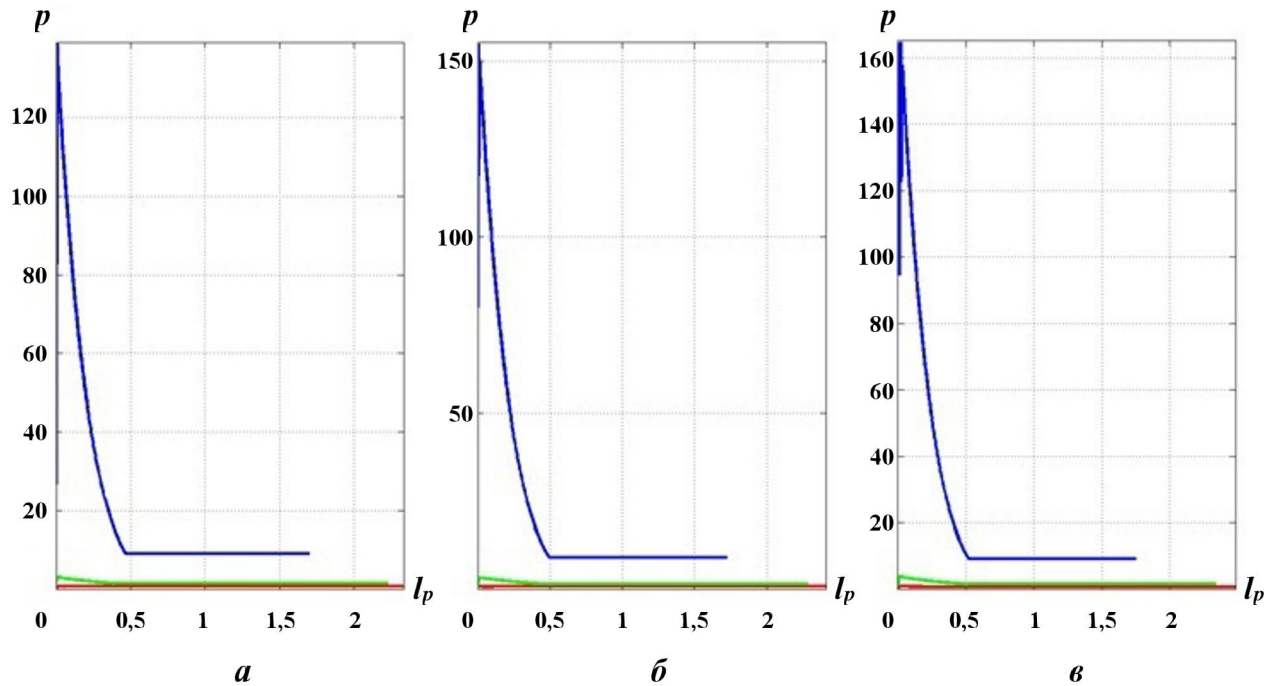


Рис. 8. График функции p в моменты времени t_1 (—), t_2 (—) и t_3 (—) вдоль поршня CDE в области ЦВ+ДВС для различных исходных положений поршня DE : a — перпендикулярен косої стенке; $б$ — является продолжением линии CD ; $в$ — наклонен под острым углом к косої стенке

непроницаемого поршня к косо́й стенке. На рис. 8 l_p обозначает расстояние вдоль поршня CDE ; горизонтальные участки соответствуют участку CD поршня.

Из графиков на рис. 8 видно, что при приближении к колла́псу:

- давление газа в области сильной кумуляции превышает давление газа в области ЦВ более чем на порядок;
- степень кумуляции давления газа в области ДВС зависит от исходного положения линии DE . При смещении положения линии DE влево относительно перпендикуляра к косо́й стенке давление газа в основании угла между косо́й стенкой и непроницаемым поршнем увеличивается, несмотря на то, что в конце движения исходный вид поршня полностью утрачивается;
- значение максимума давления вдоль участка DE для случая, когда линия DE наклонена к косо́й стенке под острым углом, является наибольшим для трех рассматриваемых случаев (см. рис. 8, в).

