

УДК 519.6

## МЕТОДИКА ИНЧ-М

Ринат М. Шагалиев  
(РФЯЦ-ВНИИЭФ)

Приводится описание методики ИНЧ-М. Методика реализована в программном комплексе, предназначенном для расчетов двумерных газодинамических и упругопластических течений многокомпонентных сред с большими деформациями. Разностная схема метода ИНЧ-М явная, консервативная по массе, энергии, импульсу, имеет второй порядок аппроксимации по времени и по пространству при симметричном расположении частиц относительно узлов эйлеровой сетки.

Представлены результаты численного исследования этой методики, проведенного на примере ряда расчетов пробивания сплошных мишеней проникающими элементами. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными, а также с результатами некоторых аналогичных расчетов, выполненных по программе OTI\*HULL.

## Введение

Разработка методов для численного моделирования нестационарных течений многокомпонентных сред с большими сдвиговыми деформациями, струйных и вихревых течений с учетом прочностных свойств веществ представляет собой сложную проблему. В этом направлении создано много достаточно хороших методик, но слишком широкий класс решаемых задач требует как постоянного их усовершенствования, так и разработки новых методик. Возможным подходом, облегчающим проведение требуемых расчетов, является моделирование газодинамической системы с помощью конечного числа дискретных частиц. Поэтому были разработаны методики численного решения двумерных и трехмерных задач, в которых система уравнений газовой динамики и упругопластики решается методом частиц в ячейках. Одной из них является методика ИНЧ-М, представляющая собой модификацию метода индивидуальных частиц (ИНЧ) [1].

В методах ИНЧ-М и ИНЧ так же, как в методе GAP [2], вся локальная информация о веществе сосредоточена в частицах, но здесь, кроме того, используются уравнения механики сплошной среды в лагранжевой форме, которые решаются для каждой частицы. Газодинамические и упругопластические параметры в узлах эйлеровой сетки, полученные проецированием значений параметров частиц, используются толь-

ко для вычисления пространственных производных. Такой подход, в котором сплошная среда представляется в виде дискретных лагранжевых частиц, перемещающихся по неподвижной в пространстве эйлеровой сетке, обладает рядом преимуществ по сравнению с чисто лагранжевым или чисто эйлеровым описанием среды.

В рамках методики ИНЧ-М относительно просто рассчитываются течения с большими деформациями при наличии большого числа контактных границ и свободных поверхностей. Проблема *смешанных* ячеек здесь решена путем счета параметров частиц в самих частицах (например, давление, энергия частицы рассчитываются в ней самой по уравнению состояния того вещества, к которому она принадлежит), а затем проецированием их значений на узлы эйлеровой сетки. Кроме того, в методике ИНЧ-М имеется возможность расчета смешанных ячеек по методу концентрации [3].

В настоящей работе описывается методика ИНЧ-М и указываются принципы организации соответствующего комплекса программ, предназначенного для расчета двумерных течений многокомпонентных сред с учетом прочностных свойств веществ.

## Описание методики

В методике ИНЧ-М используются неподвижные регулярные прямоугольные и сферические

эйлеровы сетки. Частицы — лагранжевы, масса частицы в процессе счета не меняется. В случае плоской постановки задачи частица представляется в виде параллелепипеда единичной длины, при осесимметричной постановке — в виде тора. Сечение параллелепипеда или тора плоскостью  $Oxy$  имеет четырехугольную форму.

Решение поставленной задачи будем искать в некоторой области  $\Omega$ , ограниченной поверхностью  $L$ , в предположении, что заданы все необходимые начальные и граничные данные. В этом случае вся начальная область  $\Omega$  моделируемой задачи разбивается на счетные области. В каждой из них независимо от других областей тем или иным способом помещаются дискретные лагранжевы частицы. Общее число частиц в каждой счетной области и расположение частиц в начальный момент времени зависят от характера предполагаемого движения системы. Каждая частица имеет индивидуальный объем и характеризуется следующими параметрами:  $m$  — массой;  $x, y$  — координатами радиуса-вектора ее центра,  $\vec{R} = \vec{R}(x, y)$ ;  $u, w$  — компонентами вектора скорости  $\vec{U} = \vec{U}(u, w)$ ;  $\rho$  — плотностью;  $E$  — удельной внутренней энергией;  $P$  — давлением;  $L_x, L_y$  — компонентами вектора формы.

