

УДК 532.5

## АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И РАСЧЕТОВ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ НА ОСНОВАНИИ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ДИФФУЗИОННОГО ТИПА

В. Е. Неуважаев, И. Э. Паршуков, И. Г. Первиненко  
(РФЯЦ-ВНИИТФ)

С единых позиций на основании полуэмпирической модели турбулентного перемешивания диффузионного типа проведен анализ и сравнение известных экспериментальных и расчетных (прямое численное моделирование) результатов исследования гравитационного турбулентного перемешивания. При анализе определялось значение постоянной перемешивания  $\alpha_1$ , характеризующей интенсивность проникновения легкого вещества в сторону тяжелого. К сожалению, разброс в определении  $\alpha_1$  остается значительным. Неопределенность в значении  $\alpha_1$  по большинству экспериментальных и расчетных результатов составляет  $\alpha_1 = 0,02 \div 0,08$ .

### Введение

Первое теоретическое рассмотрение турбулентного перемешивания (ТП) на границе раздела веществ в поле силы тяжести, проведенное С. З. Беленьким и Е. С. Фрадкиным в [1], привело к аналитической зависимости

$$L = \tilde{\alpha} g t^2 \ln n, \quad (1)$$

пригодной при  $1 \leq n \leq 4$ , где  $g$  — постоянное ускорение;  $n = \rho_1/\rho_2$  — отношение плотностей тяжелого ( $\rho_1$ ) и легкого ( $\rho_2$ ) веществ;  $t$  — время;  $\tilde{\alpha}$  — эмпирическая постоянная;  $L$  — полная ширина области ТП.

Уточнение формулы (1) дано в работе [2]:

$$L = \alpha A g t^2, \quad (2)$$

где  $A = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$  — число Атвуда.

В последующем Янгсом было замечено [3], что перемешивание протекает несимметрично, и при обработке экспериментов использовалась формула

$$L_1 = \alpha_1 A g t^2, \quad (3)$$

где  $L_1$  — ширина в сторону тяжелого вещества, определяемая всплывающими пузырями легкого.

Несмотря на многочисленные экспериментальные работы, начиная с Ю. Ф. Алексеева [4], И. К. Кикоина, и далее работы Ю. А. Кучеренко и др. [5–9], Линдена и Редондо [10, 11], Димонти и Шнайдера [12, 13], А. М. Василенко и др. [14–17], Рида [18, 19], Е. Е. Мешкова [20–22], С. Г. Зайцева [23], полного согласия в определении постоянной ТП так и не получено. Разброс значений остается довольно значительным. К тому же сравнение результатов затрудняется тем, что экспериментаторы обрабатывают результаты опытов различным образом: в большинстве случаев измеряется глубина проникновения легкого вещества в тяжелое [5–13, 18–22] (соответственно определяется  $\alpha_1$ ) или полная ширина зоны ТП [4, 14–17, 23] (определяется  $\alpha$ ).

Так, с одной стороны, в большей части опытов [3, 6, 12, 13, 18–21] для несжимаемых жидкостей получено  $\alpha_1 = 0,05 \div 0,08$ . С другой стороны, обработка А. М. Василенко результатов экспериментов [14–17], полученных для границы газов, перемешиваемых под действием замедляющейся ударной волны (УВ), приводит к значению  $\alpha = 0,32 \pm 0,04$ .

Трехмерное численное моделирование не внесло окончательной ясности: в ряде случаев довольно значительно отличаются экспериментальные и расчетные значения интенсивности

перемешивания, к тому же разброс получающихся по разным методикам расчетных значений также остается большим. Так, Янгс [24] численными расчетами определил  $\alpha_1 = 0,03 \div 0,04$ , что выходит из указанного выше интервала значений, определяемых им в экспериментах [18, 19]. Расчеты, проведенные в РФЯЦ-ВНИИТФ под руководством Н. Н. Анучиной [25], дают значение  $\alpha_1 = 0,07$ . Расчеты, выполненные в РФЯЦ-ВНИИЭФ Ю. В. Янилкиным и др. [26, 27] определяют  $\alpha_1 = 0,03 \div 0,055$ .

Всякий раз на международных семинарах по проблеме ТП возникает дискуссия о значении постоянной ТП, и следует отметить, что пока единого мнения нет.

Цель настоящего исследования — с единых позиций проанализировать и сравнить опубликованные результаты последних работ с надеждой сократить разброс в определении этой постоянной. При этом для единообразия будем рассматривать значение  $\alpha_1$ . В работе наряду с простыми тестовыми задачами привлекаются результаты опытов, в которых осуществились сложные неавтомодельные режимы. Благодаря наличию точного решения эти сложные течения удается обработать и определить постоянную  $\alpha_1$ .

Сначала анализируются экспериментальные результаты для несжимаемых жидкостей. Рассматриваются три случая:

- 1) автомодельная задача с перемешиванием двух граничащих жидкостей с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , находящихся в поле силы тяжести  $g$ ;
- 2) предыдущая задача, но жидкости взаиморастворимы, поэтому граница в начальный момент размыта, что вносит специфику в задачу;
- 3) перемешивание слоя конечных размеров, помещенного в бесконечную среду другой плотности.

Для этих трех задач имеются экспериментальные результаты, а также в рамках  $lv$ -модели построены точные аналитические решения, что позволяет определить значение постоянной  $\alpha_1$ .

Также проведена обработка ряда опытов со сжимаемыми газами. Проанализированы результаты трехмерного численного моделирования ТП.

Полностью сократить разброс в определении  $\alpha_1$ , к сожалению, не удалось. Основное отличие остается между результатами А. М. Васи-

ленко, полученными для газов, и результатами других исследователей, изучавших перемешивание на жидкостях. Работы по осмыслению опытов Василенко ведутся отдельно, и на сегодня имеется некоторое понимание их результатов [28, 29]. Здесь следует отметить работы [30, 31], в которых обсуждаются вопросы перехода к развитой турбулентности и определены количественные оценки.

## 1. Определение постоянной ТП $\alpha_1$

Уточнение формулы (3), демонстрирующее нелинейную зависимость от числа Атвуда, было дано в работе [32]:

$$L_1 = \alpha_1 (1 + 0,25A^2) Agt^2. \quad (4)$$

Заметим, что ТП границы раздела носит несимметричный характер, в сторону легкого вещества интенсивность перемешивания всегда больше, поэтому введем некоторые соотношения, необходимые для сравнения результатов экспериментов разных исследователей.