Описание с использованием ДВС сильного сжатия мишени по второму способу воздействия

Постановка задачи. В работе [12, с. 184–187] рассматривалась постановка задачи о плавном движении проницаемого поршня (*мягкий поршень*) по фоновому течению при заданном давлении на поршне. В этом случае не предполагается выполнение на поршне условия непротекания. В качестве краевого условия для рассматриваемой в [12] характеристической задачи Коши (ХЗК) на поршне задается давление. Из единственного решения данной ХЗК стандартного вида однозначно определяются закон движения проницаемого поршня и значения газодинамических параметров на нем [12].

Рассмотрим поверхность проницаемого поршня, перпендикулярного косо́й стенке в любой момент времени, который движется по фоновому течению, задаваемому решением ДВС в согласованном случае (1). Поверхность такого поршня в момент времени $t_0 < t < 0$ задается уравнением

$$y = \frac{\sqrt{\beta}}{\varkappa + 1} \left(x_0 + \frac{t_0}{\varkappa} \right) \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1}{\varkappa+1}} - \frac{x}{\sqrt{\beta}} - \frac{t}{\varkappa\sqrt{\beta}}. \quad (14)$$

Движение поверхности (14) согласовано с движением участка CD поршня в области ЦВ и характеристикой AD таким образом, что в любой момент времени точка D принадлежит поверхности проницаемого поршня. Закон движения точек поверхности (14) задается выражениями

$$x(t) = \frac{x_0 + \sqrt{\beta}y_0 + \frac{t_0}{\varkappa}}{1 + \beta} \cdot \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1}{1+\varkappa}} - \frac{1 + \sqrt{\beta}\varkappa \left(\frac{y_0}{t_0} - \sqrt{\beta}\frac{x_0}{t_0} \right)}{1 + \beta} \frac{t}{\varkappa}; \quad (15)$$

$$y(t) = \frac{\left(x_0 + \sqrt{\beta}y_0 + \frac{t_0}{\varkappa} \right) \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1}{1+\varkappa}} + \frac{\varkappa \left(\frac{y_0}{t_0} - \sqrt{\beta}\frac{x_0}{t_0} \right) - \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \frac{t}{\varkappa}. \quad (16)$$

Отличие формул (15), (16) от формул (6), (7) – в показателе степени в первом слагаемом.

Контактная поверхность, задаваемая уравнением (14), удовлетворяет постановке стандартной ХЗК о движении мягкого поршня по фоновому течению типа ДВС с заданным давлением. Это легко показать, вычислив значение скорости звука вдоль линии DE :

$$c(t) = \frac{1}{\beta} + \frac{\varkappa}{\sqrt{\beta}} \left(\frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{x}{t} + \frac{y}{t} \right) = \frac{\varkappa}{\varkappa + 1} \left(\frac{x_0}{t_0} + \frac{1}{\varkappa} \right) \left(\frac{t}{t_0} \right)^{-\frac{\varkappa}{\varkappa+1}}.$$

Видно, что значение скорости звука вдоль прямой DE не зависит от x , y , т. е. в каждый фиксированный момент времени оно постоянно и свое. Отсюда очевидно, что поверхность проницаемого

поршня в области ДВС, задаваемая выражением (14), является поверхностью постоянного давления. Тем самым доказано, что построенное решение описывает второй способ сжатия — давлением на мишень, одинаковым со всех сторон.

Алгоритм построения поверхности проницаемого поршня, сжимающей газ в области ДВС. Алгоритм построения поверхности проницаемого поршня постоянного давления в области ДВС при $t_0 \leq t \leq 0$ повторяет алгоритм построения поверхности непроницаемого поршня для первого способа воздействия на мишень. Координаты точек участка CD (см. рис. 4, б) поршня в области ЦВ вычисляются по формуле (8), а координаты участка DE поршня в области ДВС вычисляются по дискретизированным формулам (15), (16), а именно:

$$x_{i,j} = \frac{x_{i-1,j} + \sqrt{\beta}y_{i-1,j} + \frac{t_{i-1}}{\varkappa}}{1 + \beta} \left(\frac{t_i}{t_{i-1}} \right)^{\frac{1}{1+\varkappa}} - \frac{1 + \sqrt{\beta}\varkappa \left(\frac{y_{i-1,j}}{t_{i-1}} - \sqrt{\beta} \frac{x_{i-1,j}}{t_{i-1}} \right) t_i}{1 + \beta} \frac{t_i}{\varkappa}, \quad (17)$$

$$y_{i,j} = \frac{\left(x_{i-1,j} + \sqrt{\beta}y_{i-1,j} + \frac{t_{i-1}}{\varkappa} \right) \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \left(\frac{t_i}{t_{i-1}} \right)^{\frac{1}{1+\varkappa}} + \frac{\varkappa \left(\frac{y_{i-1,j}}{t_{i-1}} - \sqrt{\beta} \frac{x_{i-1,j}}{t_{i-1}} \right) - \sqrt{\beta}}{1 + \beta} \frac{t_i}{\varkappa}. \quad (18)$$

При переходе частиц газа из области ЦВ в область ДВС, как указано выше, за счет движения характеристики AD точки поверхности поршня CDE исключаются из расчета по формуле (8) и добавляются в расчет по формулам (17) и (18).

Замечание. В работе [6] допущена неточность. Формулы (20), (21) из [6], совпадающие с формулами (6), (7) из настоящей работы, не описывают движение поверхности поршня с постоянным давлением в области ДВС рассмотренного здесь второго случая. Указанное движение описывается формулами (17) и (18) из данной работы.

Анализ свойств течения сжатия газа в области ДВС под действием проницаемого поршня. На рис. 9 показаны результаты расчета функции p в области ЦВ+ДВС для поршня CDE (участок DE поршня в области ДВС проницаем), точки поверхности которого в области ДВС движутся по закону (17), (18), в моменты времени $t_1 = -0,9$, $t_2 = -0,5$ и $t_3 = -0,1$. Видно, что уча-

