

УДК 519.6

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЙ

В. М. Понятский  
(КБ приборостроения, г. Тула)

Рассматриваются вопросы определения частоты вращения бортового источника излучения вращающегося летательного аппарата по видеоизображениям, полученным с помощью фотоприемника матричного типа. Для двумерного сигнала разработаны непрерывный и дискретный квазиоптимальные алгоритмы третьего порядка фазовой автоподстройки частоты. Определена область допустимых значений коэффициентов фазовой автоподстройки частоты, обеспечивающая оценку фазы и частоты сигнала на всем времени полета летательного аппарата. Проведено сравнение спроектированных алгоритмов с преобразованием Фурье в скользящем окне и фильтром Калмана.

Полученные алгоритмы оценки и прогнозирования частоты измеряемых сигналов промоделированы в среде Matlab. Приведены измеренные сигналы по последовательности видеоизображений и результаты оценки частоты этих сигналов различными методами без пропадания сигналов и при их пропадании.

Анализ качества работы системы управления по результатам ее испытаний проводится на основании измеренных информационных сигналов. Часто бывает необходимо осуществить оценку параметров этих сигналов, таких как частота, амплитуда, фаза сигнала. Например, на основании результатов видеообработки последовательности видеокадров, получаемых с помощью оптического комплекса траекторных измерений, требуется оценить частоту, амплитуду, фазу выделенных при этом информационных сигналов, характеризующих динамические свойства вращающегося летательного аппарата. Также оценка параметров сигнала может быть использована при формировании команд управления летательным аппаратом.

### Постановка задачи

Траектория источника излучения, установленного на летательном аппарате и смещенного относительно его оси вращения, определяется по последовательности видеоизображений, получаемых с помощью фотоприемника матричного типа, следующим образом [1, 2].

В каждом видеокадре после селекции полезного источника проводится расчет координат геометрического центра изображения источника излучения относительно оптической оси:

$$Y_{\text{и}}[n_{\text{к}}] = \left( Y_{\text{с}} - \frac{\sum_{i=1}^M y_i[n_{\text{к}}]}{M} \right), \quad Z_{\text{и}}[n_{\text{к}}] = \left( Z_{\text{с}} - \frac{\sum_{i=1}^M z_i[n_{\text{к}}]}{M} \right), \quad (1)$$

где  $Y_{\text{с}}$  — координата оптической оси по вертикали;  $Z_{\text{с}}$  — координата оптической оси по горизонтали;  $M$  — количество ячеек в изображении на фотоприемнике матричного типа;  $y_i[n_{\text{к}}]$ ,  $z_i[n_{\text{к}}]$  — координаты ячеек, принадлежащих изображению источника;  $n_{\text{к}}$  — номер видеокадра с шагом дискретизации  $T_{\text{дк}}$ .

Оценку смещения координат энергетического центра изображения источника излучения относительно координат оптической оси можно осуществить по формулам

$$Y_{\text{и}}[n_{\text{к}}] = \left( Y_{\text{с}} - \frac{\sum_{i=1}^M s_i y_i[n_{\text{к}}]}{\sum_{i=1}^M s_i} \right), \quad Z_{\text{и}}[n_{\text{к}}] = \left( Z_{\text{с}} - \frac{\sum_{i=1}^M s_i z_i[n_{\text{к}}]}{\sum_{i=1}^M s_i} \right), \quad (2)$$

где  $s_i$  — уровни сигналов в ячейках, принадлежащих изображению источника.

Использование зависимостей (1) целесообразно, как правило, на начальном участке полета, когда область засвеченного пространства имеет значительные размеры либо накладываются ограничения на допустимые вычислительные ресурсы при слабом требовании по точности выделения координат источника излучения. Использование зависимостей (2) целесообразно на конечном участке управления, когда область засвеченного пространства от бортового источника излучения имеет незначительные размеры и требуется повышенная точность выделения координат. Соответственно из (1) или (2) определяются линейные координаты источника полезного сигнала относительно оптической оси:

$$Y[n_{\text{к}}] = \frac{Y_{\text{и}}[n_{\text{к}}] D[n_{\text{к}}]}{F[n_{\text{к}}]} \delta_f, \quad Z[n_{\text{к}}] = \frac{Z_{\text{и}}[n_{\text{к}}] D[n_{\text{к}}]}{F[n_{\text{к}}]} \delta_f, \quad (3)$$

где  $D[n_{\text{к}}]$  — текущая дальность до полезного источника излучения;  $F[n_{\text{к}}]$  — фокусное расстояние оптической системы;  $\delta_f$  — размер ячейки.

Рассматривается задача оценки параметров нестационарных сигналов, выделенных после обработки последовательности видеоизображений.

### Преобразование Фурье

Возможна оценка параметров нестационарных сигналов с помощью преобразования Фурье в скользящем окне. Для этого задаются временное окно  $\Delta T$  и ограничения по частоте (диапазон изменения частот)  $\Delta f$  и определяется основная частота

$$f_0 = \arg \max_{\Delta f} A_k(f_k),$$

где  $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ ,  $a_k = \frac{2}{\Delta T} \sum_{t=T_0}^{T_0+\Delta T} u(t) \cos(2\pi f_k t) T_{df}$ ,  $b_k = \frac{2}{\Delta T} \sum_{t=T_0}^{T_0+\Delta T} u(t) \sin(2\pi f_k t) T_{df}$ ,  $f_k$  — частота,  $k = 1, 2, \dots, l$ ;  $T_{df}$  — шаг дискретизации по времени.

Для случая, когда осуществляется измерение фазы сигнала  $\gamma(t)$ , возможен учет нестационарности входного сигнала, вызванной изменением его частоты.

Известно, что любой периодический сигнал  $u$  можно разложить в ряд Фурье:

$$u(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)), \quad a_k = \frac{1}{\pi} \sum_{x=x_0}^{x_0+2\pi} u(x) \cos(kx) \Delta x, \quad b_k = \frac{1}{\pi} \sum_{x=x_0}^{x_0+2\pi} u(x) \sin(kx) \Delta x.$$

Процесс идентификации в этом случае можно осуществить в следующей последовательности.

По сигналу  $x = \gamma(t)$ , пропорциональному фазе сигнала, определяется временное окно  $\Delta T_0$ , на котором фаза изменяется на  $2\pi$ . Частота сигнала определяется как  $f_0 = 1/\Delta T_0$ .

В интервале времени  $\Delta T_0$  для исследуемого сигнала  $u(t)$  определяются коэффициенты Фурье  $a_1$  и  $b_1$  по времени:

$$a_1 = \frac{2}{\Delta T} \sum_{t=t_0}^{t_0+\Delta T_0} u(t) \cos(2\pi f_0 t) T_{df}; \quad b_1 = \frac{2}{\Delta T} \sum_{t=t_0}^{t_0+\Delta T_0} u(t) \sin(2\pi f_0 t) T_{df}$$

или по фазе:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{t=t_0}^{t_0+\Delta T_0} u(t) \cos(\gamma(t)) (\gamma(t) - \gamma(t - T_{df})); \quad b_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{t=t_0}^{t_0+\Delta T_0} u(t) \sin(\gamma(t)) (\gamma(t) - \gamma(t - T_{df})).$$

Определяются амплитуда и фаза сигнала:

$$A_{\text{пф}} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}; \quad \varphi_{\text{пф}} = -\text{arctg}\left(\frac{a_1}{b_1}\right).$$

Осуществляется смещение временного окна  $\Delta T$  на  $2\pi \leq \Delta\gamma$ , и проводится повторный расчет частоты  $f_o$ , амплитуды и фазы сигнала.