Для каждой частицы численно интегрируется система уравнений газовой динамики и упругопластики, описывающая движение сплошной сжимаемой нетеплопроводной изотропной среды и отражающая основные законы сохранения механики сплошной среды (массы, энергии, импульса):

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \operatorname{div} \vec{U}; \\ \rho \frac{d\vec{U}}{dt} &= -\operatorname{grad}(P + q) + \operatorname{div} S + \rho \vec{g}; \\ \frac{dE}{dt} &= -(P + q) \frac{\operatorname{div} \vec{U}}{\rho} + \frac{1}{\rho} I_1(ST); \\ \frac{dR}{dt} &= \vec{U}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\vec{g} = \vec{g}(x, y)$  — ускорение силы тяжести;  $S$  — девиатор тензора напряжений;  $t$  — время;  $T$  — тензор скоростей деформации;  $I_1 = I_1(ST)$  — первый инвариант тензора  $ST$ ;  $q$  — искусственная вязкость.

Искусственная вязкость вводится для *размазывания* ударных волн и состоит из двух частей — линейной  $q_{\text{л}}$  и квадратичной  $q_{\text{кв}}$ :

$$\begin{aligned} q &= q_{\text{л}} + q_{\text{кв}}, \\ q_{\text{л}} &= \begin{cases} 0 & \text{при } \operatorname{div} \vec{U} \geq 0; \\ c_{\text{л}} c_{\text{зв}} h |\operatorname{div} \vec{U}| \rho & \text{при } \operatorname{div} \vec{U} < 0; \end{cases} \\ q_{\text{кв}} &= \begin{cases} 0 & \text{при } \operatorname{div} \vec{U} \geq 0; \\ c_{\text{кв}} h^2 \rho (\operatorname{div} \vec{U}) & \text{при } \operatorname{div} \vec{U} < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь  $h$  — характерный размер эйлеровой ячейки;  $c_{\text{л}}$  — коэффициент линейной вязкости;  $c_{\text{кв}}$  — коэффициент квадратичной вязкости;  $c_{\text{зв}}$  — скорость звука.

Для замыкания системы (1) используются уравнения состояния среды в виде  $P = P(\rho, E)$ .

Если для описания материала используются упруго-вязкопластические модели, то к системе (1) добавляются физические, кинематические соотношения между компонентами тензора напряжений и компонентами тензора деформаций, скорости деформаций. В этом случае

$$\begin{aligned} P &= P(\rho, E) + P_{\text{вп}}; & S &= S_{\text{уп}} + S_{\text{вп}}; \\ P_{\text{вп}} &= \frac{1}{3} \lambda_1 I_1 T; & S_{\text{вп}} &= \lambda_2 \left( T - \frac{1}{3} I_1 T \right), \end{aligned}$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  — коэффициенты первой и второй динамической вязкости;  $P_{\text{вп}}, S_{\text{вп}}$  — вязкое давление и девиатор тензора вязких напряжений соответственно;  $S_{\text{уп}}$  — девиатор тензора упругопластических напряжений.

Методика позволяет рассчитывать задачи как газодинамики, так и упругопластики в различных счетных областях. Если для описания среды задается газодинамическая модель, то  $S = 0$ , если упругопластическая —  $S = S_{\text{уп}}$ .

Численный метод решения уравнений движения, энергии в упругопластическом приближении основан на методе Уилкинса [4], отличия в основном касаются способа получения производных по пространству. Компоненты тензора скоростей деформаций вычисляются следующим образом:

— для осесимметричных деформаций

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{xx} &= \left( \frac{du}{dx} \right)_N; & \dot{\epsilon}_{yy} &= \left( \frac{dw}{dy} \right)_N; \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} &= \left( \frac{w}{y} \right)_N; & \dot{\epsilon}_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dy} + \frac{dw}{dx} \right)_N; \end{aligned}$$

— для плоских деформаций

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} &= \dot{\epsilon}_{yy} = 0; & \dot{\epsilon}_{xx} &= \left( \frac{du}{dx} \right)_N; \\ \dot{\epsilon}_{yy} &= \left( \frac{dw}{dy} \right)_N; & \dot{\epsilon}_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dy} + \frac{dw}{dx} \right)_N, \end{aligned}$$

где  $\left(\frac{du}{dx}\right)_N, \left(\frac{du}{dy}\right)_N, \left(\frac{dw}{dx}\right)_N, \left(\frac{dw}{dy}\right)_N$  — значения пространственных производных в частицах.

Для определения девиаторной составляющей тензора напряжения в области упругих деформаций используется закон Гука в дифференциальной форме:

$$\frac{\delta S_{yп}}{\delta t} = 2G \left( T - \frac{1}{3} I_1 T \right), \quad (2)$$

где  $\frac{\delta}{\delta t}$  — производная по Яуману.

В области пластических деформаций для корректировки девиатора тензора напряжений используется условие текучести Мизеса:

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \leq \frac{2}{3} Y,$$

где  $S_1, S_2, S_3$  — главные девиаторные напряжения. Для идеальной упругопластической модели предел текучести  $Y$  и модуль сдвига  $G$  являются постоянными:  $Y = Y_0; G = G_0$ .