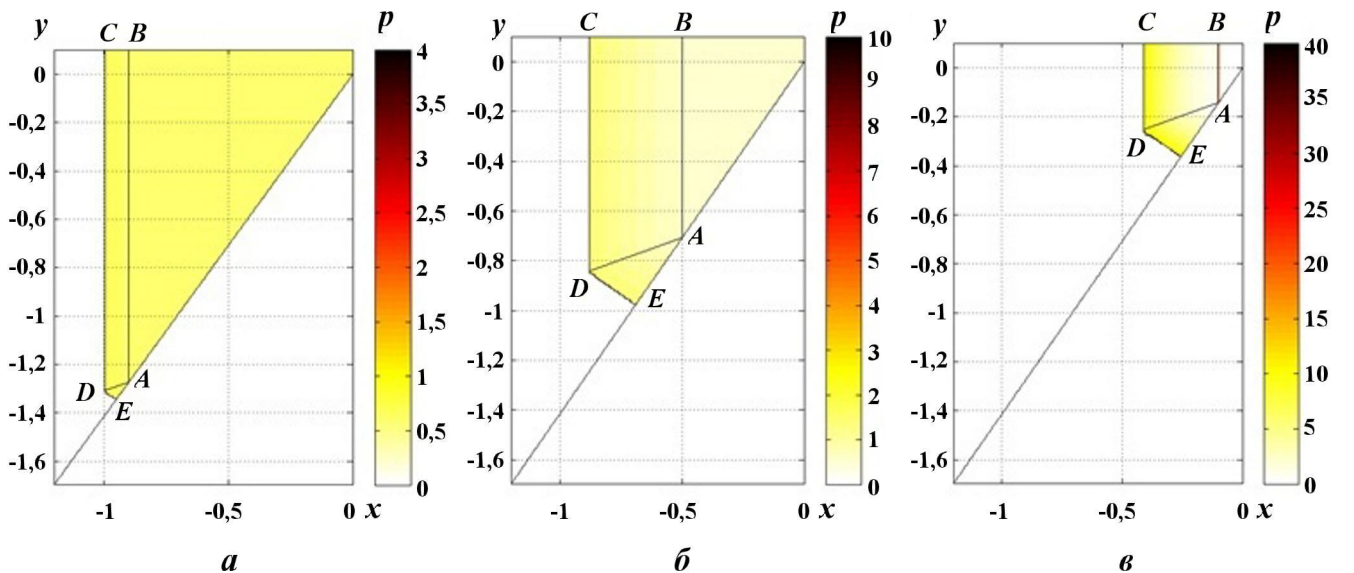


Рис. 9. Распределение давления газа в призматическом объеме в моменты времени t_1 (а), t_2 (б), t_3 (в) при его сжатии поршнем CDE (участок DE поршня в области ДВС проницаем)

сток DE проникаемого поршня в рассматриваемые моменты времени перпендикулярен косо́й стенке. Газ из области ЦВ с течением времени перетекает в область ДВС, но при этом области локальной сильной кумуляции не наблюдается, потому что часть газа покидает область сжатия через проникаемый поршень.

На рис. 10 показаны результаты расчета функции p вдоль поверхности поршня CDE в моменты времени t_1-t_3 . Видно, что давление газа на поршне в области ДВС совпадает с давлением газа на поршне в области ЦВ для рассматриваемых моментов.

На рис. 11 показаны интегральные характеристики сжатия (значения δm в интервалах давлений A_p, B_p, C_p для областей ДВС и ЦВ+ДВС и A_r — мощности энергозложения в мишень) течения типа ЦВ+ДВС поршнем CDE , участок DE которого в области ДВС (см. рис. 9) является проникаемым.

Из рис. 11, *a* видно, что изменение с течением времени значений δm носит качественно иной характер, чем при предыдущем способе воздействия на мишень. Так как давления на поршне CDE для областей ЦВ и ДВС совпадают, то при приближении к моменту коллапса минимальная граница интервалов давлений A_p, B_p и C_p сдвигается к точке E таким образом, что площади областей пространства, занимаемых газом с давлением из интервалов A_p, B_p и C_p , по отношению к площади области ДВС остаются неизменны-

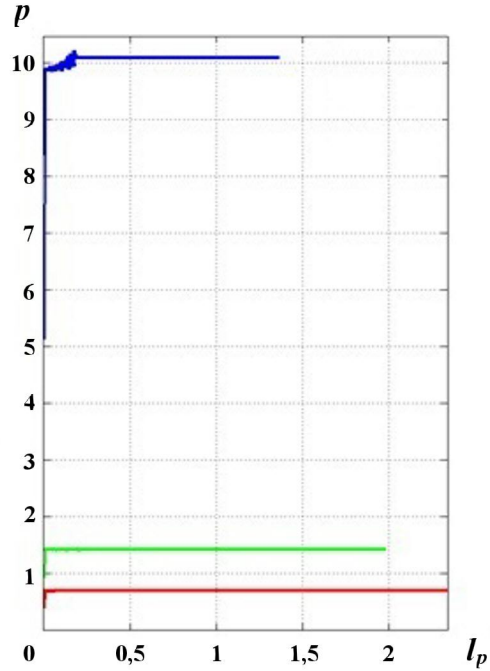


Рис. 10. График функций p в моменты времени t_1 (—), t_2 (—) и t_3 (—) вдоль поверхности поршня CDE в области ЦВ+ДВС