Примем, что мера несимметрии определяется формулой [33]

$$\frac{L_2}{L_1} = (1 + A)^{0,45} = \sqrt{\beta_2}, \quad (5)$$

где  $L_2$  — ширина ТП в сторону легкого вещества.

Для определения соотношения  $\alpha$  и  $\alpha_1$  воспользуемся формулами (4) и (5), при этом следует от  $L_1$  перейти к полной ширине  $L$ :

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2 = \left[ 1 + (1 + A)^{0,45} \right] L_1 = \\ &= \alpha_1 \left[ 1 + (1 + A)^{0,45} \right] (1 + 0,25A^2) Agt^2. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае, когда действующее ускорение  $g(t)$  не является постоянным, в [3] формула (3) принимает вид

$$L_1 = 2\alpha_1 AS, \quad (7)$$

где  $S = \frac{1}{2} \left( \int \sqrt{g} dt \right)^2$  (в случае постоянного ускорения  $S = \frac{gt^2}{2}$ ).

Известно [33], что в случае существенного влияния начальных данных следует проводить обработку в переменных  $\sqrt{L}$  и  $\sqrt{S}$ :

$$\sqrt{L} = \sqrt{L_0} + \sqrt{2\alpha AS}, \quad (8)$$

где  $L_0$  — начальная шероховатость. Поэтому всюду, где это представляется возможным, обработку результатов опытов, в которых определяется проникновение легкого вещества, будем проводить, используя формулу

$$\sqrt{L_1} = \sqrt{L_{01}} + \sqrt{2\alpha_1 A(1 + 0,25A^2)S}. \quad (9)$$

Для опытов, в которых определяется полная ширина зоны перемешивания,

$$\sqrt{L} = \sqrt{L_0 + \sqrt{2\alpha_1(1 + (1+A)^{0,45})(1 + 0,25A^2)S}}. \quad (10)$$

## 2. ТП несжимаемых жидкостей в случае постоянного ускорения

Первое определение постоянной перемешивания было дано С. З. Беленьким и Е. С. Фрадким [1] путем пересчета постоянной, определенной в опытах по сдвиговому перемешиванию. И, нужно отдать им должное, они не допустили большой ошибки: в обозначениях формулы (1) ими было указано, что  $\tilde{\alpha} \approx [0,06 \div 0,15]$ , т. е., как будет видно ниже, порядок величины был определен правильно. Они также обнаружили значительный разброс в определении постоянной  $\alpha$  среди экспериментов со сдвиговой турбулентностью.

В силу специфики ТП, происходящего под действием постоянного ускорения, были поставлены специальные опыты по определению постоянной  $\alpha$  (или  $\alpha_1$ ).

Первые опыты по измерению  $\alpha$  в поле тяжести Земли были проведены в г. Сарове группой Ю. Ф. Алексеева [4] в 1956 г. Установка состояла из сосуда, в котором помещались вода и раствор медного купороса, разделенные перегородкой, при этом более тяжелый раствор находился выше. Перегородка выдерживалась, и наблюдалось развитие зоны ТП во времени в поле тяжести Земли. Авторы этих опытов отмечали заметное влияние вязкости.

Примерно в те же годы в ФИАН им. П. Н. Лебедева (г. Москва) были поставлены опыты под руководством И. К. Кикоина, которые, к сожалению, сами авторы не опубликовали в открытой печати (однако краткое описание и результаты есть в [16]). Авторы опытов пытались уйти от влияния вязкости, поэтому сосуд с разными жидкостями подвергался ускорению, которое в единицах поля тяжести Земли было  $(2 \div 3)g_0$ . Они избавились от перегородки тем, что ускорили вниз сосуд с изначально устойчивой в поле

тяжести Земли границей раздела; в результате система жидкостей становилась неустойчивой и развивалось ТП. Однако отсутствие начальных возмущений привело к затяжке в развитии ТП и, чтобы от этой затяжки избавиться, пришлось специальным образом создавать начальные возмущения.

В экспериментах, проведенных Ю. А. Кучеренко и др. [5, 6] во ВНИИТФ, замкнутый сосуд, содержащий легкую жидкость, налитую поверх тяжелой, разгонялся сжатым газом вниз, в результате чего развивалось перемешивание. По сравнению с опытами Кикоина здесь достигаются значительно большие ускорения —  $(10^2 \div 10^4)g_0$ . На границе раздела задавалось случайное возмущение добавлением твердых частиц. Определялась как полная ширина области перемешивания, так и по безразмерной плотности легкого вещества  $\delta = \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}$  в пределах от 0,01 до 0,98.

В экспериментах, описанных Ридом и Янгсом [3, 18, 19], первоначально покоящийся сосуд с устойчивой системой жидкостей ускорялся вниз с помощью ракетного двигателя. В экспериментах Димонти и Шнейдера [12, 13] сосуд ускорялся в электромагнитном поле.

В экспериментах, проведенных во ВНИИЭФ Е. Е. Мешковым и др. [20–22], слой жидкости [20, 22], удерживаемый в канале пластиной, или студня [21] ускорялся сжатым газом [20] или продуктами взрыва газовой смеси [21]. В [22] ускорение проводилось газом, сжимаемым жестким поршнем, приводимым в движение продуктами детонации газовой смеси. На поверхности жидкости задавалось возмущение добавлением твердых частиц. В данных экспериментах при большом перепаде плотностей на границе достигаются ускорения  $(10^2 \div 10^5)g_0$ .

Здесь интересно отметить результаты [22] — с ростом  $g$  от  $10^2 g_0$  до  $10^3 g_0$  значение  $\alpha_1$  увеличивается от 0,015 до 0,14, далее с ростом  $g$  до  $10^5 g_0$  значение  $\alpha_1$  уменьшается до 0,03. Это объясняется характером перемешивания: при больших ускорениях происходит уменьшение роли поверхностного натяжения и вязкости в развитии ТП, что приводит к образованию мелких пузырей. При низких ускорениях поверхностное натяжение и вязкость подавляют развитие мелкомасштабной структуры зоны ТП, развиваются в основном крупные пузыри, которые растут быстрее мелких, поэтому скорость проникновения газа в жидкость увеличивается.