Методика ИНЧ-М оснащена моделями для описания упругопластических материалов с учетом их упрочнения и разупрочнения. В этом случае  $Y$  и  $G$  являются некоторыми функциями:

$$Y = Y(Y_0, \varepsilon_p, \varepsilon_p^\circ, P, \rho, T, V_T);$$

$$G = G(G_0, P, \rho, T, V_T),$$

где  $Y_0$  — предел текучести при статическом нагружении;  $\varepsilon_p$  — интенсивность скорости пластических деформаций;  $\varepsilon_p^\circ$  — скорость интенсивности пластических деформаций;  $\rho$  — плотность;  $T$  — температура;  $P$  — давление;  $G_0$  — модуль сдвига;  $V_T$  — удельный объем трещин.

Для учета разрушения материалов используются энергетические и кинетические модели.

Разностная схема, используемая в методике для аппроксимации дифференциальных уравнений системы (1), явная, имеет второй порядок точности по времени и по пространству при симметричном расположении частиц относительно узлов эйлеровых сеток, консервативна по массе, энергии, импульсу. Способ получения консервативных схем на основе закона взаимного превращения кинетической и внутренней энергии для регулярных расчетных сеток был предложен И. Д. Софроновым и В. Н. Исаевым [5]. Для получения консервативной версии метода ИНЧ-М используется тот же подход, но применительно к дискретному набору лагранжевых частиц и регулярной эйлеровой сетке.

## Отличительные особенности модифицированной методики ИНЧ-М

Основные отличия методики ИНЧ-М от классической методики ИНЧ [1] заключаются в следующем:

1. Разностная схема метода ИНЧ-М имеет второй порядок аппроксимации по времени и по пространству при симметричном расположении частиц относительно узлов эйлеровой сетки (разностная схема ИНЧ имеет первый порядок точности по времени и по пространству). Второй порядок точности по времени достигается путем введения сеточных значений скоростей в промежуточные моменты времени. Второй порядок точности по пространству обеспечивается новыми способами:

- нахождения пространственных производных в частицах;
- проецирования параметров частиц на узлы эйлеровой сетки;
- отслеживания локальных нарушений "сплошности" среды.

2. В рамках метода ИНЧ-М построена новая разностная схема, отличительной особенностью которой является то, что она консервативна по массе, энергии, импульсу (разностная схема ИНЧ консервативна только по массе).
3. С целью уменьшения зоны размазывания ударных волн существенно изменен алгоритм сглаживания вектора скорости частиц.
4. Для более правильного расчета контактных границ разработан и реализован новый алгоритм нахождения вектора нормали, задающего ориентацию границы.
5. Для монотонизации получаемых численных решений разработаны специальные алгоритмы сглаживания энергии и плотности.
6. Для расчетов ударных волн, распространяющихся по нулевому фону, в новой методике введена искусственная квадратичная вязкость. Для расчета оболочек, близких к сферическим, разработан и реализован метод расчета задач на сферических эйлеровых сетках, который сохраняет сферическую симметрию и существенно расширяет класс задач, решаемых по методике ИНЧ-М.

## Программная реализация методики ИНЧ-М

Комплекс программ, в котором реализована методика ИНЧ-М, написан на языке Фортран-90 и состоит из счетной и сервисной частей.

Счетная часть позволяет рассчитывать следующие процессы:

- нестационарные газодинамические течения;
- упругопластические течения;
- распространение волн детонации с постоянной скоростью с возможностью контроля фронта детонационной волны;
- разрушение материалов.

Программы для расчета указанных процессов реализованы в виде отдельных счетных модулей.

Для расчета нестационарных упругопластических, газодинамических течений в комплексе имеются четыре программы. В первой программе реализован метод ИНЧ [1], в остальных программах — различные его модификации.

Счетная часть комплекса также включает в себя библиотеки уравнений состояния, моделей разрушения материалов, упруговязкопластических моделей описания материалов.

Сервисная часть предназначена для подготовки задач, обработки результатов счета и управления счетом. Она включает в себя следующие модули:

- организации счета;
- построения геометрии задачи;
- расчета начальных данных;
- таблицы прерываний;
- записи и чтения результатов расчетов;
- выдачи результатов расчетов в виде разнообразной информации о веществах;
- построения графиков;
- визуализации полученных результатов расчетов;
- связи с другими комплексами.

### Тестирование методики на задачах соударения металлических тел с плоскими преградами

Тестирование методики ИНЧ-М проводилось на задачах как газодинамики, так и упругопластики. Достоверность полученных с ее помощью результатов подтверждена многочисленными их

сравнениями как с аналитическими решениями, экспериментальными данными, так и с результатами аналогичных расчетов, полученных по другим двумерным методикам.