С помощью преобразования Фурье возможны как оценки фазового запаздывания между двумя сигналами и отношения их амплитуд (например, для построения частотных характеристик):

$$\varphi_{\text{пф}_o} = \varphi_{\text{пф}_{\text{вх}}} - \varphi_{\text{пф}_{\text{вых}}}; \quad A_{\text{пф}_o} = \frac{A_{\text{пф}_{\text{вых}}}}{A_{\text{пф}_{\text{вх}}}},$$

так и оценки постоянной времени и коэффициента передачи эквивалентного аperiodического звена (для построения динамической модели между входным и выходным сигналами):

$$T_{\text{пф}_o}[n] = -\frac{\text{tg } \varphi_{\text{пф}_o}}{2\pi f_o}; \quad K_{\text{пф}_o}[n] = A_{\text{пф}_o} \sqrt{(T_{\text{пф}_o}[n] 2\pi f_o)^2 + 1}.$$

### Квазиоптимальная фильтрация

При наблюдении полезного сигнала на фоне помех,  $\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}) + \boldsymbol{\nu}(t)$  ( $\mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda})$  — вектор полезного сигнала;  $\boldsymbol{\nu}(t)$  — вектор-столбец гауссовских белых шумов наблюдения;  $\boldsymbol{\lambda}$  — вектор параметров сигнала) оценку параметров можно осуществить с помощью алгоритма квазиоптимальной фильтрации [3, 4]:

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{\lambda}_o}{dt} &= \mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_o) + R(t)\mathbf{F}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o); \\ \frac{dR}{dt} &= N_0(t) + a_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o)R(t) + R(t)a_1^T(t, \boldsymbol{\lambda}_o) + R(t)F_2(t, \boldsymbol{\lambda}_o)R(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$\boldsymbol{\lambda}_o$  — вектор-столбец оценок параметров сигнала,  $\frac{d\boldsymbol{\lambda}_o}{dt} = \mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_o) + \boldsymbol{\nu}_0(t)$ ;

$\mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$  — вектор-столбец;

$\boldsymbol{\nu}_0(t)$  — вектор-столбец гауссовских белых формирующих шумов;

$R(t)$  — корреляционная матрица ошибок фильтрации;

$\mathbf{F}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o) = \left\{ \frac{\partial F(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{oi}} \right\}$  — вектор-столбец;

$F(t, \boldsymbol{\lambda}_o) = -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\xi}(t) - \mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}_o))^T N^{-1}(t) (\boldsymbol{\xi}(t) - \mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}_o))$  — функция правдоподобия;

$\mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$  — вектор оценки полезного сигнала;

$N(t)$  — матрица спектральных плотностей шумов наблюдений;

$N_0(t)$  — матрица спектральных плотностей шумов параметров сигналов;

$a_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$  — матрица с элементами  $a_{ij} = \frac{\partial a_i(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{oj}}$ ;

$F_2(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$  — матрица с элементами  $F_{ij} = \frac{\partial^2 F(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{oi} \partial \lambda_{oj}}$ .

Рассмотрим задачу оценки фазы и частоты двумерного сигнала [5–7]. В этом случае модель сигнала можно представить в виде

$$\mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}) = \{s_1(t), s_2(t)\}^T, \quad s_1(t) = A(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi), \quad s_2(t) = A(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi);$$

где  $A(t)$  — амплитуда сигнала;  $\varphi_{\Pi} = \int_0^t \omega_{\Pi}(t) dt$  — опорное значение фазы.

Систему уравнений с искомыми параметрами зададим в виде диффузионного марковского процесса:  $\dot{\varepsilon} = \nu_{03}(t)$ . Тогда вектор-столбец параметров имеет вид  $\boldsymbol{\lambda} = \{\varphi, \omega, \varepsilon\}^T$ , где  $\varphi, \omega, \varepsilon$  — угловые фаза, частота и скорость изменения частоты сигнала. Пусть  $A(t) = A = \text{const}$ .

Запишем наблюдение сигнала в виде  $\boldsymbol{\xi}(t) = \{\xi_1(t), \xi_2(t)\}^T$ , где  $\xi_1(t) = s_1(t) + \nu_1(t)$ ,  $\xi_2(t) = s_2(t) + \nu_2(t)$ . Так как измерения по двум сигналам независимы, примем  $N(t) = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , где  $N = \text{const}$ . Получим логарифм функционала правдоподобия

$$F(t, \boldsymbol{\lambda}_0) = \frac{A}{N} \left( 2\xi_2(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) + 2\xi_1(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) - A \right), \quad A = \text{const}.$$

Запишем векторы и матрицы:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_0) &= \frac{2A}{N} \left\{ \xi_2(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) - \xi_1(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0), 0, 0 \right\}^T; \\ F_2(t, \boldsymbol{\lambda}_0) &= \begin{pmatrix} -\frac{2A}{N} \left( \xi_2(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) + \xi_1(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \mathbf{a} = \{\omega_0, \varepsilon_0, 0\}^T; \quad \boldsymbol{\nu}_0 = \{0, 0, \nu_{03}\}^T; \quad a_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad N_0(t) = \frac{N_0}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad N_0 = \text{const}. \end{aligned}$$

В соответствии с (4) запишем уравнения для оценок фазы, частоты и скорости изменения частоты сигнала:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_0}{dt} &= \omega_0 + \frac{2A}{N} R_{11} \left( \xi_2(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) - \xi_1(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right); \\ \frac{d\omega_0}{dt} &= \varepsilon_0 + \frac{2A}{N} R_{12} \left( \xi_2(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) - \xi_1(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right); \\ \frac{d\varepsilon_0}{dt} &= \frac{2A}{N} R_{13} \left( \xi_2(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) - \xi_1(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right). \end{aligned} \tag{5}$$

Уравнения для коэффициентов корреляции:

$$\begin{aligned} \frac{dR_{11}}{dt} &= 2R_{12} - \frac{2AR_{11}^2}{N} \left( \xi_2(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) + \xi_1(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right); \\ \frac{dR_{12}}{dt} &= R_{13} + R_{22} - \frac{2AR_{11}R_{12}}{N} \left( \xi_2(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) + \xi_1(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right); \\ \frac{dR_{13}}{dt} &= R_{23} - \frac{2AR_{11}R_{13}}{N} \left( \xi_2(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) + \xi_1(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right); \\ \frac{dR_{22}}{dt} &= 2R_{23} - \frac{2AR_{12}^2}{N} \left( \xi_2(t) \sin(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) + \xi_1(t) \cos(\varphi_{\Pi} + \varphi_0) \right); \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\frac{dR_{23}}{dt} &= R_{33} - \frac{2AR_{12}R_{13}}{N} \left( \xi_2(t) \sin(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) + \xi_1(t) \cos(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) \right); \\ \frac{dR_{33}}{dt} &= \frac{N_0}{2} - \frac{2AR_{13}^2}{N} \left( \xi_2(t) \sin(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) + \xi_1(t) \cos(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) \right),\end{aligned}$$

причем  $\frac{dR_{21}}{dt} = \frac{dR_{12}}{dt}$ ;  $\frac{dR_{31}}{dt} = \frac{dR_{13}}{dt}$ ;  $\frac{dR_{32}}{dt} = \frac{dR_{23}}{dt}$ .

Из (6) следует, что при расчете коэффициентов корреляции нужно на каждом шаге решать систему нелинейных дифференциальных уравнений, что требует больших вычислительных ресурсов.

При необходимости упрощения вычислений решим модифицированное уравнение нелинейной квазиоптимальной фильтрации для случая гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вероятности параметров сигнала и линейного разложения сигналов по  $\lambda$  [4]:

$$\frac{d\lambda_o}{dt} = \mathbf{a}(t, \lambda_o) + R(t) S_1(t, \lambda_o) N^{-1}(t) (\xi(t) - \mathbf{s}(t, \lambda_o)); \quad (7)$$

$$\frac{dR}{dt} = N_0(t) + a_1(t, \lambda_o) R(t) + R(t) a_1^T(t, \lambda_o) - R(t) S_1(t, \lambda_o) N^{-1}(t) S_1^T(t, \lambda_o) R(t), \quad (8)$$

где  $S_1(t, \lambda_o) = \left\{ \frac{\partial \mathbf{s}(t, \lambda_o)}{\partial \lambda_{oi}} \right\}$  — матрица.

Для рассматриваемого сигнала соблюдается равенство  $S_1(t, \lambda_o) N^{-1}(t) (\xi(t) - \mathbf{s}(t, \lambda_o)) = \mathbf{F}_1(t, \lambda_o)$ , следовательно, уравнение (7) совпадает с (4).

