

УДК 519.6

## АСИММЕТРИЧНОЕ ТЕЧЕНИЕ ОКОЛО КОНУСА

Ф. А. Максимов  
(КБ приборостроения, г. Тула)

Представлены результаты моделирования течения около конуса под углом атаки при образовании на подветренной стороне асимметричной картины обтекания. Моделирование осуществляется на основе уравнений Навье—Стокса в приближении тонкого слоя методом установления.

При проектировании новых летательных аппаратов диапазон углов атаки расширяется. На подветренной стороне образуются отрыв потока и вихревые структуры. При исходной симметрии постановки задачи размер вычислительной области обычно искусственно сокращается. Вместе с тем при достаточно больших углах атаки при обтекании тел вращения без угла скольжения формируется асимметричная вихревая система [1, 2]. Образование асимметричной системы в исходно симметричной постановке представляет не только математический интерес, но и имеет большое практическое значение, так как при этом индуцируются значительные по величине боковые силы. В [3] приведены результаты, показывающие возможность бифуркации от симметричного к асимметричному решению на подветренной стороне при расчете обтекания конуса под углом атаки. Представляет интерес последовательность изменения структуры течения.

В целом структура течения на подветренной стороне является следствием вязко-невязкого взаимодействия. По всей видимости, для анализа таких течений необходимо использовать полные уравнения Навье—Стокса. В данной работе расчет таких течений осуществляется на основе решения уравнений Навье—Стокса в приближении тонкого слоя [4]. Тонкослойное приближение, с одной стороны, соответствует теории пограничного слоя, согласно которой вязкие эффекты проявляются только в тонком слое около поверхности тела и соответственно в полных уравнениях Навье—Стокса при вычислении диссипативного члена можно пренебречь производными вдоль касательных направлений к поверхности тела. С другой стороны, эти производные все равно не могут быть вычислены с нужной точностью на используемых в настоящее время сетках из-за недостаточно мелкого шага в продольном направлении. Полные уравнения Навье—Стокса в этом смысле аналогичны уравнениям тонкослойного приближения.

### Метод решения

Решения получены в рамках уравнений Навье—Стокса в приближении тонкого слоя для ламинарного течения сжимаемого газа [4]. При рассмотрении обтекания тел конической формы предполагается, что течение обладает конической симметрией — параметры течения постоянны вдоль лучей, исходящих из вершины тела. Система уравнений для конических течений получается введением обобщенных переменных  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varsigma$  в следующем виде:  $\xi = \xi\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right)$ ;  $\eta = \eta\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right)$ ;  $\varsigma = z$  и в предположении коничности течения, которое математически определяется условием  $U_\varsigma = 0$ , в сечении  $z = 1$  принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} \frac{1}{J} + \frac{\partial \xi_x (\mathbf{E} - x\mathbf{G}) + \xi_y (\mathbf{F} - y\mathbf{G})}{J} + \frac{\partial \eta_x (\mathbf{E} - x\mathbf{G}) + \eta_y (\mathbf{F} - y\mathbf{G})}{J} = -2 \frac{\mathbf{G}}{J} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \eta} \frac{1}{J}.$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U} &= \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}; & \mathbf{E} &= \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{pmatrix}; & \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{G} &= \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{pmatrix}; & \mathbf{S} &= \frac{\mu}{\text{Re}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 u_\eta + m_2 \eta_x \\ m_1 v_\eta + m_2 \eta_y \\ m_1 w_\eta - m_2 (x \eta_x + y \eta_y) \\ m_3 \end{pmatrix};
 \end{aligned}$$

$t$  — время;  $\rho$  — плотность;  $(u, v, w)$  — вектор скорости в декартовой системе координат  $(x, y, z)$ ;  $p$  — давление;  $e = \rho \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right)$  — полная энергия единицы объема газа;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $m_1 = \eta_x^2 + \eta_y^2 + (x \eta_x + y \eta_y)^2$ ;  $m_2 = \frac{1}{3} [\eta_x (u_\eta - x w_\eta) + \eta_y (v_\eta - y w_\eta)]$ ;  $m_3 = m_1 \left[ \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{\text{Pr}} T_\eta + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)_\eta \right] + m_2 [\eta_x (u - x w) + \eta_y (v - y w)]$ .

Предполагается, что число Прандтля  $\text{Pr}$  постоянно, а коэффициент вязкости  $\mu$  задан как функция температуры  $T$ . Число Рейнольдса  $\text{Re}$  определяется по параметрам в набегающем потоке. Давление связано с плотностью и температурой уравнением состояния  $p = \rho R T$ . Коэффициенты матрицы преобразования и якобиан преобразования  $J = (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)^{-1}$  определяются при известном распределении узлом с помощью метода разностей. Расчетная сетка строится алгебраически. Узлы по нормали к телу распределены с экспоненциальным сгущением к телу.