Ниже приводятся результаты некоторых расчетов, полученные с использованием методики ИНЧ-М, которые сравниваются с экспериментальными данными и результатами некоторых аналогичных расчетов, выполненных по программе OTI\*HULL [6].

**Нормальный удар стержня Тейлора по жесткой стенке.** В работах [7, 8] приводятся результаты двух серий экспериментальных исследований удара цилиндров из стали и меди по плите из броневой стали. Результаты этих экспериментов дают хорошую информацию для определения параметров материалов при высоких скоростях деформации ( $10^4$ – $10^5$  1/с), поэтому их можно использовать для тестирования методик на задачах соударения металлических тел с плоскими преградами. С целью сравнения численных результатов с результатами экспериментов [7, 8] была проведена серия расчетов по программе ИНЧ-М.

Расчеты проводились в упругопластическом приближении без учета разрушения материалов. Использовалась идеальная упругопластическая модель вещества с уравнением состояния в форме Ми–Грюнайзена.

Параметры уравнений состояния веществ следующие: сталь —  $\rho_0 = 7,85$  г/см<sup>3</sup>;  $c_0 = 4,67$ ;  $n = 5$ ;  $\Gamma = 2$ ;  $Y_0 = 0,7$  ГПа;  $\nu = 0,28$ ; медь —  $\rho_0 = 8,93$  г/см<sup>3</sup>;  $c_0 = 3,92$ ;  $n = 4$ ;  $\Gamma = 2$ ;  $Y_0 = 0,4$  ГПа;  $\nu = 0,34$ .

Начальная геометрия задачи представлена на рис. 1. Начальная длина и диаметр стержня из стали (меди) соответственно равны  $l_0 = 10$  см,  $d = 2$  см. У стержня имеются две конструктивные кольцевые проточки шириной 0,5 см и глубиной 0,25 см для стали и 0,5 см для меди, расположенные с шагом 0,5 см.



Рис. 1. Начальная геометрия задачи о стержне Тейлора

Плита из броневой стали моделировалась жесткой стенкой.

Расчеты по методике ИНЧ-М проводились на квадратной эйлеровой сетке с пространственными шагами  $h_x = h_y = 0,02$  см. В начальный момент времени число частиц в эйлеровой ячейке равнялось 4.

Сравнение результатов расчета с экспериментом проводилось по конечной длине и конечной форме стержня. Скорость удара  $v_0$  и конечная длина  $L_k$  стержня из стали приведены в табл. 1, для стержня из меди те же данные представлены в табл. 2.

На рис. 2, *a–г* приведены формы стержня из стали, полученные в расчетах по методике ИНЧ-М и в экспериментах при скорости удара  $v_0 = 0,120; 0,17; 0,235; 0,310$  км/с.

На рис. 3, *a–г* приведены формы стержня из меди, полученные в расчетах и в эксперимен-

тах при скорости удара  $v_0 = 0,11; 0,158; 0,205; 0,250$  км/с.

Из приведенных результатов для стали и меди видно хорошее согласие результатов расчетов (в пределах 1%) по конечной длине и форме стержня с экспериментальными данными.

Таблица 1

Начальная скорость удара и конечная длина стержня из стали в экспериментах и в расчетах по методике ИНЧ-М

$v_0$ , км/с	$L_k$ , см	
	Эксперимент	Расчет
0,120	9,35	9,37
0,140	9,1	9,13
0,170	8,8	8,83
0,185	8,7	8,64
0,235	8,0	7,94
0,310	7,0	6,91