Определение значения  $\alpha_1$  в опытах с жидкостями

Авторы	Перепад плотностей $n = \rho_1/\rho_2$	Ускорение $g_0 = 9,8 \text{ м/с}^2$	Экспериментальное значение $\alpha$ или $\alpha_1$	Уточненное значение $\alpha_1$
Алексеев и др.	1,19 ÷ 1,83	$g_0$	$\alpha = 0,24 \pm 0,08$ ( $\alpha = 0,13 \pm 0,04^*$ )	$\alpha_1 = 0,04 \div 0,076$
Кикоин и др. Кучеренко и др. [6]	1,44 ÷ 1,98 3; 20	(2 ÷ 3) $g_0$ ( $10^2 \div 10^4$ ) $g_0$	$\alpha = 0,34 \pm 0,12$ $\alpha_1 = 0,07 \pm 0,0025$ $\alpha_1 = 0,055 \pm 0,005$ ( $\delta$ от 0,01 до 0,98)	$\alpha_1 = 0,1 \div 0,21$ $\alpha_1 = 0,056 \div 0,068$ $\alpha_1 = 0,047 \div 0,057$
Рид [18], Янгс [3] Янгс [19]	1,6 8,5—29,1	(15 ÷ 70) $g_0$	$\alpha_1 = 0,06 \div 0,07$ $\alpha_1 = 0,05 \div 0,077$	$\alpha_1 = 0,059 \div 0,069$ $\alpha_1 = 0,045 \div 0,065$
Димонти, Шнейдер [12, 13] Мешков и др. [20, 21]	1,37 ÷ 50 50—60	(30 ÷ 80) $g_0$ ( $10^2 \div 10^4$ ) $g_0$	$\alpha_1 = 0,051 \pm 0,005$ $\alpha_1 = 0,053 \div 0,126$ (увеличивается с увеличением давления газа)	$\alpha_1 = 0,037 \div 0,055$ $\alpha_1 = 0,043 \div 0,102$
Невмержицкий и др. [22]	60	( $10^2 \div 10^5$ ) $g_0$	С ростом $g$ от $10^2 g_0$ до $10^3 g_0$ $\alpha_1$ увеличивается от 0,015 до 0,14. Далее с ростом $g$ до $10^5 g_0$ $\alpha_1$ уменьшается до 0,03	С ростом $g$ от $10^2 g_0$ до $10^3 g_0$ $\alpha_1$ увеличивается от 0,012 до 0,11. Далее с ростом $g$ до $10^5 g_0$ $\alpha_1$ уменьшается до 0,024

\*Обработка результатов опытов в *корнях* сделана В. Г. Яковлевым.

Результаты указанных экспериментов и их обработка представлены в табл. 1. Можно заметить, что для несжимаемых жидкостей в основном все результаты помещаются в диапазоне  $\alpha_1 = 0,02 \div 0,07$ . Выпадающие из этого диапазона результаты вероятнее всего объясняются ролью поверхностного натяжения и вязкости и тем, что течение не вышло еще на автомодельный режим перемешивания.

3. Перемешивание тонкого слоя

Задача о перемешивании тонкого слоя жидкости с окружающей его другой жидкостью интересна тем, что при больших временах, когда  $L/L_0 \gg 1$  (где  $L_0$  — начальная ширина тонкого слоя), устанавливается линейный закон развития ширины зоны перемешивания от времени. В экспериментах определяется коэффициент этой зависимости, а в теории устанавливается зависимость этого коэффициента от постоянных модели. Детальное изложение этой задачи содержится в [34]. Здесь же ограничимся приведением формулы для асимптотической стадии:

$$\frac{L}{\sqrt{2sL_0}} = b \sqrt{\frac{|\rho^0 - \rho|}{\rho}}, \quad (11)$$

где  $\rho^0, L_0$  — соответственно плотность и начальная ширина слоя, помещенного в среду с плотностью  $\rho$ . В экспериментах разных авторов [34, 35] получено  $b = 0,35 \div 0,63$ . Такой значительный разброс, видимо, связан с большой неопределенностью в определении фронта перемешивания при больших временах. Этот вопрос обсуждается в [34], где проведена обработка опытов [35], в которых измерялось распределение плотности в зоне перемешивания.

С другой стороны, в рамках диффузионной  $lv$ -модели в приближении кусочно-постоянного коэффициента диффузии [36] можно получить

$$\frac{dL}{d\sqrt{2sL_0}} = 2^{3/2} \alpha_m^2 \pi \sqrt{\frac{1 - e^{-\pi}}{\nu + \alpha_m^2 \pi}} \sqrt{\frac{|\rho^0 - \rho|}{\rho}}, \quad (12)$$

где  $\alpha_m, \nu$  — постоянные. Постоянная  $\nu$  определяется из условия затухания турбулентности при выключенных источниках, ее порождающих [36]:

$$\nu = 16\eta_1^2 \alpha_m^2, \quad \eta_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}.$$

Сравнение (11) и (12) дает возможность определить постоянную  $\alpha_m$ , если известно  $b$ . При  $b = 0,35 \div 0,63$  получим  $\alpha_m = 0,195 \div 0,351$ .

Значение  $\alpha_m$  в формуле (11) нужно связать со стандартным значением  $\alpha$  из (2) с помощью

соотношения [36]

$$\alpha = 1,511\alpha_m^2. \quad (13)$$

Таким образом, опыты с тонким слоем приводят к значению

$$\alpha = 0,0574 \div 0,186.$$

С учетом формул (2) и (6) для перепадов плотностей из [34, 35] получим

$$\alpha_1 = 0,025 \div 0,08.$$

К сожалению, такой большой разброс в определении  $\alpha_1$  ничего нового не добавляет, кроме того, что все предыдущие эксперименты заключены в рамках получившейся неопределенности.

#### 4. Перемешивание двух взаиморастворимых жидкостей

Эксперименты по изучению перемешивания взаиморастворимых жидкостей были поставлены в лаборатории Ю. А. Кучеренко [37, 7], а также И. К. Кикоиным. Особенностью этих экспериментов является задержка в развитии ТП, которая возникает из-за непрерывного профиля плотности, устанавливаемого на границе раздела в силу растворимости жидкостей. В экспериментах Кучеренко была установлена зависимость задержки от масштаба начальных возмущений. Это явление изучалось теоретически [38], на основании полуэмпирической модели были обработаны экспериментальные зависимости и поняты их количественные связи. Следует сказать, что обсуждаемое явление также моделировалось прямыми численными расчетами в двумерном исполнении [39] и получены согласующиеся с экспериментом и теорией результаты.