На поверхности тела выполняются условия прилипания, фиксированной температуры, а также дополнительное условие  $p_\eta = 0$ . Внешняя граница расчетной области располагается в области невозмущенного потока, на ней поддерживаются условия в набегающем потоке.

Интегрирование по времени до установления осуществляется на основе явной двухшаговой схемы второго порядка аппроксимации.

### Результаты расчетов

Ниже приведены результаты численного моделирования обтекания конуса сверхзвуковым потоком вязкого газа при следующих значениях параметров: число Маха  $M = 1,8$ ; угол полураствора конуса  $\beta = 5^\circ$ ; угол атаки  $\alpha = 5 \div 28^\circ$ ;  $\text{Re} = 10^5$ .

На рис. 1 приведена расчетная сетка и распределение плотности в случае  $\alpha = 15^\circ$ . Количество узлов сетки — 241 (по угловой координате)  $\times$  101 (по нормали), около поверхности конуса обеспечивается шаг по нормали, равный 0,00025. Из распределения плотности видно, что в данном случае структура течения на подветренной стороне асимметрична.

На рис. 2 представлена сходимость коэффициентов нормальной подъемной  $C_n$  и боковой  $C_z$  сил в зависимости от количества итераций при разных условиях интегрирования. В качестве начальных условий для установления использовались решения, полученные при близких значениях угла атаки. Новый итерационный процесс инициализировался изменением граничных условий на внешней границе расчетной области (и перестройкой расчетной области — изменялось положение внешней границы, а соответственно и внутренних узлов сетки). На рис. 2, а приведена сходимость при  $\alpha = 10, 15, 20^\circ$ . Решение при  $\alpha = 15^\circ$  получено от двух вариантов начальных данных, результат при этом не изменяется. Симметричное решение при  $\alpha = 10^\circ$  получается из асимметричного решения ( $\alpha = 15^\circ$ ).

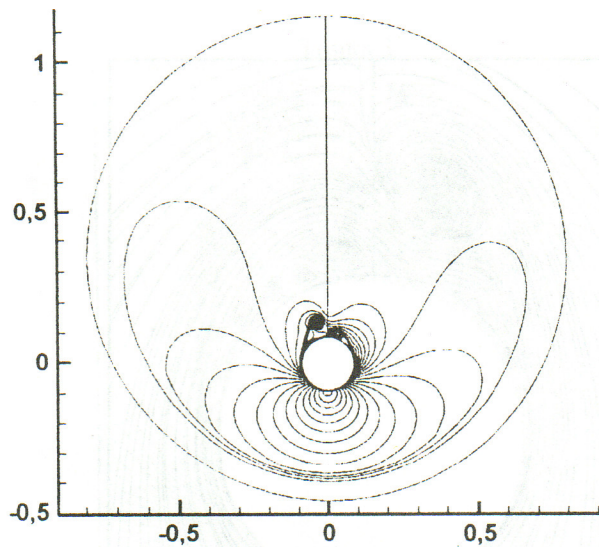
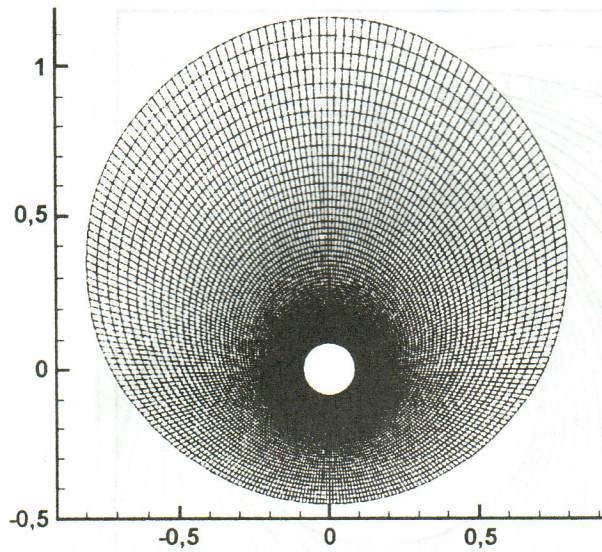


Рис. 1. Расчетная сетка и изолинии плотности,  $M = 1,8$ ;  $Re = 10^5$ ;  $\beta = 5^\circ$ ;  $\alpha = 15^\circ$