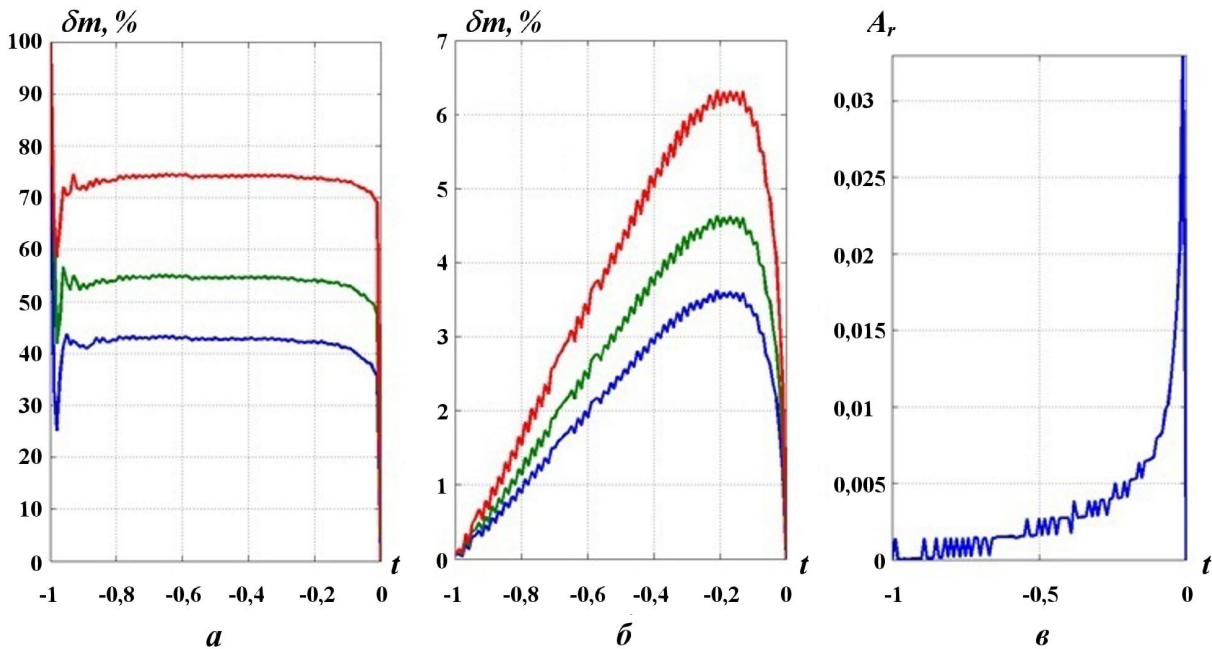


Рис. 11. Значения δm для интервалов давлений A_p (—), B_p (—) и C_p (—) в областях ДВС (*a*), ЦВ+ДВС (*б*) и мощность энергозложения в мишень (*в*)

ми. Поэтому на рис. 11, *а* значения δt в области ДВС для интервалов давлений A_p, B_p, C_p постоянны и для каждого свои.

Рост значений δt на рис. 11, *б* связан с перетоком газа из области ЦВ в область ДВС. Значения δt меньше по сравнению с предыдущим способом воздействия на мишень (см. рис. 6, *в*), так как часть газа покидает область сжатия через участок DE проницаемого поршня, и не превышают 7% от общей массы сжимаемого газа.

Из сравнения графиков функции A_r , приведенных на рис. 6, *в* и 11, *в*, видно, что качественно процессы сжатия для обоих способов воздействия на мишень подобны друг другу и разделяются на два этапа: медленное сжатие и последующий резкий удар. При этом для варианта воздействия на мишень проницаемым поршнем с заданным давлением значение A_r^{\max} меньше, чем для непроницаемого поршня, приблизительно в 5 раз.

Заключение

В данной работе частное решение СУГД — ДВС — применено к математическому описанию двух способов воздействия на мишень, используемых в физических экспериментах по УТС.

Установлено, что если газ в области ДВС сжимать первым способом воздействия на мишень — движением непроницаемого поршня, то вне зависимости от начальной геометрической конфигурации поршень с течением времени начинает выгибаться в сторону косой стенки. В окрестности крайней точки поршня, в которой он касается косой стенки, возникает область большой локальной кумуляции. Размер области и параметры кумуляции тем больше, чем более острый угол наклона поверхности непроницаемого поршня к косой стенке в начальный момент времени.

В случае, когда газ в области ДВС сжимается вторым способом воздействия на мишень — проницаемым поршнем с заданным давлением, равным давлению на поршне, сжимающем ЦВ, линия этого поршня всегда перпендикулярна косой стенке в течении ДВС и эффекта большой локальной кумуляции, естественно, не наблюдается.

Автор выражает признательность и благодарность своему научному руководителю профессору С. П. Баутину за внимание, помощь и поддержку.