Основной результат теоретического рассмотрения [38] заключен в формуле

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{L_c}{L_0}} &= \exp \left( 2\eta_1 \alpha_m \sqrt{\frac{\Phi(\eta_1) g A}{(1+2k) L_c}} t_c \right) = \\ &= \exp \left( \frac{4\alpha_m}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{0,254 g A}{L_c}} t_c \right), \quad (14) \end{aligned}$$

дающей зависимость времени затяжки  $t_c$  перемешивания от начальных параметров задачи, где  $L_0$  — начальная шероховатость;  $L_c$  — ширина начального размытия границы раздела (профиля плотности);  $\alpha_m$  — постоянная модели.

Для определения значения  $\alpha_m$  обработаем последние экспериментальные результаты [7] согласно формуле (14) (рис. 1). Эксперименты

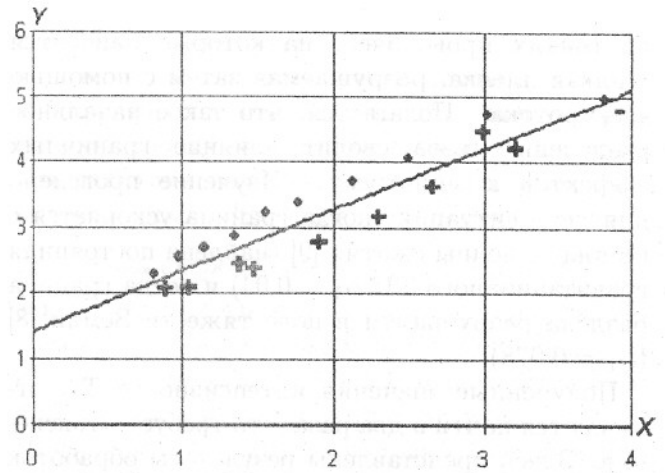


Рис. 1. Экспериментальная зависимость задержки в развитии перемешивания для  $n = 2$  и  $n = 4$ . Данные Ю. А. Кучеренко и др. [7]:  $x = \ln \frac{L_c}{L_0}$ ;  $y = \sqrt{\frac{Ag t_c^2}{2L_c}}$ ;

• —  $n = 4$ ; + —  $n = 2$

проводились для двух пар жидкостей с разным отношением плотностей:  $n = 2$  и  $n = 4$ . Если ввести новые переменные  $x = \ln \frac{L_c}{L_0}$ ,  $y = \sqrt{\frac{As^*}{L_c}}$ , где  $s^* = \frac{gt_c^2}{2}$ , то экспериментальные данные описываются зависимостью  $y = 0,933x + 1,4024$ .

Сравнивая полученный результат с теоретической зависимостью (14), определяем  $\alpha_m = 0,333$ . Используя (13), получаем значение  $\alpha = 1,511\alpha_m^2 = 0,167$ , и с учетом соотношения  $\alpha$  и  $\alpha_1$  (см. (2) и (6)) для перепадов плотностей 2 и 4 получаем  $\alpha_1 = 0,076$  и  $\alpha_1 = 0,071$  соответственно, т. е. значение постоянной  $\alpha_1$  находится в пределах, определенных при перемешивании тонкого слоя.

#### 5. Определение $\alpha_1$ в опытах с газами

В настоящем разделе рассмотрим некоторые эксперименты по исследованию гравитационного ТП газов.

**Анализ результатов экспериментов Ю. А. Кучеренко и др. для газов.** В последнее время Ю. А. Кучеренко и др. поставлены эксперименты по определению постоянной ТП на многофункциональной ударной трубе [8, 9]. Эти эксперименты проведены на газах, где в качестве разделяющей перегородки используется так называемая *призрак-диафрагма*, состоящая

из тонких проволочек, на которые наносится жидкая пленка, разрушаемая затем с помощью электротока. Полагается, что такое начальное разделение газов сводит влияние граничных эффектов к минимуму. Изучение проведено для двух ситуаций: когда граница ускоряется с помощью волны сжатия [9] (найден постоянная гравитационного ТП  $\alpha_1 = 0,04$ ) и когда граница раздела разрушается в поле тяжести Земли [8] ( $\alpha_1 = 0,078$ ).

Полученные значения интенсивности ТП отличаются почти в два раза, что требует объяснения. Здесь представлены результаты обработок экспериментальных данных в разных переменных. Известно [33], что в случае существенного влияния начальных данных следует проводить обработку в переменных  $\sqrt{L}$  и  $\sqrt{S}$  в отличие от обычных переменных  $L$  и  $S$ .

Экспериментальные данные в виде зависимости  $L$  от  $S$  были любезно предоставлены Ю. А. Кучеренко.  $L_1$  вычислялось исходя из полной ширины турбулентной зоны и коэффициента асимметрии (5).

*Перемешивание под действием волны сжатия.* В установке формировалась волна сжатия, распространяющаяся вдоль ударной трубы. Контактная граница газов ускорялась ( $g \approx \approx 4000g_0$ ), и на ней возникала нестационарная зона гравитационного ТП, обусловленная неустойчивостью Рэля—Тейлора. По результатам экспериментов для двух случаев  $A = 0,35$  (Ar-Kr) и  $A = 0,82$  (Ar-He) в [9] была построена зависимость ширины зоны ТП от смещения контактной границы и найдена постоянная гравитационного ТП  $\alpha_1 = 0,04$ .

На рис. 2 приводятся результаты обработки экспериментов [9]. Известно [32], что если начальные возмущения входят существенным образом в процесс развития перемешивания, то предпочтение следует отдавать обработке в *корнях*. Если начальные возмущения не существенны, то обработка по линейной зависимости (7) и обработка в *корнях* (8) дают близкие результаты.

В рассматриваемом случае использование традиционной (7) линейной зависимости  $L$  от  $S$  приводит к  $\alpha_1 = 0,035$  ( $A = 0,35$ ) и  $\alpha_1 = 0,036$  ( $A = 0,82$ ), т. е. к очень близким значениям. Обработка в *корнях* с учетом нелинейной зависимости от числа Атвуда (9) приводит к одному и тому же значению  $\alpha_1 = 0,02$  для обоих случаев.