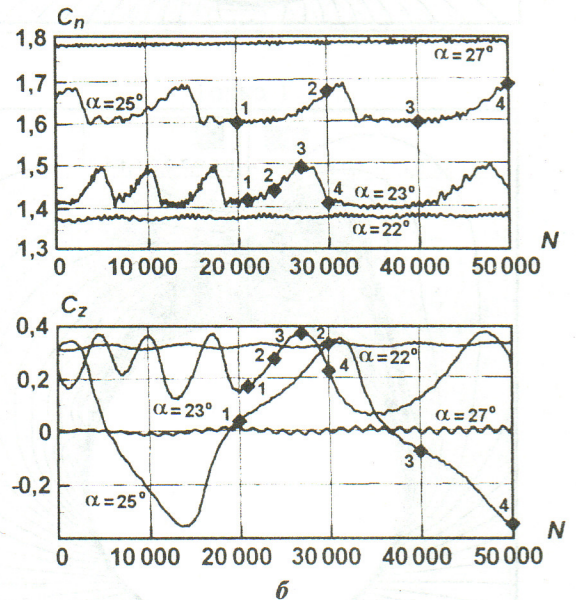
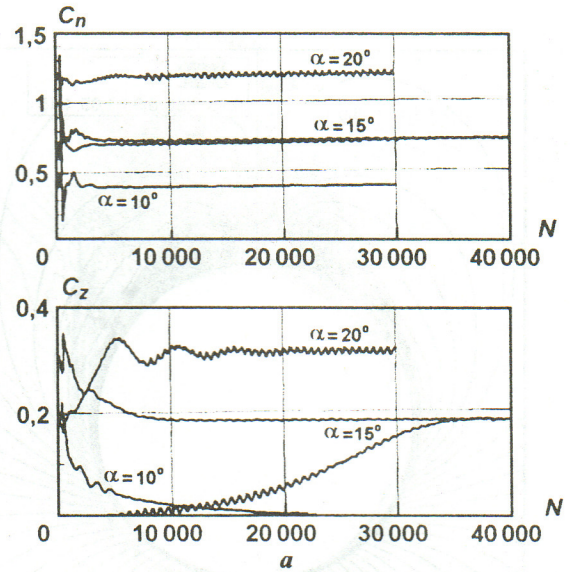


Рис. 2. Сходимость аэродинамических коэффициентов: а —  $\alpha = 10, 15, 20^\circ$ ; б — при больших углах атаки

Асимметричное решение при  $\alpha = 15^\circ$  получается как из асимметричного решения ( $\alpha = 20^\circ$ ), так и из симметричного ( $\alpha = 10^\circ$ ). На рис. 2, б приведен итерационный процесс при больших углах атаки.

Можно выделить несколько видов получаемых решений:

- 1) стационарное симметричное решение ( $C_z = 0$ ), которое получается в диапазоне углов атаки до  $12^\circ$  (решения получены с шагом по углу атаки  $\Delta\alpha = 1^\circ$ );
- 2) стационарное асимметричное течение — соответствует углам атаки в диапазоне от  $\alpha = 13^\circ$  до  $\alpha = 22^\circ$ ;
- 3) колебательное асимметричное течение без изменения знака боковой силы при  $\alpha = 23^\circ$ ;
- 4) периодическое асимметричное течение с изменением знака боковой силы при  $\alpha = 24, 25$  и  $26^\circ$ ;
- 5) симметричное течение при  $\alpha = 27$  и  $28^\circ$ .

На рис. 3 приведены картины течения в окрестности конуса в виде распределения плотности и линий тока поперечного течения для стационарной симметричной ( $\alpha = 10^\circ$ ) и асимметричной ( $\alpha = 15^\circ$ ) картин обтекания. Поперечное поле течения характеризуют компоненты вектора скорости ( $u - xv$ ,