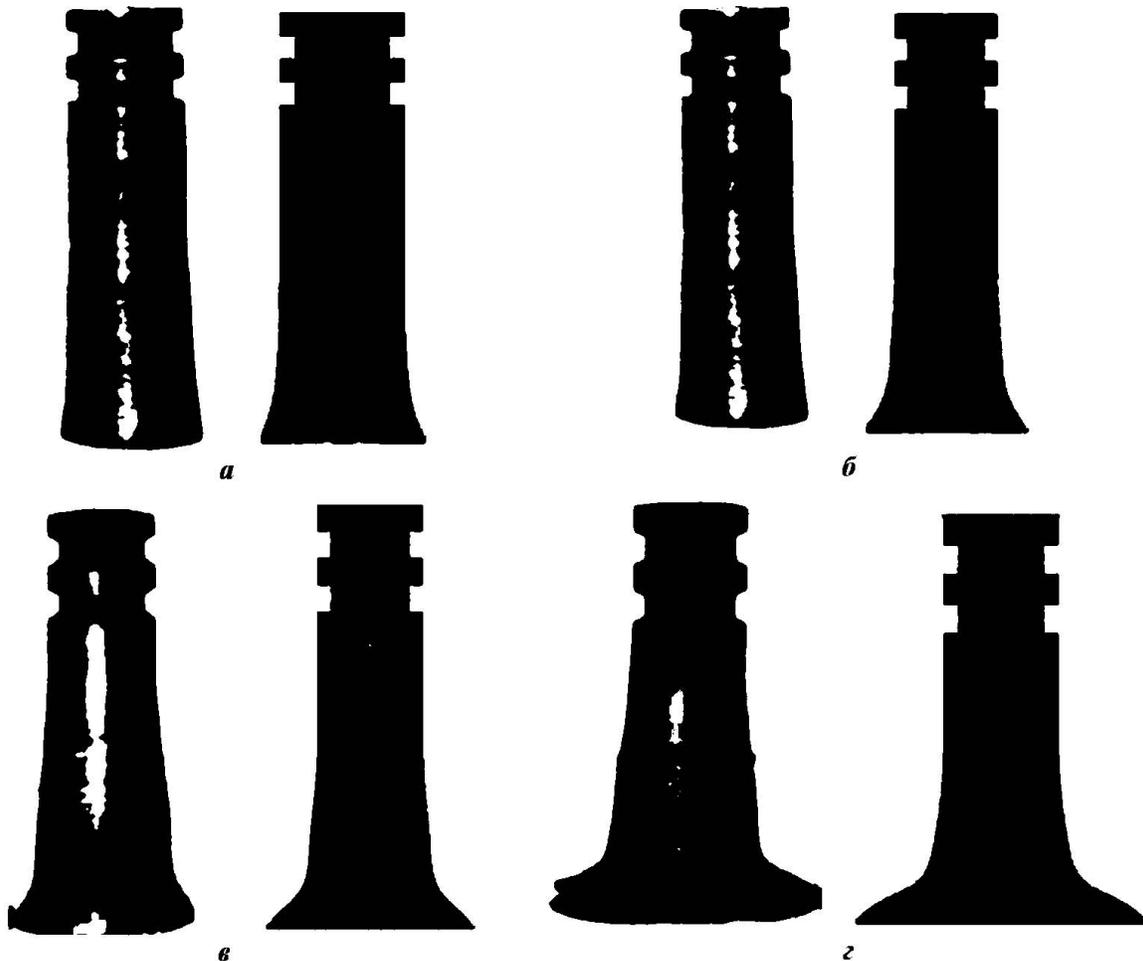


Рис. 2. Конечная форма стержня из стали: *a* —  $v_0 = 0,120$  км/с; *b* —  $v_0 = 0,170$  км/с; *v* —  $v_0 = 0,235$  км/с; *г* —  $v_0 = 0,310$  км/с; слева — эксперимент; справа — расчет по методике ИНЧ-М