Для моделей входных сигналов

$$S_1(t, \lambda_o) N^{-1}(t) S_1^T(t, \lambda_o) = \frac{2A^2}{N} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из (8) получим упрощенные уравнения для коэффициентов корреляции:

$$\begin{aligned}\frac{dR_{11}}{dt} &= 2R_{12} - \frac{2A^2 R_{11}^2}{N}; & \frac{dR_{12}}{dt} &= R_{13} + R_{22} - \frac{2A^2 R_{11} R_{12}}{N}; & \frac{dR_{13}}{dt} &= R_{23} - \frac{2A^2 R_{11} R_{13}}{N}; \\ \frac{dR_{22}}{dt} &= 2R_{23} - \frac{2A^2 R_{12}^2}{N}; & \frac{dR_{23}}{dt} &= R_{33} - \frac{2A^2 R_{12} R_{13}}{N}; & \frac{dR_{33}}{dt} &= \frac{N_0}{2} - \frac{2A^2 R_{13}^2}{N}.\end{aligned}$$

Для стационарного состояния полагаем  $\frac{dR_{11}}{dt} = \frac{dR_{12}}{dt} = \frac{dR_{13}}{dt} = \frac{dR_{22}}{dt} = \frac{dR_{23}}{dt} = \frac{dR_{33}}{dt} = 0$ ,

откуда вычисляются необходимые коэффициенты корреляции:  $R_{11} = \frac{\sqrt[6]{N^5 N_0}}{A^{5/3}}$ ;  $R_{12} = \frac{\sqrt[3]{N^2 N_0}}{A^{4/3}}$ ;

$$R_{13} = \frac{\sqrt{N N_0}}{2A}.$$

Таким образом, двумерный фильтр фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) третьего порядка имеет следующее описание (рис. 1):

$$\begin{aligned}\frac{d\varphi_o}{dt} &= \omega_o + s k_1(t) \left( \xi_2(t) \cos(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) - \xi_1(t) \sin(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) \right); \\ \frac{d\omega_o}{dt} &= \varepsilon_o + s k_2(t) \left( \xi_2(t) \cos(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) - \xi_1(t) \sin(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) \right); \\ \frac{d\varepsilon_o}{dt} &= s k_3(t) \left( \xi_2(t) \cos(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) - \xi_1(t) \sin(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o) \right),\end{aligned}$$

где  $k_1 = \frac{2}{A^{2/3}} \Omega$ ,  $k_2 = \frac{1}{2} A k_1^2$ ,  $k_3 = \frac{1}{8} k_1^3$  — коэффициенты фильтра;  $\Omega = \sqrt[6]{\frac{N_0}{N}}$  — соотношение интенсивностей формирующего шума и шума измерений;  $s$  — признак пропадаания сигнала  $\varphi$ .

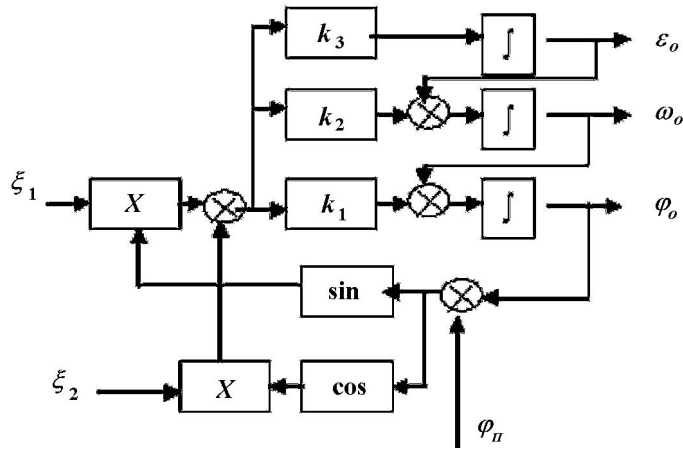


Рис. 1. Структурная схема двумерного квазиоптимального фильтра третьего порядка для оценки частоты измененного сигнала

Особенностью функционирования квазиоптимального алгоритма является возможный срыв синхронизации. Моменты распределения времени до срыва синхронизации можно найти из решения уравнения Понтрягина [8]. Стохастическое дифференциальное уравнение, описывающее статистическую динамику ФАПЧ третьего порядка (5) при наличии флуктуаций фазы, частоты и скорости изменения частоты полезного сигнала и аддитивного белого шума, можно получить вычитанием из (5) соответствующих уравнений модели диффузионного трехмерного марковского процесса изменения параметров сигнала без учета слагаемых с двойной частотой:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\varphi_o}{dt} &= \Delta\omega_o - \frac{2A^2}{N} R_{11} \left( \sin(\Delta\varphi_o) + \nu_1 + \nu_2 \right) - \nu_{o\varphi}; \\ \frac{d\Delta\omega_o}{dt} &= \Delta\varepsilon_o - \frac{2A^2}{N} R_{12} \left( \sin(\Delta\varphi_o) + \nu_1 + \nu_2 \right) - \nu_{o\omega}; \\ \frac{d\Delta\varepsilon_o}{dt} &= -\frac{2A^2}{N} R_{13} \left( \sin(\Delta\varphi_o) + \nu_1 + \nu_2 \right) - \nu_{o\varepsilon}, \end{aligned}$$

где  $\Delta\varphi_o(t) = \varphi_o(t) - \varphi(t)$  — разность фаз;  $\Delta\omega_o(t) = \omega_o(t) - \omega(t)$  — разность текущей оценки и истинного значения частоты сигнала;  $\Delta\varepsilon_o(t) = \varepsilon_o(t) - \varepsilon(t)$  — разность текущей оценки и истинного значения скорости изменения частоты сигнала;  $\nu_{o\varphi}, \nu_{o\omega}, \nu_{o\varepsilon}$  — формирующие шумы оцениваемых параметров интенсивностью  $N_{o\varphi}, N_{o\omega}, N_{o\varepsilon}$ .

Под срывом синхронизации понимается первый выход траектории трехмерного марковского процесса  $(\Delta\varphi_o, \Delta\omega_o, \Delta\varepsilon_o)$  за границы области  $\Gamma : \{|\Delta\varphi_o| \leq \pi; |\Delta\omega_o| \leq \Delta\omega; |\Delta\varepsilon_o| \leq \Delta\varepsilon\}$ . Уравнение распределения времени первого достижения границы области из начальной точки имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} b_{\Delta\varphi_o \Delta\varphi_o} \frac{\partial^2 T[n]}{\partial \Delta\varphi_o^2} + \frac{1}{2} b_{\Delta\omega_o \Delta\omega_o} \frac{\partial^2 T[n]}{\partial \Delta\omega_o^2} + \frac{1}{2} b_{\Delta\varepsilon_o \Delta\varepsilon_o} \frac{\partial^2 T[n]}{\partial \Delta\varepsilon_o^2} + b_{\Delta\varphi_o \Delta\omega_o} \frac{\partial^2 T[n]}{\partial \Delta\varphi_o \partial \Delta\omega_o} + b_{\Delta\varphi_o \Delta\varepsilon_o} \frac{\partial^2 T[n]}{\partial \Delta\varphi_o \partial \Delta\varepsilon_o} + \\ + b_{\Delta\omega_o \Delta\varepsilon_o} \frac{\partial^2 T[n]}{\partial \Delta\omega_o \partial \Delta\varepsilon_o} + a_{\Delta\varphi_o} \frac{\partial T[n]}{\partial \Delta\varphi_o} + a_{\Delta\omega_o} \frac{\partial T[n]}{\partial \Delta\omega_o} + a_{\Delta\varepsilon_o} \frac{\partial T[n]}{\partial \Delta\varepsilon_o} = -nT[n-1], \end{aligned} \quad (9)$$

где коэффициенты сноса и диффузии уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова

$$\begin{aligned} b_{\Delta\varphi_o \Delta\varphi_o} &= \frac{4A^2 R_{11}^2}{N} + \frac{N_{o\varphi}}{2}; & b_{\Delta\omega_o \Delta\omega_o} &= \frac{4A^2 R_{12}^2}{N} + \frac{N_{o\omega}}{2}; & b_{\Delta\varepsilon_o \Delta\varepsilon_o} &= \frac{4A^2 R_{13}^2}{N} + \frac{N_{o\varepsilon}}{2}; \\ b_{\Delta\varphi_o \Delta\omega_o} &= \frac{4A^2 R_{11} R_{12}}{N}; & b_{\Delta\varphi_o \Delta\varepsilon_o} &= \frac{4A^2 R_{11} R_{13}}{N}; & b_{\Delta\omega_o \Delta\varepsilon_o} &= \frac{4A^2 R_{12} R_{13}}{N}; \\ a_{\Delta\varphi_o} &= \Delta\omega_o - \frac{2A^2}{N} R_{11} \sin(\Delta\varphi_o); & a_{\Delta\omega_o} &= \Delta\varepsilon_o - \frac{2A^2}{N} R_{12} \sin(\Delta\varphi_o); \\ a_{\Delta\varepsilon_o} &= -\frac{2A^2}{N} R_{13} \sin(\Delta\varphi_o). \end{aligned}$$

Полученное уравнение (9) определяет область допустимых значений коэффициентов ФАПЧ, обеспечивающих оценку фазы и частоты сигнала на всем времени полета летательного аппарата при заданных отклонениях на начальные рассогласования по фазе, частоте и скорости изменения частоты и заданных уровнях интенсивностей флуктуаций этих параметров и интенсивностей аддитивных шумов измерения.