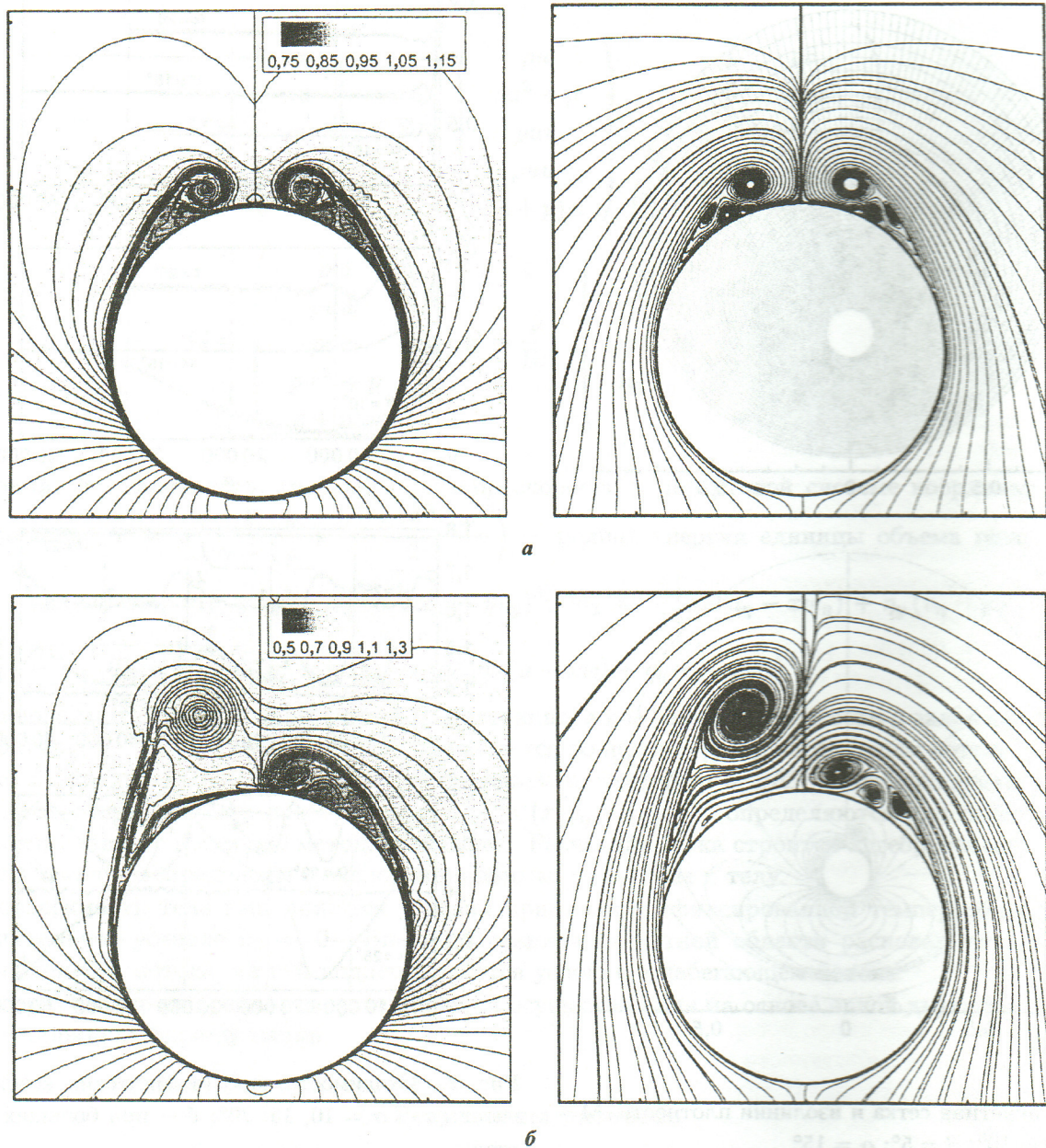


Рис. 3. Распределение плотности и линии тока поперечного течения,  $M = 1,8$ ;  $Re = 10^5$ ;  $\beta = 5^\circ$ :  $a - \alpha = 10^\circ$ ;  $b - \alpha = 15^\circ$

$v - yw$ ). Асимметричная картина обтекания образуется смещением одного из двух основных вихрей вниз, а другого — вверх. При этом есть течение из отрывной области, прижатой к поверхности конуса, в противоположную область, что и приводит к разрежению (падению давления) в первой области и сгущению — во второй. Точка отрыва в прижатой области смещается вниз по потоку, а в противоположной области — вверх по потоку.

Колебательное асимметричное течение без изменения знака боковой силы представлено на рис. 4 ( $\alpha = 23^\circ$ ). Приведенные на рисунке изображения соответствуют точкам в итерационном процессе, обозначенным маркерами на рис. 2. Вихрь, расположенный выше, "связан" с поверхностью конуса контактным разрывом. Вдоль контактного разрыва образуются новые вихри. Порождение новых вихрей и последующее их объединение с основным вихрем приводит к колебаниям его размеров и местоположения. В данном случае, по всей видимости, перекрытия течения из зоны прижатого

