

УДК 539.3

**ПОВЕДЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КОЖУХА
В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ ПРИ ЧАСТИЧНОМ РАЗРУШЕНИИ
ТЕПЛОЗАЩИТНОГО ПОКРЫТИЯ
С ПОСЛЕДУЮЩИМ ЛОКАЛЬНЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ**

Н. И. Ободан, Н. Б. Макаренко, Н. А. Гук, Э. М. Киселев
(Днепропетровский НУ)

Рассматриваются вопросы о возможных условиях разрушения двухслойных оболочек с поврежденным теплозащитным покрытием. Для определения напряженно-деформированного состояния используется метод конечных элементов. Модель разрушения основана на использовании критерия Черепанова-Райса. Рассмотрены условия формирования зон разрушения двухслойных оболочек (кожухов).

Влияние остаточных напряжений на живучесть конструкций широко известно. Возникающее вследствие разгрузки поле самоуравновешенных напряжений, сжимающих и растягивающих, может оказывать действие, как увеличивающее, так и уменьшающее предельные нагрузки.

Известно также, что при локальном нарушении теплозащиты в системах, находящихся в поле температур, используют локальный источник охлаждения в условиях продолжающейся эксплуатации. Такое техническое решение приводит к созданию поля остаточных напряжений, которое, в свою очередь, может привести к разрушению.

Постановка задачи

Рассматривается задача о поведении цилиндрической оболочки с поврежденным теплозащитным покрытием, находящейся в температурном поле, в результате чего происходит нагрев поврежденной зоны. При принудительном охлаждении перегретой зоны в ней возникают остаточные напряжения: сжимающие — в окрестности теплового пятна и растягивающие — внутри него. При этом в зоне нагрева возможно появление поверхностных дефектов, которые вследствие возникающих растягивающих напряжений могут привести к разгерметизации объема (прорыву материала) и дальнейшему разрушению. В результате появления остаточных сжимающих напряжений в зоне, прилегающей к поврежденной, возможна потеря устойчивости или нелинейный изгиб конструктивных слоев системы. Следствием нелинейного изгиба в зоне остаточных сжимающих напряжений может быть отслоение теплозащитного покрытия, что приводит к увеличению зоны нагрева. Таким образом, необходимо определить максимальную допустимую температуру теплового пятна, при которой указанные явления не возникают.

Рассмотрим в системе координат (α_1, α_2, z) двухслойную цилиндрическую оболочку радиусом R , направленную вдоль оси α_1 , с областью повреждения теплозащиты, нагретой до температуры T_0 с последующим охлаждением до температуры среды. Область повреждения для простоты опишем прямоугольником.

Математическая модель такой оболочки представляется:

– уравнениями равновесия:

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial S}{\partial \alpha_2} = 0;$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T_{22}}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial S}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{R} Q_{22} &= 0; \\
 \frac{\partial Q_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial Q_{22}}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{R} T_{22} &= 0; \\
 Q_{11} &= \frac{\partial M_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial H}{\partial \alpha_2} - \left(\frac{1}{R} T_{11} \Theta_1 + S \Theta_2 \right), \quad 1 \leftrightarrow 2,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $S, H, T_{ij}, M_{ij}, Q_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) — приведенные обобщенные усилия в оболочке; — соотношениями упругости для рассматриваемых двухслойной и однослойной областей, у которых в качестве координатной выбрана поверхность контакта:

$$\begin{aligned}
 T_{11} &= B_{11} \varepsilon_{11} + B_{12} \varepsilon_{22} + A_{11} \chi_{11} + A_{12} \chi_{22}, \quad 1 \leftrightarrow 2; \\
 S &= B_{33} \varepsilon_{12} + 2A_{33} \chi_{12}; \\
 M_{11} &= A_{11} \varepsilon_{11} + A_{12} \varepsilon_{22} + D_{11} \chi_{11} + D_{12} \chi_{22}, \quad 1 \leftrightarrow 2; \\
 H &= A_{33} \varepsilon_{12} + 2D_{33} \chi_{12}; \\
 B_{11} &= \sum_i \frac{E_i \delta_i}{1 - \mu_i^2}; \quad B_{12} = \sum_i \frac{\mu_i E_i \delta_i}{1 - \mu_i^2}; \quad B_{33} = \sum_i \frac{2E_i \delta_i}{1 + \mu_i}; \\
 D_{11} &= \sum_i \frac{1}{3} \frac{E_i \delta_i^3}{1 - \mu_i^2}; \quad D_{12} = \sum_i \frac{1}{3} \frac{\mu_i E_i \delta_i^3}{(1 - \mu_i)^2}; \quad D_{33} = \sum_i \frac{2}{3} \frac{E_i \delta_i^3}{1 + \mu_i}; \\
 A_{11} &= \sum_i (-1)^i \frac{1}{2} \frac{E_i \delta_i^2}{1 - \mu_i^2}; \quad A_{12} = \sum_i (-1)^i \frac{1}{2} \frac{\mu_i E_i \delta_i^2}{1 - \mu_i^2}; \quad A_{33} = \sum_i \frac{E_i \delta_i^2}{1 + \mu_i}; \quad i = 1, 2,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где δ_1 — толщина теплозащитного слоя; δ_2 — толщина металлической оболочки; i — номер слоя;