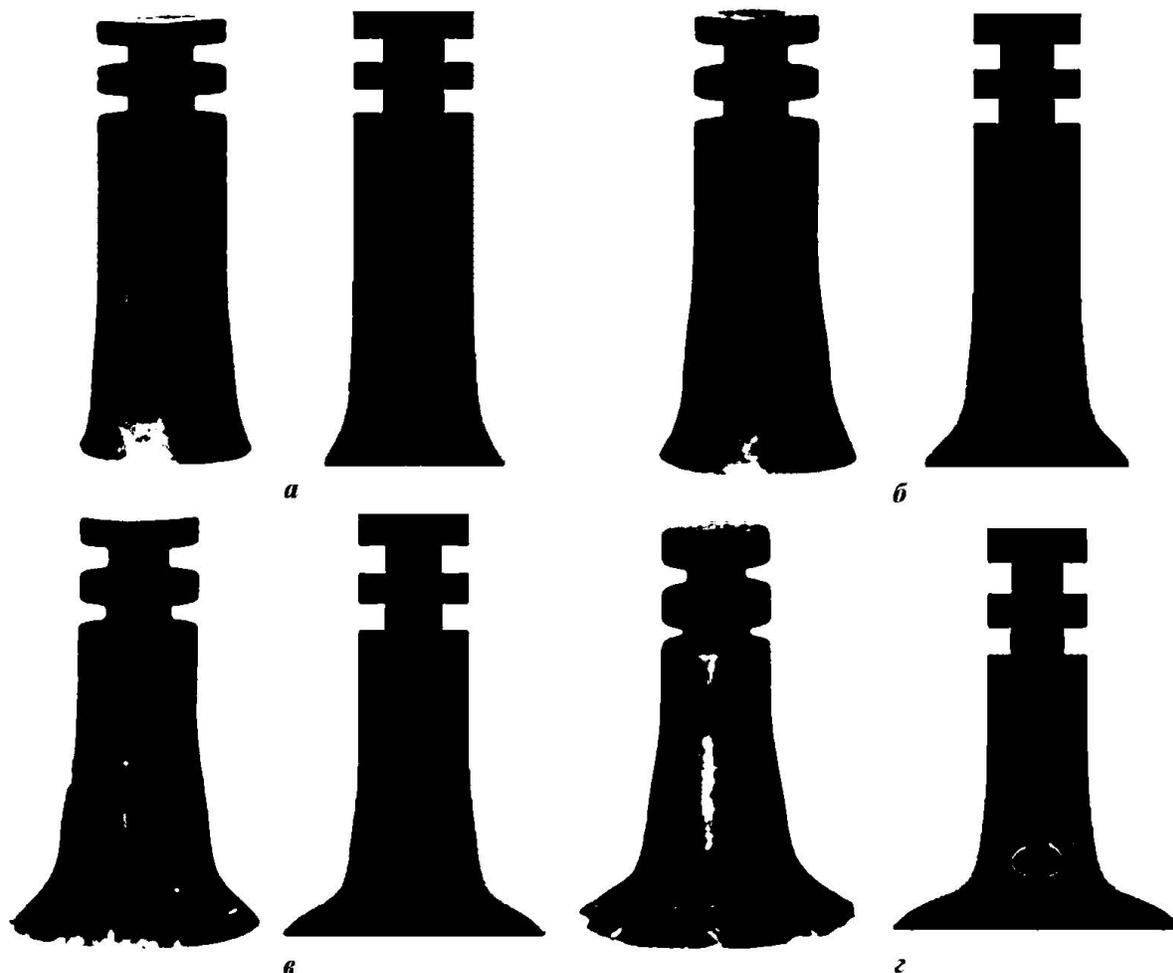


Рис. 3. Конечная форма стержня из меди: *a* —  $v_0 = 0,110$  км/с; *б* —  $v_0 = 0,158$  км/с; *в* —  $v_0 = 0,205$  км/с; *г* —  $v_0 = 0,250$  км/с; слева — эксперимент; справа — расчет по методике ИНЧ-М

Таблица 2

**Начальная скорость удара и конечная длина стержня из меди в экспериментах и в расчетах по методике ИНЧ-М**

$v_0$ , км/с	$L_k$ , см	
	Эксперимент	Расчет
0,110	9,0	9,0
0,158	8,2	8,17
0,205	7,2	7,21
0,250	6,2	6,21

**Исследование пробивания сплошной мишени стальным ударником.** В работе [9] численно и экспериментально исследовался процесс высокоскоростного пробивания плоских мишеней проникающими элементами (ПЭ) из стали ARMC0. Масса ПЭ в опытах и расчетах составляла 17 г. Результаты экспериментов сравнива-

лись с результатами двумерных расчетов по эйлеровой методике OTI\*HULL [6].

Начальная геометрия ПЭ приведена на рис. 4. Длина ПЭ — 4,74 см, диаметр головной части — 0,76 см. Начальная скорость соударения ПЭ с мишенью  $v_0 = 2,1$  км/сек.

Мишень в опытах представляла собой армированную стальную пластину радиусом 15 см, толщина которой варьировалась для исследования проникающей способности ПЭ при ударе по нормали. Мишень считалась непробитой, если ни



Рис. 4. Начальная геометрия ПЭ из стали

один фрагмент мишени не выходил на ее обратную сторону.

Согласно результатам эксперимента и численного моделирования по методике OTI\*HULL ПЭ пробивает мишень толщиной 4,0 см, но не пробивает мишень толщиной 4,2 см.

Для сравнения с результатами опытов и расчетов, приведенными в [9], по методике ИНЧ-М были проведены аналогичные расчеты (в первом расчете толщина мишени 4,0 см, во втором — 4,2 см). В расчетах использовалась квадратная эйлерова сетка с пространственными шагами  $h_x = h_y = 0,025$  см. В начальный момент времени число частиц в эйлеровой ячейке равнялось 4.

Вещества, из которых изготовлены ПЭ и мишень, описывались уравнением состояния Мин-Грюнайна. Параметры уравнений состояния стали следующие: для ПЭ  $\rho_0 = 7,85$  г/см;  $c_0 = 5,5$ ;  $n = 3,5$ ;  $\Gamma = 1,33$ ;  $Y_0 = 0,7$  ГПа;  $P_{от} = -0,7$  ГПа;  $\nu = 0,27$ ; для мишени  $\rho_0 = 7,85$  г/см;  $c_0 = 5,5$ ;  $n = 3,5$ ;  $\Gamma = 1,33$ ;  $Y_0 = 1,1$  ГПа;  $P_{от} = -1,1$  ГПа;  $\nu = 0,27$ . Здесь  $Y_0$  — предел текучести;  $\rho_0$  — начальная плотность;

$c_0$  — скорость звука;  $\Gamma$  — коэффициент Грюнайна;  $P_{от}$  — давление откола;  $\nu$  — коэффициент Пуассона. В расчетах использовалась сжимаемая идеальная упругопластическая модель вещества с учетом возможного разрушения материалов (модель мгновенного разрушения). В качестве модели пластичности ПЭ и мишени использовалась модель Мизеса.