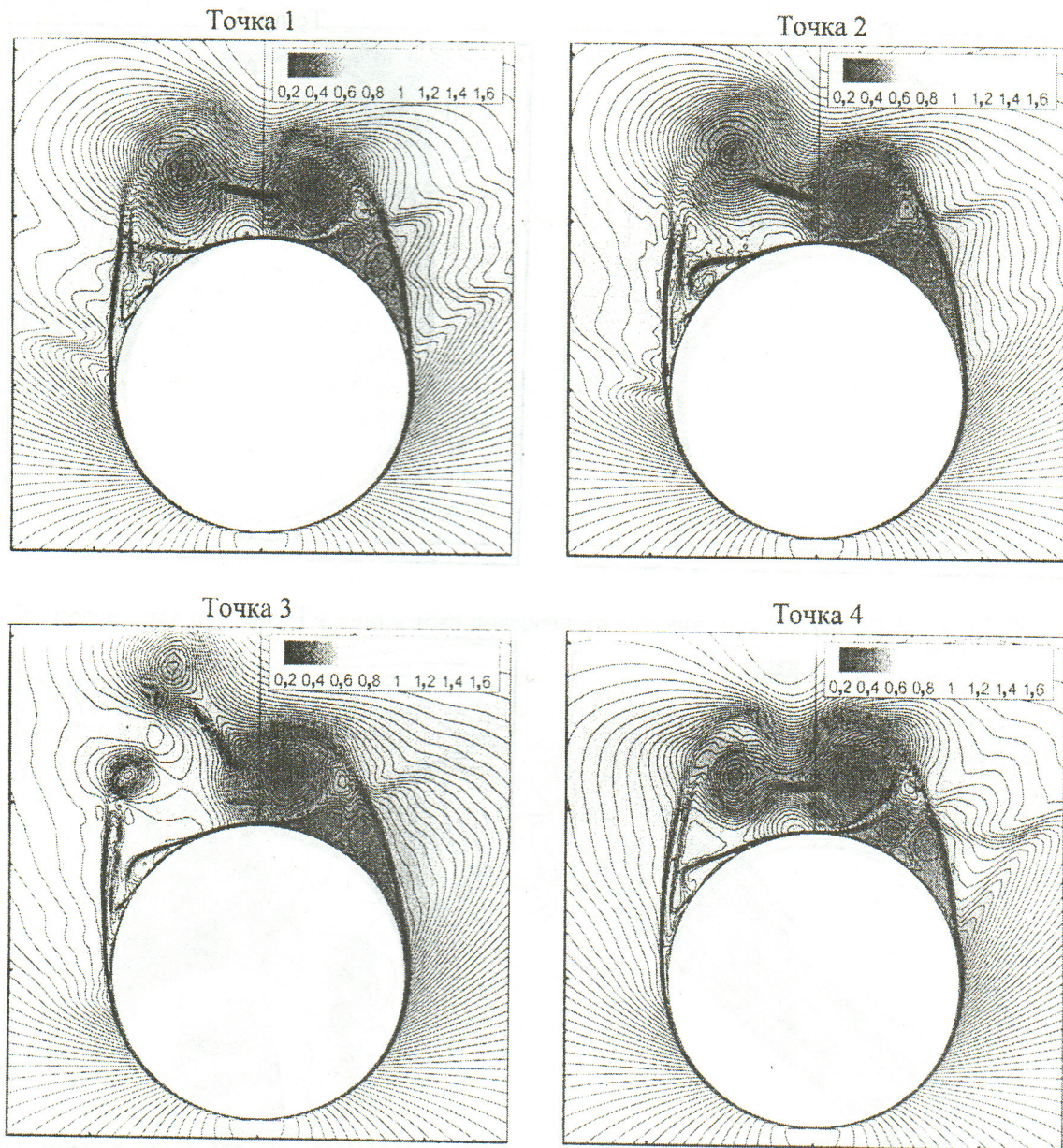


Рис. 4. Распределение плотности,  $\alpha = 23^\circ$  ( $M = 1,8$ ;  $Re = 10^5$ ;  $\beta = 5^\circ$ )

вихря под вихрь, расположенный выше, не происходит, а следовательно, колебания не приводят к смене направления действия боковой силы.

На рис. 5 представлено периодическое асимметричное течение с изменением знака боковой силы ( $\alpha = 25^\circ$ ). Амплитуда возмущающих колебаний оказывается достаточной для перестройки течения, и вихрь с большим разрежением образуется поочередно с разных сторон. Нестационарных конических течений не существует. В указанном смысле полученные решения могут рассматриваться только как возможные для полностью трехмерной задачи.

Колебания вихря, расположенного выше в получаемом асимметричном решении, существуют всегда, но амплитуда порождаемых колебаний боковой силы незначительна при углах атаки до  $\alpha = 21^\circ$ . Затем при  $\alpha = 23^\circ$  амплитуда колебаний коэффициента боковой силы  $C_z$  (см. рис. 2, б) увеличивается до значений, сопоставимых со средним значением  $C_z$ . При  $\alpha = 25^\circ$  среднее значение  $C_z$  приближается к нулю при наличии колебаний со сменой знака (направления) боковой силы и относительно