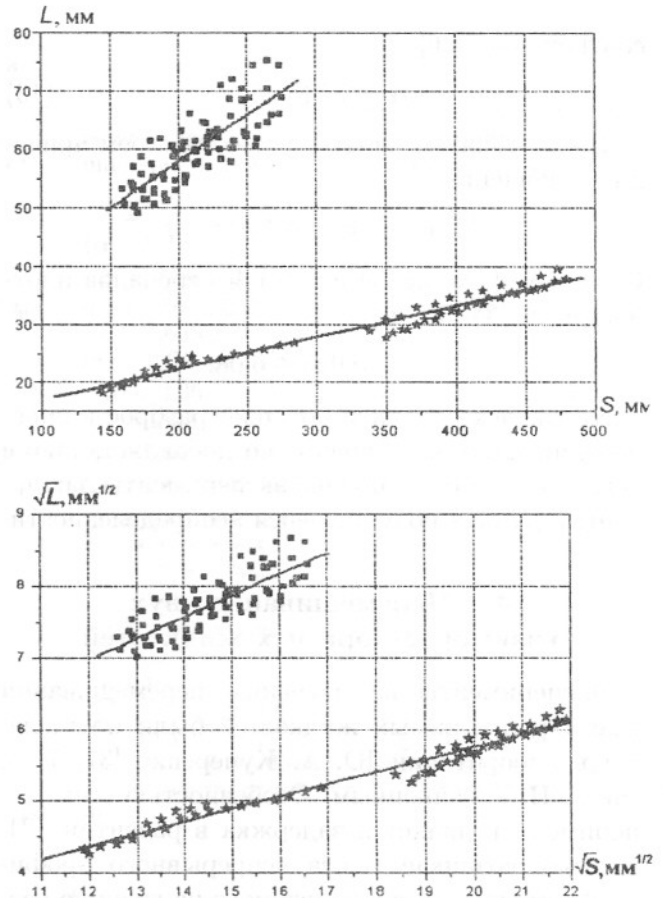


Рис. 2. Опыты [9] с волной сжатия: ■ — Ar-Kr ( $A = 0,35$ ); ★ — Ar-He ( $A = 0,82$ )

Таким образом, начальные возмущения в поставленных опытах имеют существенное влияние, поэтому предпочтительнее корневая обработка. В результате получим интенсивность ТП  $\alpha_1 = 0,020$ , что существенно меньше значения, которое определяется по опытам Кучеренко [6] с несжимаемыми жидкостями (см. табл. 1).

*Перемешивание в поле тяжести Земли.* Параллельно были проведены эксперименты по исследованию перемешивания на границе раздела газов, находящихся в поле силы тяжести Земли [8]. Газы различной плотности, разделенные призраком-диафрагмой, находились в неподвижном контейнере: тяжелый газ — в верхней части, легкий — в нижней. При разрушении мембраны под действием ускорения свободного падения  $g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$  возникала зона ТП. Найденное в [8] значение постоянной  $\alpha_1 = 0,078$  превышало значения, определенные ранее Ю. А. Кучеренко и др. из экспериментов других типов [5, 6, 9].

Далее обработаем данные экспериментов в поле тяжести Земли. Имея в виду, что призраком-

диафрагма вносит существенные начальные возмущения, обработку проведем в корнях. Приводится обработка экспериментов в поле тяжести Земли для пар газов Ar-Kr ( $A = 0,35$ ), Ar-SF<sub>6</sub> ( $A = 0,57$ ) и He-SF<sub>6</sub> ( $A = 0,95$ ). При обработке в корнях также дополнительно отбрасываются начальные точки, когда полагается, что еще нет полной турбулизации течения, и при определении  $\alpha_1$  учитывается (9). Экспериментальные данные и результаты обработки представлены на рис. 3 и в табл. 2.

Таблица 2

Определение значения  $\alpha_1$  (перемешивание в поле тяжести Земли)

A	$\alpha_1$ (обработка $L$ от $S$ )	$\alpha_1$ (обработка $\sqrt{L}$ от $\sqrt{S}$ )
0,35	0,09	0,075
0,57	0,075	0,045
0,95	0,078	0,027

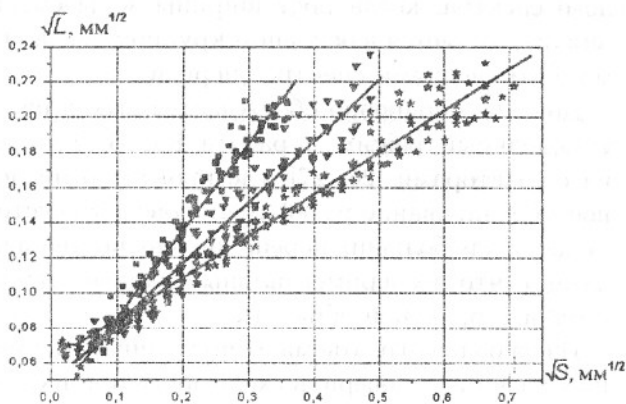
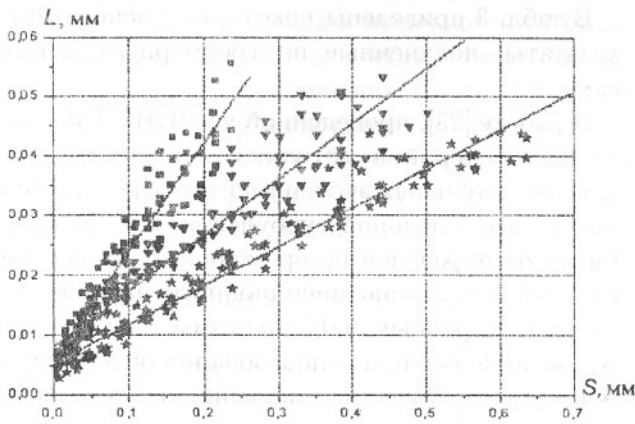


Рис. 3. Опыты [8] в поле тяжести Земли: ■ — He-SF<sub>6</sub> ( $A = 0,95$ ); ▼ — Ar-SF<sub>6</sub> ( $A = 0,57$ ); ★ — Ar-Kr ( $A = 0,35$ )

Рассматривая результаты, полученные для опытов в поле силы тяжести Земли, упомянем работу [40], где предложено объяснение расхождения между экспериментальными данными при действии волны сжатия [9] и в поле силы тяжести Земли [8]. Предполагается, что автомодельная скорость роста зоны ТП  $\alpha_1 = \frac{1}{2A} \frac{\partial L_1}{\partial S}$  зависит от турбулентного числа Рейнольдса. Показано, что с увеличением числа Рейнольдса зависимость ширины зоны ТП переходит в стандартную  $L_1 = \alpha_1 A g t^2$ , при этом  $\alpha_1 \rightarrow 0,04$ . При умеренных числах Рейнольдса сильное влияние оказывают процессы вязкости и диффузии, что нарушает динамику и механизм разрушения крупных вихрей. То есть скорость роста зоны ТП становится зависимой от кинетических характеристик смешиваемых газов, значение  $\alpha_1$  возрастает, а зависимость ширины зоны ТП от  $S = g t^2 / 2$  становится нелинейной и автомодельный закон роста зоны гравитационного ТП не выполняется. В опытах в поле силы тяжести значение  $S$  и соответственно число Рейнольдса существенно ниже, чем в опытах с волной сжатия, поэтому можно считать, что здесь еще нет автомодельного перемешивания.