На рис. 5, 6 показана динамика пробивания мишеней толщиной 4,0 и 4,2 см (соответственно опытам), полученная в расчетах по методике ИНЧ-М. На рис. 7, 8 представлены формы остаточного кратера, полученные в расчетах по программе OTI\*HULL для мишеней толщиной 4,0 и 4,2 см, а также фотографии экспериментальных мишеней.

Сравнивая результаты расчетов, полученные по методикам ИНЧ-М и OTI\*HULL, между собой, а также с результатами экспериментов, можно отметить, что они весьма близки.

Так же, как эксперимент, расчеты показывают, что при пробивании мишени толщиной 4,0 см с ее тыльной стороны вылетают два осколка.

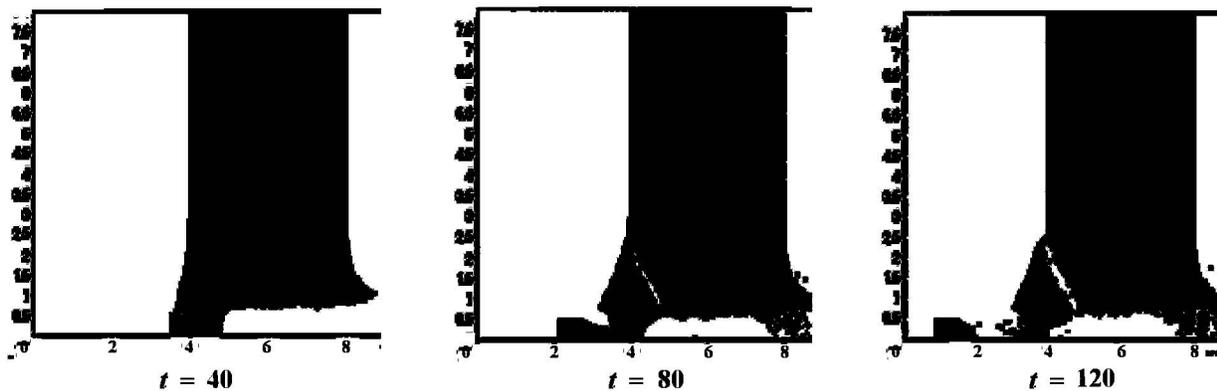


Рис. 5. Динамика пробивания мишени ПЭ толщиной 4,0 см. Расчет по методике ИНЧ-М

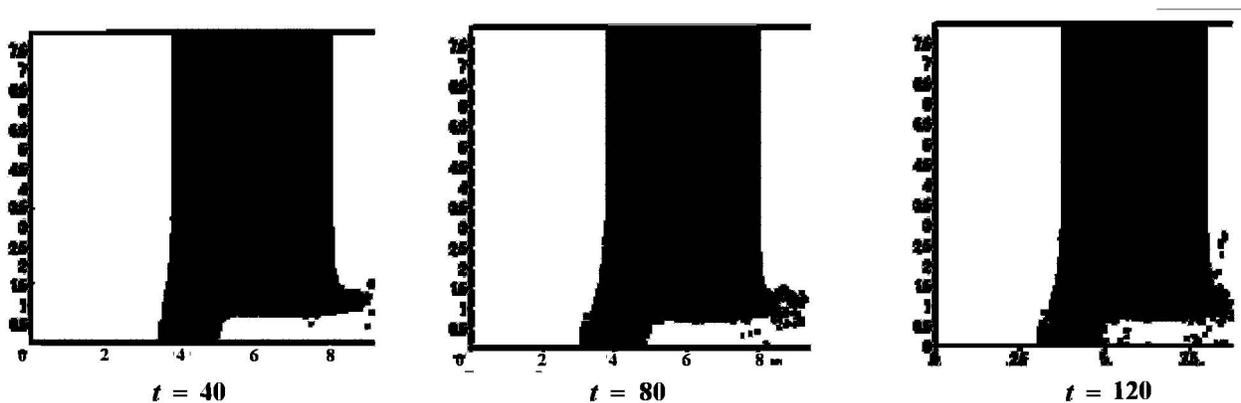


Рис. 6. Динамика пробивания мишени ПЭ толщиной 4,2 см. Расчет ИНЧ-М



Рис. 7. Формы остаточного кратера, толщина мишени 4,0 см,  $t = 120$  мс: *a* — расчет OTI\*HULL; *б* — эксперимент



Рис. 8. Формы остаточного кратера, толщина мишени 4,2 см,  $t = 120$  мс: *a* — расчет OTI\*HULL; *б* — эксперимент

В расчете по программе ИНЧ-М скорость первой откольной тарелки — 0,35 км/с, второй — 0,065 км/с; диаметр отверстия в мишени в расчетах по методикам ИНЧ-М, OTI\*HULL составил  $\sim 1,3$  см.