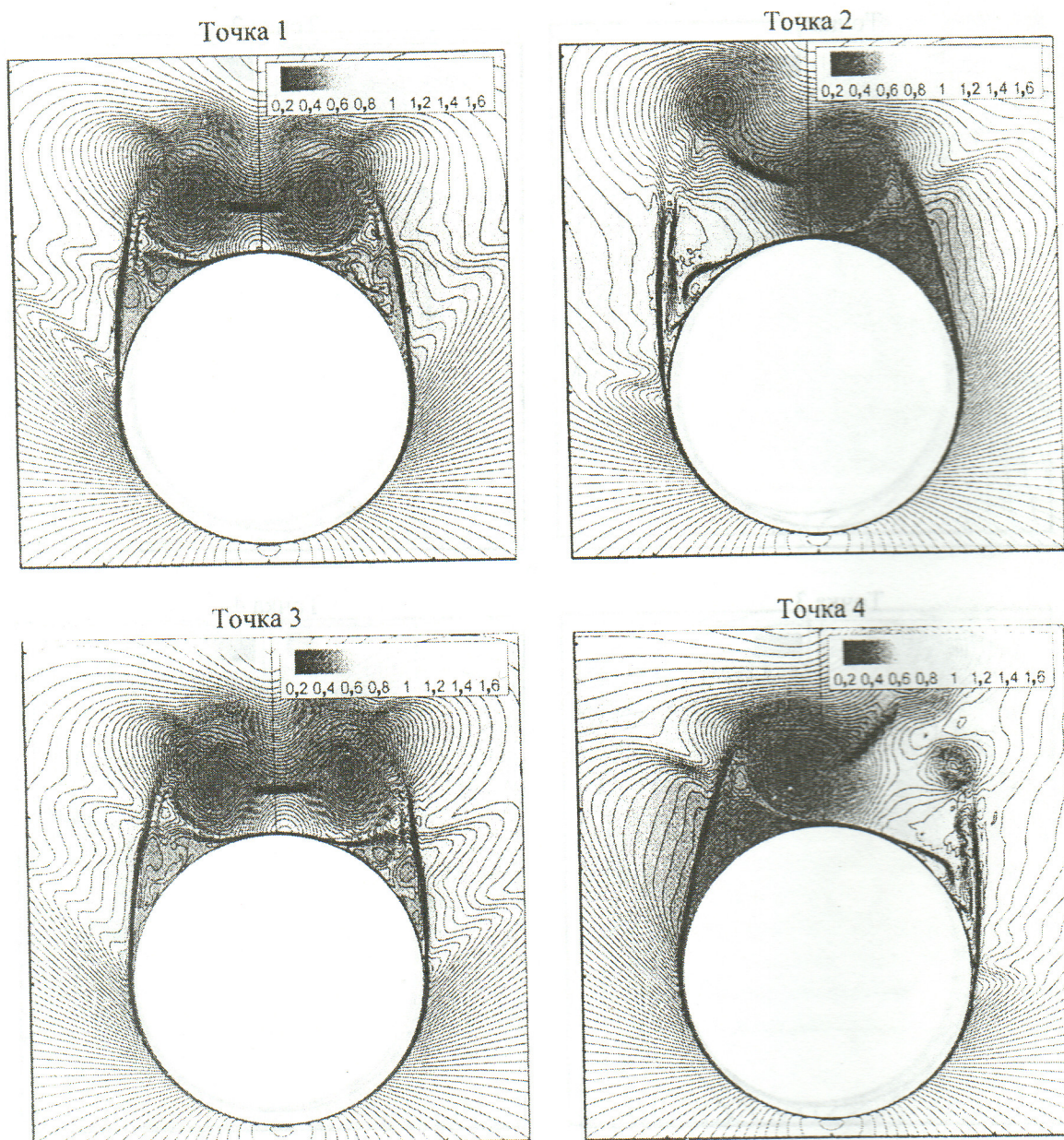


Рис. 5. Распределение плотности,  $\alpha = 25^\circ$  ( $M = 1,8$ ;  $Re = 10^5$ ;  $\beta = 5^\circ$ )

более низкой частотой. Далее, при  $\alpha = 27^\circ$  получаемое решение по углу атаки становится опять симметричным (рис. 6).