Дискретный алгоритм квазиоптимальной фильтрации имеет вид [4]

$$\boldsymbol{\lambda}_o[n+1, n] = \mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o]; \quad \boldsymbol{\lambda}_o[n] = \boldsymbol{\lambda}_o[n, n-1] + P[n] S_1[n] (\boldsymbol{\xi}[n] - \boldsymbol{\lambda}_o[n, n-1]); \quad (10)$$

$$P[n+1, n] = \frac{\partial \mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_o} P[n] \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}_o^T[n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_o} + N_0[n]; \quad (11)$$

$$P[n] = P[n, n-1] - P[n, n-1] S_1^T[n] \left( S_1^T[n] P[n, n-1] S_1[n] + N[n] \right)^{-1} S_1^T[n] P[n, n-1],$$

где  $n$  – номер такта;  $\boldsymbol{\lambda}_o[n]$  – вектор оценок параметров;  $\boldsymbol{\lambda}_o[n+1, n]$  – вектор прогнозирования оценок параметров;  $S_1[n] = \left\{ \frac{\partial \mathbf{s}[n]}{\partial \lambda_{oi}} \right\}$ ;  $\mathbf{s}[n]$  – полезный сигнал;  $\boldsymbol{\xi}[n] = \mathbf{s}[n] + \boldsymbol{\nu}[n]$  – измеренный сигнал;  $\mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o]$  – вектор-столбец;  $P[n]$  – дисперсионная матрица вектора оценок параметров;  $P[n+1, n]$  – дисперсионная матрица вектора прогнозирования оценок параметров.

Для дискретного алгоритма оценки фазы и частоты нестационарного сигнала вектор  $\mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o]$  был задан в следующем виде:

$$\mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o] = \begin{pmatrix} \varphi_o[n] + \omega_o[n]T_d + \varepsilon_o[n]T_d^2/2 \\ \omega_o[n] + \varepsilon_o[n]T_d \\ \varepsilon_o[n] \end{pmatrix},$$

и на основании (10), (11) получены уравнения квазиоптимального фильтра

$$\begin{aligned} \varphi_o[n+1, n] &= \varphi_o[n] + \omega_o[n]T_d + \varepsilon_o[n] \frac{T_d^2}{2}; \\ \omega_o[n+1, n] &= \omega_o[n] + \varepsilon_o[n]T_d; \\ \varepsilon_o[n+1, n] &= \varepsilon_o[n]; \\ \varphi_o[n] &= \varphi_o[n, n-1] + \frac{2A}{N} p_{11}[n] \left( \xi_2[n] \cos(\varphi_n + \varphi_o[n, n-1]) - \xi_1[n] \sin(\varphi_n + \varphi_o[n, n-1]) \right); \\ \omega_o[n] &= \omega_o[n, n-1] + \frac{2A}{N} p_{12}[n] \left( \xi_2[n] \cos(\varphi_n + \varphi_o[n, n-1]) - \xi_1[n] \sin(\varphi_n + \varphi_o[n, n-1]) \right); \\ \varepsilon_o[n] &= \varepsilon_o[n, n-1] + \frac{2A}{N} p_{13}[n] \left( \xi_2[n] \cos(\varphi_n + \varphi_o[n, n-1]) - \xi_1[n] \sin(\varphi_n + \varphi_o[n, n-1]) \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Элементы дисперсионных матриц вычисляются из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} p_{11}[n+1, n] &= p_{11}[n] + 2p_{12}[n]T_d + p_{22}[n]T_d^2 + p_{13}[n] \frac{T_d^2}{2} + p_{23}^2[n] \frac{T_d^3}{2}; \\ p_{12}[n+1, n] &= p_{12}[n] + p_{13}[n]T_d + p_{22}[n]T_d + 3p_{23}[n] \frac{T_d^2}{2} + p_{33}[n] \frac{T_d^3}{2}; \\ p_{13}[n+1, n] &= p_{13}[n] + p_{23}[n]T_d + p_{33}[n] \frac{T_d^2}{2}; \\ p_{22}[n+1, n] &= p_{22}[n] + 2p_{23}[n]T_d + p_{33}[n]T_d^2; \\ p_{23}[n+1, n] &= p_{23}[n] + p_{33}[n]T_d; \\ p_{33}[n+1, n] &= p_{33}[n] + N_0; \\ p_{11}[n] &= p_{11}[n, n-1] - \frac{Ap_{11}^2[n, n-1]}{Ap_{11}[n, n-1] + N/2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{12}[n] &= p_{12}[n, n-1] - \frac{Ap_{11}[n, n-1]p_{12}[n, n-1]}{Ap_{11}[n, n-1] + N/2}; \\
 p_{13}[n] &= p_{13}[n, n-1] - \frac{Ap_{11}[n, n-1]p_{13}[n, n-1]}{Ap_{11}[n, n-1] + N/2}; \\
 p_{22}[n] &= p_{22}[n, n-1] - \frac{Ap_{12}^2[n, n-1]}{Ap_{11}[n, n-1] + N/2}; \\
 p_{23}[n] &= p_{23}[n, n-1] - \frac{Ap_{12}[n, n-1]p_{13}[n, n-1]}{Ap_{11}[n, n-1] + N/2}; \\
 p_{33}[n] &= p_{33}[n, n-1] - \frac{Ap_{13}^2[n, n-1]}{Ap_{11}[n, n-1] + N/2}.
 \end{aligned}$$

Синтезированный квазиоптимальный алгоритм обеспечивает оценку не только фазы сигнала, но и его частоты  $\omega_o$ . Полученный алгоритм применим и для одномерного сигнала. В этом случае одна из составляющих  $\xi_1(t)$  или  $\xi_2(t)$  принимается равной нулю. Преимуществом рассмотренного двухканального дискриминатора над одноканальным является отсутствие суммарных гармоник на выходе, что значительно повышает устойчивость фильтра.

### Фильтр Калмана

Для сглаживания непосредственно измеряемых параметров нестационарных сигналов может быть использован фильтр Калмана [3]:

$$\frac{d\lambda_o}{dt} = \Phi(t)\lambda_o(t) + R(t)H^T(t)N^{-1}(t)(\xi(t) - H(t)\lambda_o(t)); \quad (13)$$

$$\frac{dR}{dt} = N_0(t) + \Phi(t)R(t) + R(t)\Phi^T(t) - R(t)H^T(t)N^{-1}(t)H(t)R(t). \quad (14)$$

Здесь

$\lambda_o(t)$  — вектор оцениваемого состояния,  $\frac{d\lambda_o}{dt} = \Phi(t)\lambda_o(t) + \nu_0(t)$ ;

$\Phi(t)$  — переходная матрица;

$\nu_0(t)$  — вектор-столбец гауссовских белых формирующих шумов;

$\xi(t)$  — вектор-столбец наблюдаемых параметров сигнала,  $\xi(t) = H(t)\lambda(t) + \nu(t)$ ;

$\lambda(t)$  — вектор параметров сигнала;

$H(t)$  — матрица наблюдения;

$\nu(t)$  — вектор-столбец гауссовских белых шумов наблюдения;

$R(t)$  — корреляционная матрица ошибок фильтрации;

$N(t)$  — матрица интенсивностей шумов наблюдений;

$N_0(t)$  — матрица интенсивностей шумов параметров сигналов;

$K(t) = R(t)H^T(t)N^{-1}(t)$  — матрица коэффициентов передачи.