Список литературы

1. Долголёва Г. В., Забродин А. В. Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия: учеб. пособие. М.: Физматлит, 2004.
Dolgolyeva G. V., Zabrodin A. V. Kumulyatsiya energii v sloistykh sistemakh i realizatsiya bezudarnogo szhatiya: ucheb. posobie. M: Fizmatlit, 2004.
2. *Spaeth M. L. Description of the NIF laser // Fusion Science and Technology. 2016. Vol. 69. P. 25–145.*
3. *Баутин С. П. Об одной конструкции мишеней для управляемого термоядерного синтеза // Забабахинские науч. чтения: сб. материалов X Межд. конф. Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 2010. С. 30–31.*
Bautin S. P. Ob odnoy konstruktsii misheney dlya upravlyаемого termoyadernogo sinteza // Zababakhinskije nauch. chteniya: sb. materialov X Mezhd. konf. Snezhinsk: RFYaTs-VNIITF, 2010. S. 30–31.
4. Пат. 2432627, МПК G21B 1/19 (2006.01). Мишень для получения термоядерных реакций / С. П. Баутин. Бюллетень. 2011. № 30.
Pat. 2432627, МПК G21B 1/19 (2006.01). Mishen dlya polucheniya termoyadernykh reaktsiy / S. P. Bautin. Vyulleten. 2011. № 30.
5. *Баутин С. П., Понькин Е. И. Автомодельные решения задачи об истечении политропного газа в вакуум с косой стенки // Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике: Тез. докл. Новосибирск, 2020. С. 19.*

- Bautin S. P., Ponkin E. I.* Avtomodelnye resheniya zadachi ob istechenii politropnogo gaza v vakuum s kosoy stenki // Lavrentevskie chteniya po matematike, mekhanike i fizike: Tez. dokl. Novosibirsk, 2020. S. 19.
6. *Баутин С. П., Понькин Е. И.* Автомодельные решения задачи об истечении политропного газа в вакуум с косою стенкой // ПМТФ. 2021. Т. 62, № 1. С. 32–40.
Bautin S. P., Ponkin E. I. Avtomodelnye resheniya zadachi ob istechenii politropnogo gaza v vakuum s kosoy stenki // PMTF. 2021. Т. 62, № 1. С. 32–40.
7. *Сучков В. А.* Истечение газа в вакуум на косою стенке // ПММ. 1963. Т. 27, № 4. С. 739–740.
Suchkov V. A. Istechenie gaza v vakuum na kosoy stenke // PMM. 1963. Т. 27, № 4. С. 739–740.
8. *Сидоров А. Ф.* Некоторые оценки степени кумуляции энергии при плоском и пространственном сжатии газа // Докл. АН. 1991. Т. 318, № 3. С. 548–552.
Sidorov V. F. Nekotorye otsenki stepeni kumulyatsii energii pri ploskom i prostranstvennom szhatii gaza // Dokl. AN. 1991. Т. 318, № 3. С. 548–552.
9. *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Гос. изд-во тех.-теор. лит-ры, 1955.
Stanyukovich K. P. Neustanovivshiesya dvizheniya sploshnoy sredy. M.: Gos. izd-vo tekh.-teor. lit-ry, 1955.
10. *Баутин С. П.* Математическое моделирование сильного сжатия газа. Новосибирск: Наука, 2007.
Bautin S. P. Matematicheskoe modelirovanie silnogo szhatiya gaza. Novosibirsk: Nauka, 2007.
11. *Баутин С. П., Дерябин С. Л.* Математическое моделирование истечения идеального газа в вакуум. Новосибирск: Наука, 2005.
Bautin S. P., Deryabin S. L. Matematicheskoe modelirovanie istecheniya idealnogo gaza v vakuum. Novosibirsk: Nauka, 2005.
12. *Баутин С. П.* Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2009.
Bautin S. P. Kharakteristicheskaya zadacha Koshi i eye prilozheniya v gazovoy dinamike. Novosibirsk: Nauka, 2009.

Статья поступила в редакцию 30.04.21.