На рис. 7 изображено трехмерное течение около тела конус-цилиндр: угол полураствора конуса  $\beta = 5^\circ$ , при этом длина конуса составляет 0,45 длины тела;  $M = 1,8$ ;  $\alpha = 20^\circ$ ;  $Re = 10^5$ . Течение представлено в виде трехмерной поверхности по уровню плотности 0,6 и изолиний плотности в сечениях около носка (начальное сечение в расчетной области) и в кормовой части в небольшой (относительно области возмущенного течения) окрестности около тела. В начальном сечении газодинамические параметры задаются в соответствии с полученным решением конической задачи: слева расположен более устойчивый вихрь с интенсивным разрежением в ядре (на рисунке наиболее темная область); справа расположен вихрь, который по результатам расчетов конической задачи является менее устойчивым. При развитии вихревой структуры по продольной координате в данном случае видно, что вихрь слева существует (не подвергается разрушению) вдоль всей длины, при этом

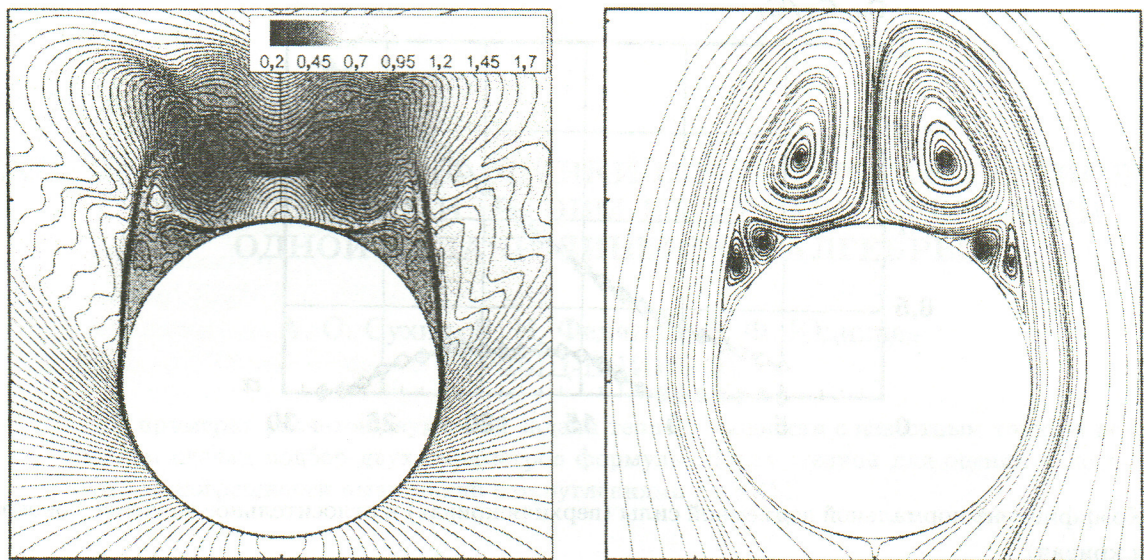


Рис. 6. Распределение плотности и линии тока поперечного течения,  $\alpha = 27^\circ$  ( $M = 1,8$ ;  $Re = 10^5$ ;  $\beta = 5^\circ$ )