При расчете по методике ИНЧ-М мишень толщиной 4,2 см так же, как в эксперименте и расчете, приведенном в работе [9], получила трещины, но осколок из нее не вышел, т. е. ПЭ не смог пробить мишень. В расчете по методике ИНЧ-М примерно в момент времени  $t = 80$  мкс процесс проникания ПЭ в мишень закончился, так как скорости и ударника, и мишени упали до нуля. В финальные моменты времени ( $t = 120$  мкс) диаметр отверстия в мишени толщиной 4,2 см в расчетах по методике ИНЧ-М, как в эксперименте и расчетах [9], равен 1,5 см.

Таким образом, анализ результатов расчетов пробивания сплошных мишеней, выполненных по методикам ИНЧ-М и OTI\*HULL, и их сравнение с опытными данными показали достаточно хорошее совпадение.

### Заключение

В статье представлены основные положения методики ИНЧ-М, а также принципы организации комплекса программ, в котором реализована эта методика и который предназначен для расчета двумерных нестационарных течений многокомпонентной среды с большими деформациями с учетом прочностных свойств веществ.

Разработанный на основе методики ИНЧ-М программный комплекс позволяет проводить се-

рийные расчеты широкого класса двумерных задач механики сплошной среды с приемлемой точностью и малыми затратами календарного и машинного времени. Комплекс программ ориентирован на решение разнообразных задач, в том числе с большими сдвиговыми деформациями, струйными и вихревыми течениями.

Методика ИНЧ-М и соответствующий комплекс программ являются экономичными, что обеспечивается:

- набором средств управления и сервиса, сокращающих трудозатраты;
- "нечувствительностью" метода к изменениям топологии задачи;
- безаварийностью;
- возможностью изменения постановки задачи на различных этапах ее решения;
- возможностью изменения счетных параметров и подключения/отключения областей, процессов, изменения сеток.

Достоверность получаемых с помощью методики ИНЧ-М результатов подтверждена многочисленными сравнениями как с аналитическими решениями, экспериментальными данными, так и с результатами аналогичных расчетов, полученными по другим двумерным и трехмерным методикам. Некоторые результаты сравнительных расчетов представлены в работе. Приведенные примеры подтверждают вывод о дееспособности двумерной методики ИНЧ-М и ее корректной программой реализации.

### Список литературы

1. *Агурейкин В. А., Крюков Б. П.* Метод индивидуальных частиц для расчета течений многокомпонентных сред с большими деформациями // Числ. методы мех. спл. среды. 1986. Т. 17. С. 17–31.

2. *Marder B. M.* A PIC-TYPE fluid code // *Mathem. of comput.* 1975. Vol. 29, № 130. P. 434–446.
3. *Бахрах С. М., Спиридонов В. Ф.* Метод концентраций расчета нестационарных течений сплошной среды // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 1999. Вып. 4. С. 32–36.
4. *Уилкинс М. Л.* Расчет упругопластических течений // *Вычислительные методы в гидродинамике.* М.: Мир, 1976. С. 212–263.
5. *Исаев В. Н., Софронов И. Д.* Конструирование дискретных моделей уравнений газовой динамики на основе законов взаимного превращения кинетической и внутренней энергии сплошной среды // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики.* 1984. Вып. 1. С. 3–7.
6. *Rondot F.* Terminal ballistics of EFP<sub>S</sub> — a numerical comparative study between hollow and solid simulants // *19-th Int. symposium of ballistics.* 2001. P. 1455.
7. *Новиков А. Б., Глушак С. А.* Сопротивление материалов пластической деформации при высокоскоростном сжатии // *Химическая физика.* 2000. Т. 19, № 2. С. 65–69.
8. *Jones S. E., Drinkard J. A., Rule W. K., Wilson L. L.* An elementary theory for the Taylor impact test // *Int. J. Impact Eng.* 1998. Vol. 21, № 1–2. P. 1–13.
9. *Rondot F.* A predictive numerical tool to determine the limit of perforation of EFP<sub>S</sub> // *J. Physics. France,* 2000. IV. P. 9-629–9-634.

Статья поступила в редакцию 15.05.06.