Так, для сглаживания расчетной фазы измеряемого сигнала при выборе модели фильтруемого сигнала как диффузионного марковского процесса, представленного дифференциальным уравнением третьего порядка  $\ddot{\varphi} = \nu_{03}(t)$  ( $\nu_{03}(t)$  — белый гауссовский шум), фильтр Калмана в соответствии с (13), (14) будет иметь следующий вид (рис. 2):

$$\frac{d\varphi_o}{dt} = \omega_o + sk_1(t)(\varphi - \varphi_n - \varphi_o); \quad \frac{d\omega_o}{dt} = \varepsilon_o + sk_2(t)(\varphi - \varphi_n - \varphi_o); \quad \frac{d\varepsilon_o}{dt} = sk_3(t)(\varphi - \varphi_p - \varphi_o), \quad (15)$$

где  $\varphi$  — расчетное или измеренное значение фазы (частоты) сигнала;  $\varphi_o$ ,  $\omega_o$ ,  $\varepsilon_o$  — оценки фазы (частоты), частоты (скорости изменения частоты) и скорости изменения частоты сигнала (ускорения изменения частоты) соответственно;  $\varphi_n$  — программное значение фазы сигнала;  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  — коэффициенты фильтра;  $s$  — признак пропадания координат.



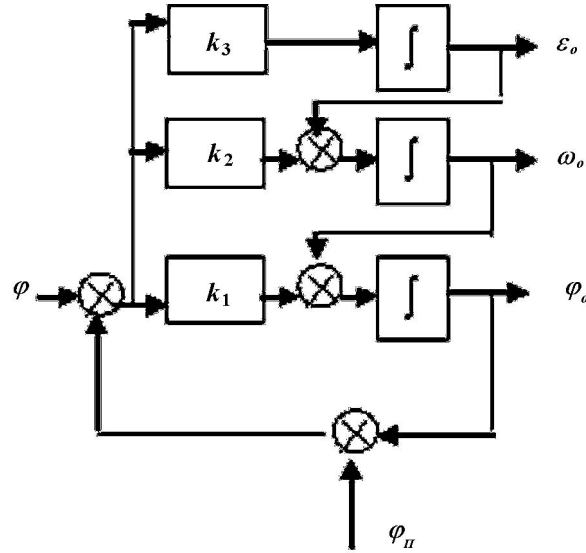


Рис. 2. Структурная схема фильтра Калмана третьего порядка для сглаживания измеренной частоты сигнала

При этом вектор параметров, переходная матрица и вектор формирующих шумов были заданы в следующем виде:

$$\lambda = \{\varphi, \omega, \varepsilon\}^T; \quad \Phi(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \nu_o = \{0, 0, \nu_{03}\}^T.$$

Из (14) следует, что для расчета коэффициентов фильтра требуется решать матричное уравнение Риккати для  $R(t)$ , т. е. систему нелинейных дифференциальных уравнений. С целью упрощения вычислений будем рассчитывать коэффициенты для установившегося случая, при  $\frac{dR_{11}}{dt} = \frac{dR_{12}}{dt} = \frac{dR_{13}}{dt} = \frac{dR_{22}}{dt} = \frac{dR_{23}}{dt} = \frac{dR_{33}}{dt} = 0$ , откуда  $R_{11} = \sqrt[6]{N^5 N_0}$ ;  $R_{12} = \sqrt[3]{N^2 N_0}$ ;  $R_{13} = \sqrt{N N_0}$ .

Тогда коэффициенты фильтра представятся в виде  $k_1 = 2\Omega$ ;  $k_2 = \frac{1}{2}k_1^2$ ;  $k_3 = \frac{1}{8}k_1^3$ . Соотношение  $\Omega = \sqrt[6]{\frac{N_0}{N}}$  определяет полосу фильтра (в рад/с).

Кроме сглаживания измеряемых параметров сигнала, также осуществляется оценка вектора параметров. Передаточные функции фильтра Калмана по оценкам параметров сигнала

$$\begin{aligned} W_{\Phi 1}(p) &= \frac{\varphi_o(p)}{\varphi(p)} = \frac{k_1 p^2 + k_2 p + k_3}{p^3 + k_1 p^2 + k_2 p + k_3}; \\ W_{\Phi 2}(p) &= \frac{\omega_o(p)}{\varphi(p)} = \frac{p(k_2 p + k_3)}{p^3 + k_1 p^2 + k_2 p + k_3}; \\ W_{\Phi 3}(p) &= \frac{\varepsilon_o(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{k_3 p^2}{p^3 + k_1 p^2 + k_2 p + k_3}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $p$  — преобразование Лапласа. Коэффициент  $k_1(t)$  определяет полосу пропускания фильтра Калмана (16), и его эквивалентная постоянная времени может быть определена:  $T_{\Phi}(t) \approx 1/k_1(t)$ . То есть, чем больше отношение интенсивности  $N_0$  формирующего шума к интенсивности  $N$  шума измерения, тем шире полоса пропускания фильтра Калмана. И наоборот, чем меньше отношение интенсивности  $N_0$  формирующего шума к интенсивности  $N$  шума измерения, тем уже полоса пропускания

фильтра Калмана и обеспечивается более эффективное подавление помех. Коэффициенты  $k_2(t)$  и  $k_3(t)$  в фильтре Калмана обеспечивают в полосе пропускания минимальное фазовое запаздывание.

Дискретный алгоритм фильтрации и экстраполяции измеряемых параметров сигналов в рамках методов фильтрации Калмана имеет вид [4]

$$\begin{aligned}\lambda_o[n+1, n] &= \Phi[n]\lambda_o[n] + B[n]\mathbf{U}[n]; \\ \lambda_o[n] &= \lambda_o[n, n-1] + s[n]K[n](\boldsymbol{\xi}[n] - H[n]\lambda_o[n, n-1]);\end{aligned}\quad (17)$$

$$\boldsymbol{\xi}_o[n] = H[n]\lambda_o[n, n-1];$$

$$P[n+1, n] = \Phi[n]P[n]\Phi^T[n] + N_0[n];$$

$$K[n] = P[n, n-1]H^T(H[n]P[n, n-1]H^T[n] + N[n])^{-1};\quad (18)$$

$$P[n] = P[n, n-1] - K[n]H[n]P[n, n-1].$$

Здесь

$\lambda_o[n]$  — оценка вектора состояния параметров;

$\lambda_o[n+1, n]$  — оценка вектора прогнозирования параметров;

$\Phi[n]$  — переходная матрица;

$B[n]$  — матрица коэффициентов;

$\mathbf{U}[n]$  — вектор управляющих воздействий;

$K[n]$  — матрица коэффициентов передачи;

$\boldsymbol{\xi}[n]$  — вектор измеряемых параметров сигнала;

$\boldsymbol{\xi}_o[n]$  — оценка измеряемых параметров сигнала;

$H[n]$  — матрица наблюдения;

$P[n+1, n]$  — дисперсионная матрица вектора параметров;

$P[n]$  — дисперсионная матрица оценки вектора параметров;

$s[n]$  — признак наличия измеряемого параметра:  $s = 1$  при измерении параметра,  $s = 0$  при неизмерении параметра;

$N[n]$  — матрица интенсивностей шумов наблюдений;

$N_0[n]$  — матрица интенсивностей шумов параметров сигналов.