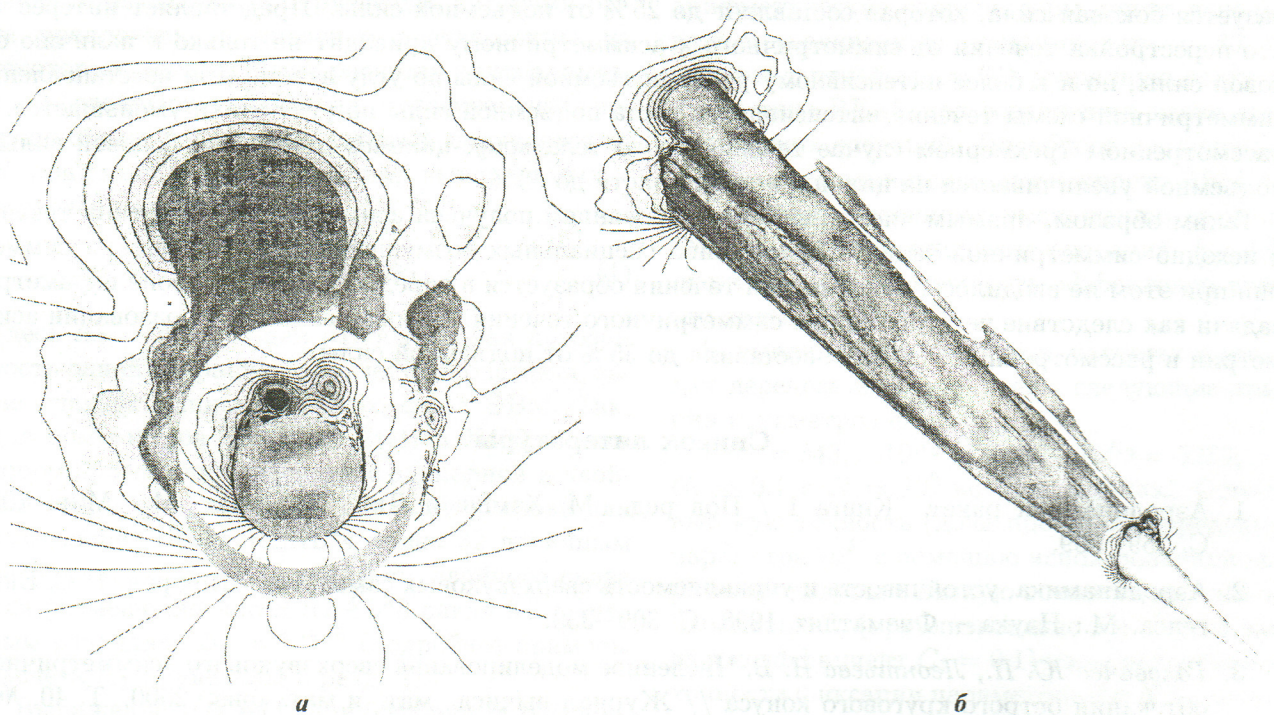


Рис. 7. Трехмерное асимметричное течение около тела конус-цилиндр: а — вид спереди; б — общий вид со стороны основного вихря

его размеры увеличиваются. Справа образуется череда вихрей, которые существенно менее интенсивны и менее устойчивы. Отрыв потока справа происходит ранее, и скорость на внешней границе отрывной зоны меньше. Можно отметить, что поверхность вихревой пелены, срывающейся с корпуса слева, в отличие от основного вихря имеет неровную поверхность. Это означает, что возмущения (или неустойчивость) зарождаются именно в слоях смешения, но в данном случае интенсивность вихря достаточна для поддержания его устойчивости.

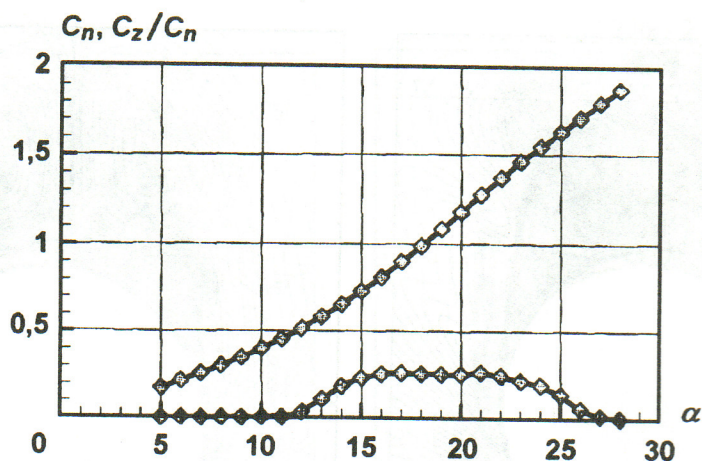


Рис. 8. Коэффициент нормальной подъемной силы (верхняя кривая) и относительное значение боковой силы (нижняя кривая)

На рис. 8 представлен коэффициент нормальной подъемной силы  $C_n$  и относительное значение боковой силы  $C_z/C_n$  по результатам расчетов обтекания конуса. При углах атаки свыше  $12^\circ$  образуется боковая сила, которая составляет до 25 % от подъемной силы. Представляет интерес то, что перестройка течения от симметричного к асимметричному приводит не только к наличию боковой силы, но и к более интенсивному росту подъемной силы по углу атаки. При восстановлении симметричной схемы течения интенсивность роста подъемной силы по углу атаки уменьшается. В рассмотренном трехмерном случае течения около тела *конус-цилиндр* отношение боковой силы к подъемной увеличивается на цилиндрической части до 35 %.

Таким образом, прямым численным моделированием получена асимметричная картина течения в исходно симметричной задаче. Каких-либо специальных возмущений для разрушения симметрии при этом не вводилось. Асимметрия течения образуется в определенном диапазоне параметров задачи как следствие неустойчивости симметричного течения. Боковая сила при образовании асимметрии в рассмотренных условиях составила до 35 % от подъемной силы.

#### Список литературы

1. Аэродинамика ракет. Книга 1 / Под ред. М. Хэмша и Дж. Нилсена. М.: Мир, 1989. С. 259–309.
2. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г. С. Бюшгенса. М.: Наука — Физматлит, 1998. С. 309–333.
3. Головачев Ю. П., Леонтьева Н. В. Численное моделирование сверхзвукового асимметричного обтекания острого кругового конуса // Журнал вычисл. мат. и мат. физ. 2000. Т. 40, № 4. С. 638–646.
4. Шевелев Ю. Д., Максимов Ф. А. Численное моделирование течений около треугольного крыла с острой кромкой // Новое в численном моделировании. М.: Наука, 2000. С. 178–209.