Эксперименты С. Г. Зайцева и А. М. Василенко. В экспериментах С. Г. Зайцева и др. [23] канал разделялся пластиной на две части, заполнявшиеся соответственно инертным газом и кислородно-водородной смесью. В момент полного удаления пластины из канала осуществлялось воспламенение. Фронт пламени двигался по каналу и возбуждал перед собой волну сжатия, которая вовлекала в ускоренное движение зону, образовавшуюся в результате удаления пластины. Для  $0,33 < A < 0,8$  в [23] получено значение  $\alpha = 0,175 \pm 0,05$ .

Проведя описанную выше обработку полученных результатов с учетом несимметрии перемешивания и нелинейной зависимости от числа Атвуда, получим  $\alpha_1 = 0,05 \div 0,09$ . Несмотря на то, что в этих опытах существенны сжимаемость газов и влияние начальной ширины зоны перемешивания, полученный результат в общем почти соответствует случаю несжимаемых жидкостей.

В опытах А. М. Василенко [14–16] исследуется развитие неустойчивости и перемешивания на границе раздела газов после прохождения сильной замедляющейся УВ, генерируемой в электромагнитной трубе. В этой ситуации на границу раздела действуют последовательно удар-

ное (вызванное действием УВ) и квазипостоянное (связанное с волной разгрузки) ускорения. ТП газов на поздние времена в основном определяется действием квазистационарного ускорения. Анализ, проведенный Василенко [17], показывает, что в экспериментах пленка, изначально разделяющая газы, под действием излучения, исходящего от УВ, разрушается до прихода УВ, и тем самым создаются идеальные условия для последующего перемешивания. Измерялась полная ширина области ТП.

В [14, 15] для случая  $A = 0,86$  для синусоидального начального возмущения границы раздела получено значение  $\alpha = 0,32 \pm 0,01$ . В экспериментах с плоской границей раздела [16] при  $0,17 < A < 0,9$  интенсивность перемешивания  $\alpha = 0,29 \div 0,35$ .

В результате учета (10) обработка результатов опытов Василенко дает значение  $\alpha_1 = 0,105 \div 0,135$ , что существенно отличается от результатов большинства экспериментов.

В работе [28] на основании расчетов развития регулярных и случайных возмущений границы раздела с помощью двумерных методик предполагается, что в опытах А. М. Василенко на конечные моменты времени не произошло еще перехода на автомодельную стадию турбулентности. Завышение значения постоянной перемешивания может быть вызвано включением нелинейной стадии в обработку результатов, наличием начальной кинетической энергии слоя, вызываемой прохождением УВ через границу раздела. Для опытов с изначально плоской границей раздела завышение может быть вызвано наличием в спектре начального возмущения некоторого дополнительного длинноволнового компонента.

Результаты опытов А. М. Василенко обсуждаются также в работах американских авторов [30, 31, 41], где предполагается, что в опытах еще не произошло перехода к стадии автомодельного перемешивания и поэтому существенно влияние начальных условий.

## 6. Определение интенсивности ТП прямым численным моделированием

Значительную роль в исследованиях ТП занимает прямое численное моделирование (т. е. моделирование прямыми расчетами по программам численного решения уравнений Эйлера или Навье—Стокса без использования каких-либо

специальных моделей турбулентности). Для гравитационной (рэлей-тейлоровской) неустойчивости рассматривается развитие возмущений границы раздела двух веществ разной плотности, находящихся в стационарном поле силы тяжести.

Первые определения постоянной перемешивания с помощью двумерных численных расчетов были проведены в работах [3, 5, 19]. Последующее расчетное определение интенсивности перемешивания проводилось уже с привлечением трехмерных методик [11, 24–27, 42–48]. Краткий обзор результатов численного моделирования рэлей-тейлоровской неустойчивости и определения значения  $\alpha_1$ , полученных американскими авторами, содержится в [13, 45, 46], при этом можно отметить, что результаты двумерных расчетов примерно на 15% превышают трехмерные. В частности, в [45, 46] приводятся следующие результаты: немногочисленные теоретические работы для  $A = 1$  дают  $\alpha_1 = 0,01 \div 0,06$ , прямое трехмерное численное моделирование —  $\alpha_1 = 0,03 \div 0,07$ .

В табл. 3 приведены некоторые расчетные результаты, полученные по трехмерным методикам.

В работе [25], проведенной во ВНИИТФ, предложен критерий и методика диагностирования в вычислительных экспериментах перехода течения к автомодельной турбулентности. Коэффициент  $\alpha_1$  определен на временной базе, соответствующей наличию инерционного интервала, и получился равным 0,07 (отметим, что значение  $\alpha_1$  увеличилось при использовании более подробной сетки). Меньшие значения  $\alpha_1$ , по мнению авторов [25], соответствуют стадии вырожденного спектра, когда рост ширины зоны смешения определяется в основном крупномасштабными возмущениями спектра энергии.

Довольно подробно обсуждается выход на автомодельный режим в работе Ю. В. Янилкина с соавторами [26, 27], где проведено численное моделирование рэлей-тейлоровской неустойчивости для больших перепадов плотностей и показано, что экспериментальные данные нуждаются в корректной обработке.

Из-за большого объема вычислений в трехмерных расчетах проверить сходимость при измельчении сетки не удастся, хотя в ряде зарубежных методик показано, что при увеличении числа счетных ячеек получающееся значение постоянной перемешивания  $\alpha_1$  уменьшается [24, 41, 11].