Дискретный алгоритм фильтрации для измеряемых параметров нестационарного сигнала получен на основании зависимостей (17), (18):

$$\begin{aligned}\varphi_o[n+1, n] &= \varphi_o[n] + \omega_o[n]T_d + \varepsilon_o[n]T_d^2/2; \\ \omega_o[n+1, n] &= \omega_o[n] + \varepsilon_o[n]T_d; \\ \varepsilon_o[n+1, n] &= \varepsilon_o[n]; \\ \varphi_o[n] &= \varphi_o[n, n-1] + s k_1[n](\varphi[n] - \varphi_o[n, n-1]); \\ \omega_o[n] &= \omega_o[n, n-1] + s k_2[n](\varphi[n] - \varphi_o[n, n-1]); \\ \varepsilon_o[n] &= \varepsilon_o[n, n-1] + s k_3[n](\varphi[n] - \varphi_o[n, n-1]).\end{aligned}\quad (19)$$

Здесь  $\varphi[n]$  — измеренный параметр сигнала;  $\varphi_o[n]$ ,  $\omega_o[n]$ ,  $\varepsilon_o[n]$  — оценки угловой фазы, частоты и скорости изменения частоты сигнала;  $s = 1$  при измерении параметра,  $s = 0$  при неизмерении параметра;  $k_1[n]$ ,  $k_2[n]$ ,  $k_3[n]$  — коэффициенты фильтра, определяемые из уравнений

$$k_1[n] = \frac{p_{11}[n, n-1]}{p_{11}[n, n-1] + N}; \quad k_2[n] = \frac{p_{12}[n, n-1]}{p_{11}[n, n-1] + N}; \quad k_3[n] = \frac{p_{13}[n, n-1]}{p_{11}[n, n-1] + N};$$

$$p_{11}[n, n-1] = p_{11}[n] + 2p_{12}[n]T_d + (p_{13}[n] + p_{22}[n])T_d^2 + p_{23}[n]T_d^3 + \frac{p_{33}[n]T_d^4}{4};$$

$$p_{12}[n, n-1] = p_{12}[n] + (p_{13}[n] + p_{22}[n])T_d + \frac{3p_{23}[n]T_d^2}{2} + \frac{p_{33}[n]T_d^3}{2};$$

$$\begin{aligned}
 p_{13} [n, n - 1] &= p_{13} [n] + p_{23} [n] T_d + \frac{p_{33} [n] T_d^2}{2}; & p_{22} [n, n - 1] &= p_{22} [n] + 2 p_{23} [n] T_d + p_{33} [n] T_d^2; \\
 p_{23} [n, n - 1] &= p_{23} [n] + p_{33} [n] T_d; & p_{33} [n, n - 1] &= p_{33} [n];
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{11} [n] &= p_{11} [n, n - 1] - k_1 [n] p_{11} [n, n - 1]; & p_{12} [n] &= p_{12} [n, n - 1] - k_1 [n] p_{12} [n, n - 1]; \\
 p_{13} [n] &= p_{13} [n, n - 1] - k_1 [n] p_{13} [n, n - 1]; & p_{22} [n] &= p_{22} [n, n - 1] - k_2 [n] p_{12} [n, n - 1]; \\
 p_{23} [n] &= p_{23} [n, n - 1] - k_2 [n] p_{13} [n, n - 1]; & p_{33} [n] &= p_{33} [n, n - 1] - k_3 [n] p_{13} [n, n - 1].
 \end{aligned}$$

При нелинейной квазиоптимальной фильтрации дискриминационной функцией является сумма произведений входных сигналов и соответствующих опорных гармонических сигналов, формируемых по соответствующим оценкам параметров этих сигналов. Сравнение полученного фильтра с традиционным фильтром Калмана показывает, что в случае линейного фильтра Калмана осуществляется сравнение измеренного параметра сигнала и оценки этого параметра.

При пропадании сигнала или неизмерении параметра для непрерывного времени квазиоптимальный фильтр (4) и фильтр Калмана (13) будут иметь следующий вид:

$$\frac{d\lambda_o}{dt} = \mathbf{e}(t, \lambda_o(t)), \quad (20)$$

где  $\mathbf{e}(t, \lambda_o)$  — вектор, определяющий характер измерения параметров при отсутствии информации о нем.

Тогда для уравнений фильтрации (5) и (15) в соответствии с (20) можно записать оценку параметров (при пропадании измеряемого сигнала или параметров):

$$\frac{d\varphi_o}{dt} = -e_{11}\varphi_o + e_{12}\omega_o; \quad \frac{d\omega_o}{dt} = -e_{22}\omega_o + e_{23}\varepsilon_o; \quad \frac{d\varepsilon_o}{dt} = -e_{33}\varepsilon_o,$$

где  $e_{11}$ ,  $e_{22}$ ,  $e_{33}$  — коэффициенты, учитывающие динамику изменения соответствующих параметров.

Дискретный квазиоптимальный фильтр (10) и дискретный фильтр Калмана (17) при прогнозировании параметров сигнала можно записать в следующем виде:

$$\lambda_o [n + 1, n] = \mathbf{e} [n, \lambda_o]; \quad \lambda_o [n] = \lambda_o [n, n - 1]. \quad (21)$$

Прогнозируемые оценки фазы и частоты сигнала в соответствии с (21) для дискретного квазиоптимального фильтра (12) и дискретного фильтра Калмана (19) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \varphi_o [n + 1, n] &= (1 - e_{11} [n]) \varphi_o [n] + e_{12} [n] \omega_o [n] T_d + e_{13} [n] \varepsilon_o [n] T_d^2 / 2; \\
 \omega_o [n + 1, n] &= (1 - e_{22} [n]) \omega_o [n] + e_{23} [n] \varepsilon_o [n] T_d; \\
 \varepsilon_o [n + 1, n] &= (1 - e_{33} [n]) \varepsilon_o [n]; \\
 \varphi_o [n] &= \varphi_o [n, n - 1]; \\
 \omega_o [n] &= \omega_o [n, n - 1]; \\
 \varepsilon_o [n] &= \varepsilon_o [n, n - 1].
 \end{aligned}$$

## Результаты

Полученные алгоритмы оценки и прогнозирования частоты измеряемых сигналов промоделированы в среде Matlab. На рис. 3 приведены измеренные сигналы по последовательности видеоизображений, а на рис. 4, 5 — выделенные вращательные составляющие этих сигналов. На рис. 6—9 показаны результаты оценки частоты этих сигналов различными методами без пропадания и при их пропадании ( $e_{11} = e_{22} = e_{33} = 0$ ). Установлены диапазоны допустимых значений коэффициентов ФАПЧ, обеспечивающие оценку фазы и частоты сигнала на всем времени полета летательного аппарата:  $k_1 = 10 \div 300 \text{ 1/c}$ ,  $k_2 = 0 \div 45000 \text{ 1/c}^2$ ,  $k_3 = 0 \div 100000 \text{ 1/c}^3$ .