— геометрическими соотношениями:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{2} \Theta_1^2 + \varepsilon_{11}^p - \alpha T(\alpha_1, \alpha_2); \quad \chi_{11} = \frac{\partial \Theta_1}{\partial \alpha_1}; \quad \Theta_1 = \frac{\partial w}{\partial \alpha_1}; \\
 \varepsilon_{22} &= \frac{\partial v}{\partial \alpha_2} + \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \Theta_2^2 + \varepsilon_{22}^p - \alpha T(\alpha_1, \alpha_2); \quad \chi_{22} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial \alpha_2}; \quad \Theta_2 = \frac{\partial w}{\partial \alpha_2}; \\
 \varepsilon_{12} &= \frac{\partial u}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial v}{\partial \alpha_1} + \Theta_1 \Theta_2 + \varepsilon_{12}^p; \quad \chi_{12} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial \Theta_1}{\partial \alpha_2},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где u, v, w — смещения в направлениях α_1, α_2, z ; $T(\alpha_1, \alpha_2)$ — закон изменения температуры по поверхности оболочки; ε_{ij}^p — пластические составляющие деформаций.

Для определения пластических деформаций используется итерационный процесс метода дополнительных деформаций:

$$\varepsilon_{ij}^{p(n)} = (1 - \alpha) \varepsilon_{ij}^{(n-1)}, \quad \alpha = \frac{E_c \left(\varepsilon_i^{(n-1)} \right)}{E}, \quad \varepsilon_i = \sqrt{\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + \frac{1}{4} \varepsilon_{12}^2},$$

где $E_c \left(\varepsilon_i^{(n-1)} \right)$ — секущий модуль, определяемый по обобщенной кривой деформирования материала при $\varepsilon_i = \varepsilon_i^{(n-1)}$, n — номер шага итерационного процесса.

Для определения остаточных напряжений используется соотношение

$$\sigma^{\text{ост}} = \sigma - \sigma^e,$$

где $\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ — вектор действительных напряжений, вычисляемый через деформации ε_{ij} ; σ^e — вектор упругих напряжений, вычисленных с помощью закона Гука по тем же деформациям.

При ограничении области повреждения прямыми $\alpha_1^* = \alpha_{10} - a$, $\alpha_1^* = \alpha_{10} + a$; $\alpha_2^* = \alpha_{20} - b$, $\alpha_2^* = \alpha_{20} + b$ на внутренней границе двухслойной области должны выполняться условия неразрывности вдоль границ α_1^* , α_2^*

$$U^+ = U^-,$$

где $U^T = (u, v, w, \Theta_1, T_{11}, T_{12}, M_{11}, Q_{11})$ для $\alpha_1 = \text{const}$, $U^T = \{u, v, w, \Theta_2, T_{22}, T_{12}, M_{22}, Q_{22}\}$ для $\alpha_2 = \text{const}$; величины со знаком "+" относятся к двухслойной области, со знаком "-" — к однослойной.

На кромках оболочки формулируются граничные условия:

$$T_{11} = 0; \quad v = 0; \quad w = 0; \quad M_{11} = 0. \quad (4)$$

Вычисление остаточных напряжений, возникающих вследствие охлаждения нагретой зоны, осуществляется в два этапа:

1. С помощью модели (1)–(4) определяется напряженно-деформированное состояние оболочки, которая нагрета по закону

$$T(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{cases} 0 & \text{на } \Omega_1; \\ T_0 & \text{на } \Omega_2, \end{cases}$$

где Ω_1 , Ω_2 — соответственно области неповрежденной и поврежденной зон, разделенные границей.

Решение задачи проводится методом конечных элементов с помощью пакета COSMOS [1]. В качестве элемента используется изгибаемый элемент оболочки, базирующийся на полиномах третьего порядка. Для определения напряженно-деформированного состояния в момент достижения температурой значения T_0 используется метод продолжения по параметру температуры [2].