Расчетные значения  $\alpha_1$ 

Авторы	Сетка	A	Расчетное значение $\alpha_1$
Янгс [24]	160 × 160 × 160	0,2	0,04
	240 × 160 × 160	0,5	0,035
Янгс [42]	270 × 160 × 160	0,2	0,027
	270 × 160 × 160	0,5	0,025—0,028
	270 × 160 × 160	0,9	0,029
Анучина и др. [25]	60 × 60 × 60	0,49	0,064
	120 × 120 × 120		0,074
Янилкин и др. [26, 27]	200 × 200 × 400	0,5—0,95	0,025—0,055
Линден и др. [11]	168 × 168 × 230	0,2	0,033
Ли [43]	40 × 40 × 120	0,33	0,07
Ченг и др. [44]	100 × 100 × 200	0,33	0,08
Дутта и др. [47]	128 × 128 × 512	0,5	0,08
Димитс [41]	256 × 256 × 256	0,33	0,011—0,013
Вебер и др. [48]	256 × 256 × 512	0,5	Монотонно уменьшается во времени с 0,055 до 0,03

Для полноты обзора отметим еще несколько работ, результаты которых отличаются от большинства представленных в этом обзоре. В работе [41] решаются уравнения Навье—Стокса и показывается, что получающееся значение  $\alpha_1$  увеличивается с ростом физической вязкости (в табл. 3 приведен результат без учета вязкости). В [30] в расчетах на достаточно подробных сетках (до размера 512 × 512 × 2040) показывается, что получающееся значение  $\alpha_1$  зависит от начальных условий и не является постоянным.

Таким образом, прямое трехмерное численное моделирование не вносит окончательной ясности в вопрос об определении значения постоянной ТП. Разброс полученных по разным методикам значений  $\alpha_1$  остается значительным. Это различие, к сожалению, пока не очень понятно.

Пересчет значений интенсивности перемешивания с учетом нелинейной зависимости от числа Атвуда (3) дает для всех приведенных расчетов диапазон изменения  $\alpha_1 = 0,01 \div 0,077$ , что в общем соответствует результатам, полученным по экспериментам с несжимаемыми жидкостями (см. разд. 2).

### Заключение

Проведенное изучение и сравнение экспериментальных и расчетных результатов по определению интенсивности ТП показывает большой

разброс в ее определении. Это относится не только к гравитационному перемешиванию, но и к переходу к турбулентности вообще. Скорее всего, причиной этого является медленный выход на развитую автомодельную турбулентность, что приводит к тому, что начальные данные довольно долго помнятся.

В работе [40] установлен факт зависимости автомодельной скорости роста от числа Рейнольдса, что может позволить объяснить многочисленные расхождения между экспериментальными данными различных авторов, которые имеют место в настоящее время. Поэтому было бы интересно проанализировать все проведенные измерения именно с этих позиций. Но это предмет отдельного исследования.

А пока, видимо, следует считать, что постоянная перемешивания имеет следующую неопределенность:  $\alpha_1 = 0,02 \div 0,08$ .

### Список литературы

1. Беленький С. З., Фрадкин Е. С. Теория турбулентного перемешивания // Труды Физического института АН СССР им. П. Н. Лебедева. 1965. Т. 29. С. 207—256.
2. Неуважаев В. Е. К теории турбулентного перемешивания // Докл. АН СССР. 1975. Т. 222, № 5. С. 1053—1056.

3. *Youngs D. L.* Numerical simulation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability // *Physica D.* 1984. Vol. 12. P. 32–34.
4. *Ilkaev R. I., Meshkov E. E., Nikiforov V. V.* Hydrodynamic instabilities research at VNIIEF, past, current and future // Proc. of 6<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing / Ed. G. Jourdan & L. Houas. Marseille, 1997. P. 203–207.
5. *Анучина Н. Н., Кучеренко Ю. А., Неуважаев В. Е. и др.* Турбулентное перемешивание на ускоряющейся границе разноплотных жидкостей // *Механика жидкости и газа.* 1978. № 6. С. 157–160.
6. *Kucherenko Yu. A., Balabin S. I., Pylaev A. P. et al.* Experimental study of the gravitational turbulent mixing self-similar mode // Proc. of 3<sup>rd</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Abbey of Raymond, France, 1991. P. 427–454.
7. *Балабин С. И., Кучеренко Ю. А. и др.* Экспериментальное изучение влияния стабилизирующих свойств переходных слоев на развитие турбулентного перемешивания // Тез. докл. VI Забабахинских науч. чтений. Снежинск, 2001. С. 107.
8. *Кучеренко Ю. А., Шестаченко О. Е. и др.* Экспериментальное исследование автоматического режима перемешивания разноплотных газов в поле тяжести Земли // Там же. С. 124.
9. *Kucherenko Yu. A., Shestachenko O. E. et al.* Experimental study of the development of gases gravitational turbulent mixing on the multifunction shock tube // Proc. of 8<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Pasadena, USA, 2001. P. 44.
10. *Linden P. F., Redondo J. M., Caulfield C. P.* Molecular mixing in Rayleigh-Taylor instability // Proc. of Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing / Ed. A. C. Buckingham. Princeton, 1988. P. 95.
11. *Linden P. F., Redondo J. M., Youngs D. L.* Molecular mixing in Rayleigh-Taylor instability // *J. Fluid Mech.* 1994. Vol. 265. P. 97–294.
12. *Dimonte G., Schneider M.* Turbulent Rayleigh-Taylor instability experiments with variable acceleration // *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 54, No 4. P. 3740–3743.
13. *Dimonte G., Schneider M.* Density ratio dependence of Rayleigh-Taylor mixing for sustained and impulsive acceleration histories // *Phys. Fluids.* 2000. Vol. 12, No 2. P. 304–321.
14. *Vasilenko A. M. et al.* Experimental research of gravitational instability and turbulent of flow at the noble gases interface // Proc. of Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing / Ed. A. C. Buckingham. Princeton, 1988. P. 581.
15. *Василенко А. М., Буряков О. В., Куропатенко В. Ф. и др.* Экспериментальное исследование гравитационной неустойчивости и турбулизации течения на границе раздела благородных газов // Экспериментальное исследование гравитационной неустойчивости и турбулентного перемешивания стратифицированных потоков в поле ускорения в связи с задачами инерциального термоядерного синтеза: Препринт № 56. М.: ФИАН, 1990. С. 32–51.
16. *Василенко А. М., Буряков О. В., Ольховская В. И., Яковлев В. Г.* Экспериментальное исследование турбулентного перемешивания газов на плоской границе раздела при воздействии замедляющейся ударной волны: Препринт № 8. Челябинск-70: ВНИИТФ, 1991.
17. *Василенко А. М. и др.* Экспериментальное исследование начальной стадии развития неустойчивости контактных границ раздела газов под воздействием ускорения фронта ударной волны // Тез. докл. VI Забабахинских науч. чтений. Снежинск, 2001. С. 116.
18. *Read K. I.* Experimental investigation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability // *Physica D.* 1984. Vol. 12. P. 45–57.
19. *Youngs P. L.* Modelling turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability // *Physica D.* Vol. 37. 1989. P. 270–287.
20. *Meshkov E. E., Nevmerzhitsky N. V.* About turbulent mixing dynamics at unstable boundary of liquid layer, accelerated by compressed gas // Proc. of 3<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Abbey of Raymond, France, 1991. P. 467–478.