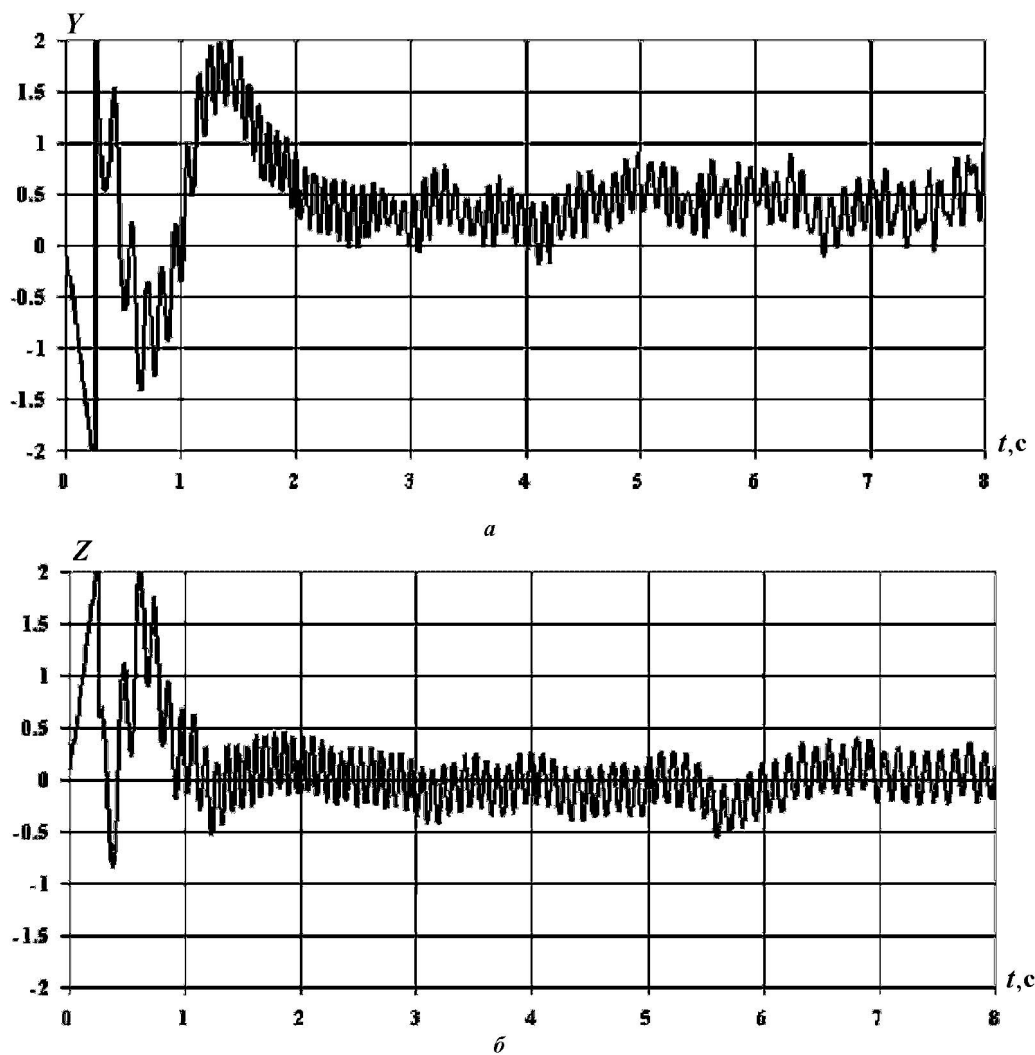


Рис. 3. Исходный измеренный сигнал:  $a$  — по вертикали;  $b$  — по горизонтали

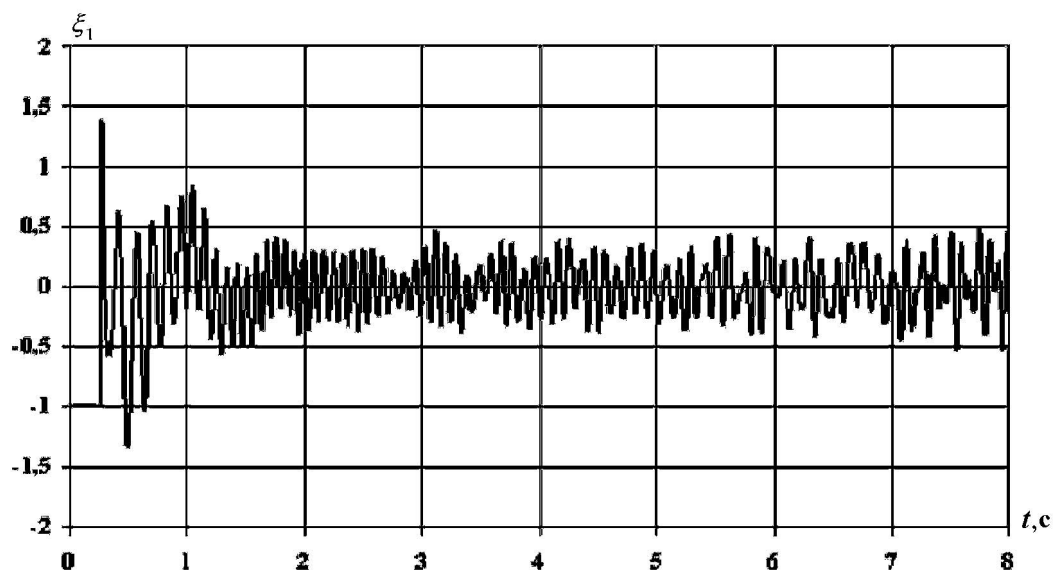


Рис. 4. Выделенная вращательная составляющая измеренного сигнала по вертикали

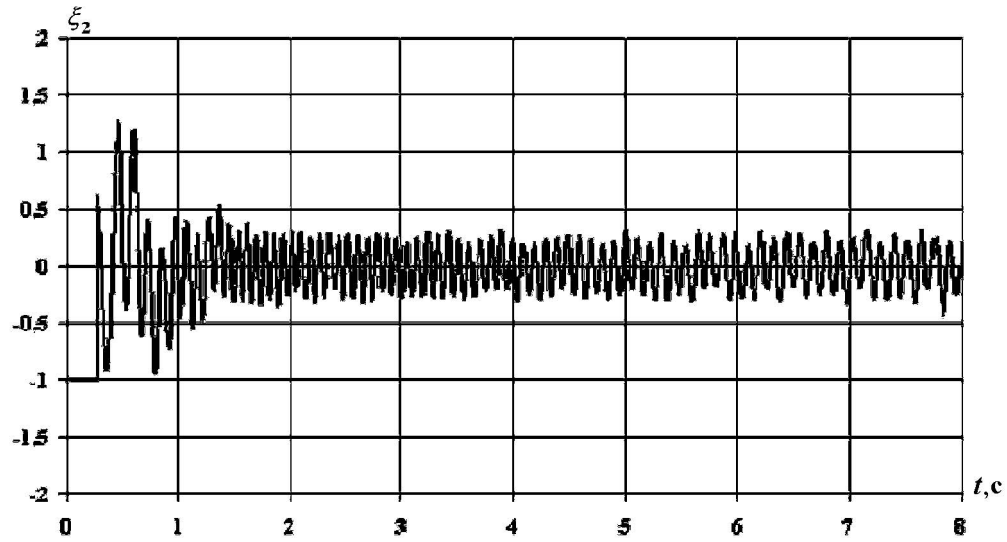


Рис. 5. Выделенная вращательная составляющая измеренного сигнала по горизонтали

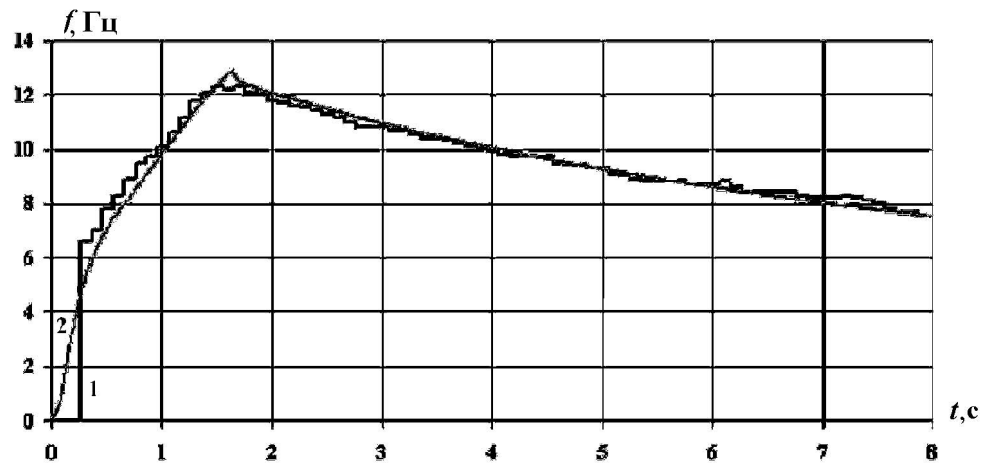


Рис. 6. Результаты оценки частоты измеренных сигналов с помощью преобразования Фурье при отсутствии пропадаия: 1 — оценка; 2 — опорная частота

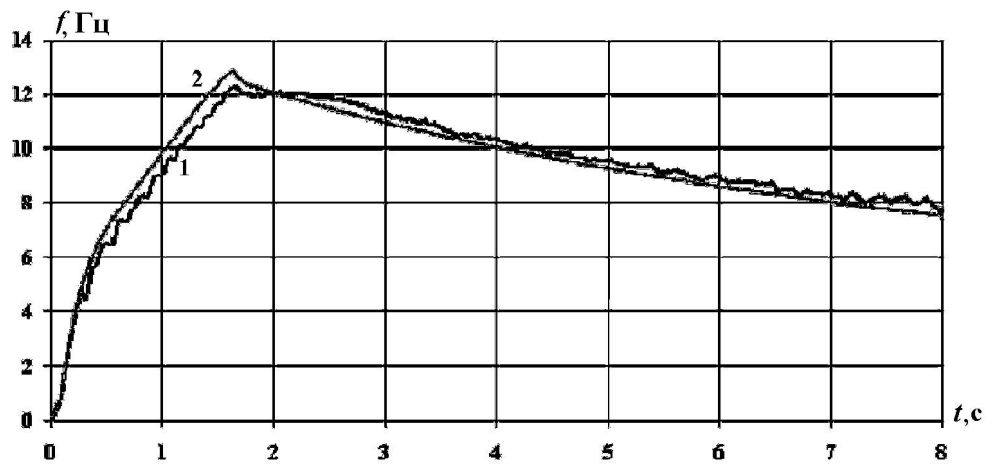


Рис. 7. Результаты оценки частоты измеренных сигналов с помощью квазиоптимального фильтра при отсутствии пропадаия: 1 — оценка; 2 — опорная частота