2. Вычисляются остаточные напряжения $\sigma^{\text{ост}}$ в момент, когда температура в области Ω_2 достигает значения T_0 .

Модель разрушения

При наличии в охлажденной зоне сквозной трещины необходимо исследовать процесс разрушения. В качестве модели разрушения выбираем критерий Черепанова-Райса, согласно которому разрушение происходит при достижении инвариантным J -интегралом, вычисленным вдоль границы повреждения, своего критического значения, являющегося константой материала. Условие роста трещины получается как результат варьирования по параметру (координате) поверхностного дефекта полной энергии деформированной оболочки с учетом энергии, идущей на образование новой поверхности дефекта в процессе его роста.

Полная энергия определяется как

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + 2\gamma(\alpha_1 - \alpha_1^*) - 2\gamma(\alpha_2 - \alpha_2^*),$$

где γ — удельная энергия разрушения, необходимая для образования единицы поверхности расслоения. Считаем для простоты, что трещина ориентирована вдоль координатной оси α_2 : $\alpha_1 = x_1$, $\alpha_1 = x_2$ — границы дефекта. Здесь

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= \iint_{\Omega_1 + \Omega_2} \Phi d\alpha_1 d\alpha_2, \\ \Phi &= \frac{1}{2} \left(B_{11} \varepsilon_{11}^2 + 2B_{12} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + B_{22} \varepsilon_{22}^2 \right) + \left(A_{11} \varepsilon_{11} \chi_{11} + A_{12} (\varepsilon_{11} \chi_{22} + \varepsilon_{22} \chi_{11}) + \right. \\ &\quad \left. + A_{22} \varepsilon_{22} \chi_{22} \right) + \frac{1}{2} \left(D_{11} \chi_{11}^2 + 2D_{12} \chi_{11} \chi_{22} + D_{22} \chi_{22}^2 \right). \end{aligned}$$

При этом условия вдоль границы трещины, которым должны удовлетворять решения для поврежденной оболочки при $\alpha_1 = \text{const}$,

$$T_{11} = 0; \quad T_{12} = 0; \quad M_{11} = 0; \quad Q_{11} = 0,$$

выполняются предварительно, при построении конечно-элементной модели оболочки. Соответствующее уравнению энергетического баланса условие равенства нулю вариации функционала Θ , получаемой при варьировании координат x_1, x_2 при неизменной температуре, дает уравнения роста повреждения:

$$\delta_{x_1} \Theta = 0; \quad \delta_{x_2} \Theta = 0. \quad (5)$$

Варьируя функционал с переменными границами по координатам границ повреждения x_1 и x_2 , получаем

$$\delta_{x_1} \Theta = \Phi^{\Gamma^+} - \Phi^{\Gamma^-} - 2\gamma|_{\alpha_1=x_1}; \quad \delta_{x_2} \Theta = -\Phi^{\Gamma^+} + \Phi^{\Gamma^-} + 2\gamma|_{\alpha_1=x_2}, \quad (6)$$

где $\Phi^{\Gamma^+}, \Phi^{\Gamma^-}$ — значения функционала Φ при обходе соответственно границ повреждения $\alpha_1 = x_1, \alpha_1 = x_2$. Используя (6), уравнения роста дефекта можно записать как

$$\Phi^{\Gamma^+} - \Phi^{\Gamma^-} - 2\gamma = 0 \quad \text{при} \quad \alpha_1 = x_1, \quad \alpha_1 = x_2.$$

Согласно критерию Черепанова [3], для случая хрупкого разрушения выполняется условие

$$\Phi^{\Gamma^+} - \Phi^{\Gamma^-} = J,$$

где J — инвариантный интеграл, вычисленный на фронте трещины при $\alpha_1 = x_1, \alpha_1 = x_2$. Окончательно условия роста дефекта имеют вид

$$J = J_*,$$

где $J_* = 2\gamma$ — предельное значение J -интеграла, зависящее от материала, способа изготовления конструкции.

Для определения J_* используется, аналогично [4], теоретико-экспериментальный подход, в котором образец со сквозной центральной трещиной из того же материала, что и оболочка, подвергается действию растяжения и определяется разрушающая нагрузка. Расчет образца с трещиной проводится с помощью метода конечных элементов, значение J -интеграла, соответствующее моменту разрушения, вычисляется аналогично [4].