21. Жидов И. Г., Мешков Е. Е., Невмержицкий Н. В. Экспериментальное исследование динамики перемешивания на неустойчивых границах ускоряемых жидких слоев // Экспериментальное исследование гравитационной неустойчивости и турбулентного перемешивания стратифицированных потоков в поле ускорения в связи с задачами инерциального термоядерного синтеза: Препринт № 56. М.: ФИАН, 1990. С. 52–63.
22. Невмержицкий Н. В., Сотсков Е. А., Дреннов А. О. Исследования развития турбулентного перемешивания на границе газ–жидкость при ускорениях от  $10^2$  до  $10^5 g_0$  // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2003. Вып. 1–2. С. 53–56.
23. Зайцев С. Г., Кривец В. В., Тутов С. Н., Чеботарева Е. И. Возбуждение турбулентности в процессе ускоренного движения стратифицированных газов разной плотности // Тр. V Забабахинских науч. чтений. Снежинск, 1995. С. 409–414.
24. Youngs D. L. Three-dimensional numerical calculation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability // Phys. Fluids A. 1991. Vol. 3. P. 1312.
25. Анучина Н. Н., Волков В. И., Гордейчук В. А. и др. Трехмерное численное моделирование неустойчивости Релея–Тейлора по комплексу программ МАХ-3 // Тр. V Забабахинских науч. чтений. Снежинск, 1998. С. 452–459.
26. Yanilkin Yu. A., Statsenko U. P., Rebrov S. V. et al. Study of gravitational turbulent mixing at large density differences using direct 3D numerical simulation // Proc. of 8<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Pasadena, USA, 2001. P. 89.
27. Янилкин Ю. В., Стаценко В. П., Ребров С. В. и др. Исследование гравитационного турбулентного перемешивания при больших разнородностях с помощью прямого трехмерного численного моделирования // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2003. Вып. 2. С. 3–9.
28. Неуважасев В. Е., Паршуков И. Э., Первиченко Н. В., Пономарев А. В. Анализ экспериментов по определению постоянной турбулентного перемешивания на основе двумерных расчетов // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 5. С. 51–61.
29. Neuvazhayev V. E. Peculiarities of the interface turbulent mixing with decelerating shock wave passage // Proc. of 7<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing / Ed. E. Meshkov, Yu. Yanilkin, V. Zhnailo. St.-Petersburg, 1999. P. 308–313.
30. Cook A., Dimontanis P., Maftner T. Transition stages of Rayleigh-Taylor instability between miscible fluids // Proc. of 8<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Pasadena, USA, 2001. P. 100.
31. Zhou Ye., Robey H. F., Buckingham A. C. Mixing transition in time-dependent flow // Proc. of 8<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Pasadena, USA, 2001. P. 135.
32. Неуважасев В. Е., Яковлев В. Г. Турбулентное перемешивание двух жидкостей при произвольном законе ускорения // ПМТФ. 2001. № 42. С. 11.
33. Неуважасев В. Е., Яковлев В. Г. О перемешивании контактной границы, замедляемой ударными волнами // Там же. 1981. Вып. 2. С. 85–89.
34. Неуважасев В. Е., Подкорытова А. Ф. Турбулентное перемешивание тонкого слоя по  $\kappa\epsilon$ -модели. Сравнение с экспериментом // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2001. Вып. 1. С. 14–18.
35. Kucherenko Yu. A., Balabin S. I., Pylaev A. P. Experimental study of asymptotic stage of gravitational turbulent mixing of thin liquid layers of different densities // Proc. of 4<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing. Cambridge, England, 1993. P. 57–69.
36. Неуважасев В. Е. Математическое моделирование турбулентного перемешивания (учебное пособие для студентов). Челябинск, 2003.
37. Ардашева Р. И., Балабин С. И., Волошин Н. П., Кучеренко Ю. А. и др. Экспериментальное исследование развития возмущений в гравитационно-неустойчивой системе с непрерывным распределением плотности // Вопросы атомной науки и техники.

- Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1988. Вып. 1. С. 21–27.
38. *Neuvazhayev V. E.* Dependence of turbulent mixing on the initial roughness in the evaporation front with continuous density profile at the interface // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 50, No 2. P. 1394.
39. *Анучина Н. Н., Полионов А. В., Огибина В. Н., Шибаршов Л. И.* Численное исследование влияния слоя переходной плотности на развитие турбулентного перемешивания // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика.* 1988. Вып. 1. С. 7–17.
40. *Kozlovskih A., Anisimov V., Baban S.* The experiment result of turbulent mixing at moderate Reynolds numbers in a gravity field of the Earth // *9<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing, Abstracts.* Cambridge, UK, 2004. P. 51.
41. *Dimits A. M.* Examination of Rayleigh-Taylor  $\alpha$  in three cases: PPM simulations, Vasilenko et. al. shock tube experiment, and Meshkov-Nevmerzhitsky tank experiment // *Proc. of 8<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing.* Pasadena, USA, 2001. P. 99.
42. *Youngs D. L.* Numerical simulation of mixing by Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities // *Lazer Part. Beams.* 1994. Vol. 12. P. 725.
43. *Li X. L.* Study of three-dimensional Rayleigh-Taylor instability through level set method and parallel computation // *Phys. Fluids A.* 1993. Vol. 12. P. 1904.
44. *Cheng B., Sharp D. H., Glimm J., Li X. L.* Subgrid models and DNS studies of fluid mixing // *Proc. of 7<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing.* St.-Petersburg, 1999. P. 385–390.
45. *Glimm J., Grove J. M., Li X. L. et al.* A critical analysis of Rayleigh-Taylor growth rates // *J. Comp. Phys.* 2001. Vol. 169, P. 652–677.
46. *Youngs D. L.* Review of numerical simulation of mixing due to Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities // *Proc. of 8<sup>th</sup> Int. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing.* Pasadena, USA, 2001. P. 4.
47. *Dutta S., George E., Grove J. et al.* Numerical methods for determination of Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov mixing // *Ibid.* P. 60.
48. *Weber S. V., Dimonte G., Marinak M. M.* ALE simulations of turbulent Rayleigh-Taylor instability in 2D and 3D // *Ibid.* P. 88.

Статья поступила в редакцию 21.01.05.