В результате нагрева поврежденной оболочки возможно также отдираание теплозащитного покрытия от основы, что приводит к дальнейшему распространению области нагрева. В качестве модели отрыва теплозащитного покрытия также используется модель Черепанова-Райса. В этом случае значение J_* определяется также теоретико-экспериментальным путем. Уравнение роста дефекта записывается аналогично (5), здесь граница дефекта описывается координатами α_1^*, α_2^* . Функционал энергии имеет вид

$$\Theta = \Theta_0 + 2\gamma_1 (\alpha_1 - \alpha_1^*) + 2\gamma_2 (\alpha_2 - \alpha_2^*), \quad (7)$$

где γ_1, γ_2 — удельная энергия разрушения, необходимая для образования единицы поверхности отрыва в направлениях α_1, α_2 соответственно. Вариация по границам области равна

$$\delta_{\alpha_1^*} \Theta = \Phi_{\Gamma_1}^+ - \Phi_{\Gamma_1}^- - 2\gamma_1; \quad \delta_{\alpha_2^*} \Theta = \Phi_{\Gamma_2}^+ - \Phi_{\Gamma_2}^- - 2\gamma_2,$$

где Γ_1, Γ_2 — соответственно границы повреждения вдоль осей α_1, α_2 .

Условие роста дефекта приобретает вид

$$\max \left(\Phi_{\Gamma_1}^+ - \Phi_{\Gamma_1}^-, \Phi_{\Gamma_2}^+ - \Phi_{\Gamma_2}^- \right) = J_*.$$

Численный анализ

Разработанный подход был применен для численного анализа зависимости температуры нагрева T_0 , для которой после охлаждения области повреждения происходит разрушение несущей оболочки, от размера поврежденной зоны при наличии дефекта материала оболочки в виде трещины, полученной в процессе повреждения верхнего слоя или в процессе эксплуатации. Вид поврежденной оболочки представлен на рис. 1.

Для численного определения J_* — предельного значения J -интеграла использовалась пластина из стали 3 ($E = 1,95 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\sigma_b = 38 \cdot 10^7$ Н/м²) сечением $b \times \delta = 30 \times 0,13$ мм с центральной трещиной $l = 5$ мм, которая растягивалась до разрушения. С помощью пакета COSMOS определялось численное значение в момент разрушения инвариантного J -интеграла, которое и принималось за значение J_* для данного материала и размера повреждения. Полученное значение $J_* = 1,06$ кг/мм.

На рис. 2 приведена зависимость критической температуры нагрева с последующим охлаждением от размера области повреждения для цилиндрической оболочки $L/R = 3$, $R/d = 100$, d — толщина оболочки; длина трещины $l = 0,01L/R$. Повреждение и трещина расположены в центральной части оболочки симметрично относительно $\alpha_1 = L/2R$, $\alpha_2 = 0$. Повреждение имеет форму квадрата со стороной $2a$, $0,1L/R \leq |a| \leq 0,5L/R$. Достижение критической температуры определяет момент появления нелинейного изгиба, в результате которого затем возможен старт дефекта.

На рис. 3 приведена характерная диаграмма деформирования при нагреве двухслойной оболочки толщиной $d = \delta_1 + \delta_2$, у которой $\delta_2/d = 0,4$; $R/d = 120$; $L/R = 3$, имеющей в центральной части

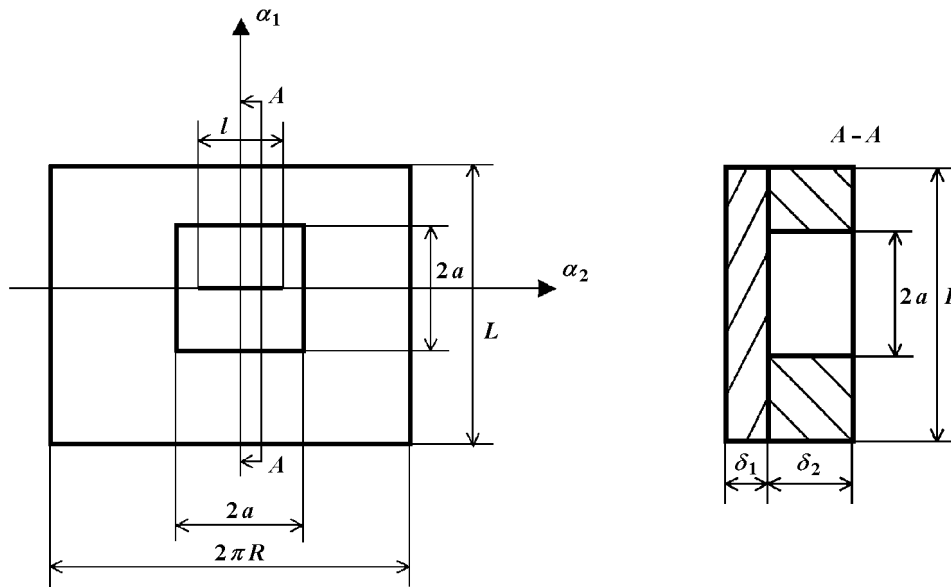


Рис. 1. Вид поврежденной оболочки: A – A — линия разреза

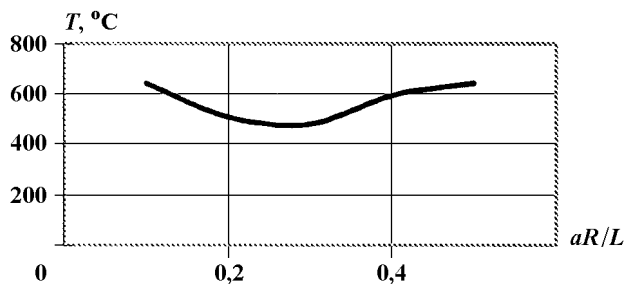


Рис. 2. Зависимость критической температуры нагрева с последующим охлаждением от размера области повреждения

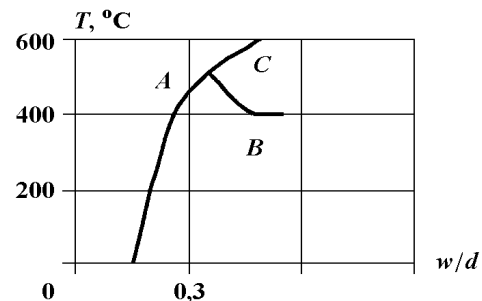


Рис. 3. Диаграмма деформирования двухслойной оболочки

квадратное повреждение слоя размером $a = 0,3L/R$. Величина w — максимальный прогиб второго слоя, d — общая толщина оболочки. Участок кривой AC соответствует равновесному состоянию без дополнительного отрыва теплозащитного слоя при изменяющемся значении J -интеграла. Ветвь AB соответствует условию роста дефекта, когда размер повреждения увеличивается так, что значение J -интеграла остается постоянным, равным J_* .

Зависимость критической температуры нагрева, при которой происходит отрыв покрытия, от размера зоны нагрева повреждения приведена на рис. 4 (при $J_* = 0,5 \text{ кг/мм}$). Эта зависимость носит существенно немонотонный характер, минимальное значение температуры для малых повреждений значительно ниже, для больших — выше соответствующих значений критической температуры, приведенной на рис. 2.

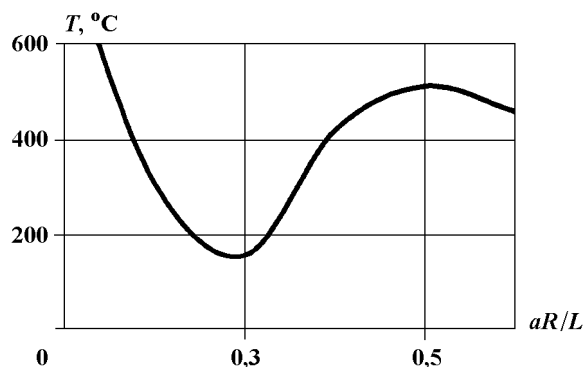


Рис. 4. Зависимость критической температуры нагрева, при которой происходит отрыв покрытия, от размера зоны нагрева повреждения

Отсюда следует, что тепловые пятна, возникающие в оболочечных системах с теплозащитой при повреждении последней, могут служить источником разрушения системы как за счет остаточных напряжений, возникающих при локальном быстром охлаждении (потеря устойчивости), так и за счет изменения напряженно-деформированного состояния, при котором значение J -интеграла достигает J_* .

Таким образом, цилиндрические двухслойные оболочки (кожухи) при локальном повреждении слоя теплозащиты (верхнего слоя) с последующим охлаждением могут как существенно деформироваться в окрестности повреждения (потеря устойчивости), так и полностью разрушаться вследствие расслоения слоев в неповрежденной зоне с последующим ее нагревом и разрушением.

Список литературы

1. *Норенков И. П.* Основы автоматизированного проектирования. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.
2. *Огибалов П. М., Грибанов В. Ф.* Термостойкость пластин и оболочек. М.: МГУ, 1968.
3. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
4. *Ободан Н. И., Железко И. П., Шерстюк Г. Г.* Определение удельной энергии разрушения и критических нагрузок для композитных оболочек с расслоениями // Актуальные проблемы механики оболочек с расслоениями. Казань: КИСИ, 1985.

Статья поступила в редакцию 16.01.04.