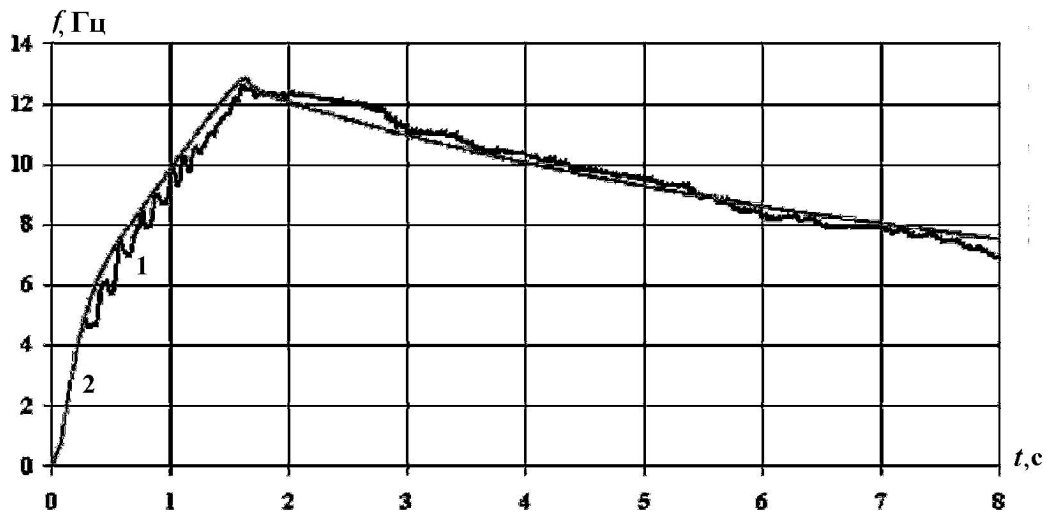


Рис. 8. Результаты оценки частоты измеренных сигналов с помощью фильтра Калмана при отсутствии пропадания: 1 — оценка; 2 — опорная частота

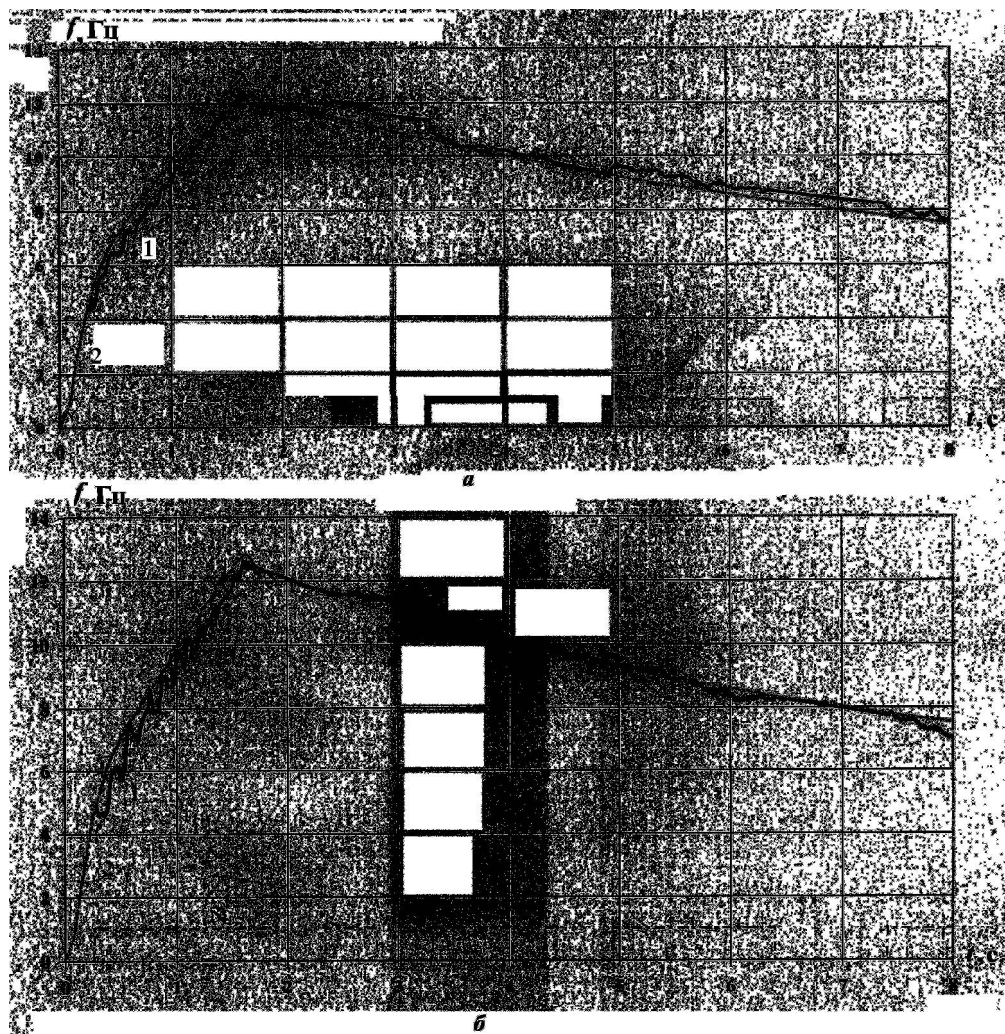


Рис. 9. Результаты оценки частоты измеренных сигналов с помощью квазиоптимального фильтра (а) и фильтра Калмана (б) при пропадании сигналов: 1 — оценка; 2 — опорная частота; 3 — пропадание сигнала

Представленные алгоритмы обеспечивают оценку и прогнозирование частоты нестационарного сигнала. Фильтр Калмана используется при непосредственном расчете или измерении фазы или частоты сигнала, а квазиоптимальный фильтр позволяет по измеренному сигналу осуществлять оценку его фазы и частоты.

### Список литературы

1. *Понятский В. М., Карамов С. В., Макарецкий Е. А.* Выделения координат полезного источника излучения на фоне помех с фотоприемника матричного типа // 8-я Межд. конф. "Цифровая обработка сигналов и ее применение". 29–31 марта 2006 г. М.: Институт проблем управления, 2006. Т. 2. С. 450–453.
  2. *Карамов С. В., Понятский В. М.* Реализация алгоритма выделения координат полезного источника по изображению с фотоприемника матричного типа // Тр. Третьей межд. конф. "Параллельные вычисления и задачи управления". 2–4 октября 2006 г. М.: ИПУ, 2006. С. 456–471.
  3. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
  4. *Э. Сейдж, Дж. Мелс* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976.
  5. *Понятский В. М., Южно П. М.* Квазиоптимальный синтез системы оценки координат источника излучения с пространственно-временной модуляцией // Всерос. науч. конф. Тез. докл. Ч. 2. Воронеж: ФГНИИЦ РЭБ ОЭСЗ, 2005. С. 64–66.
  6. *Понятский В. М., Карамов С. В.* Фазовая автоподстройка по видеоизображениям подвижного вращающегося источника излучения // XLII Всерос. конф. по проблемам математики, информатики, физики и химии. Тез. докл. Физические секции. М.: Изд-во РУДН, 2006. С. 43.
  7. *Карамов С. В., Понятский В. М.* Оценка фазы вращения подвижного источника излучения по видеоизображениям // Третья межд. конф. по проблемам управления. 20–22 июня 2006 г. Пленарные доклады и избранные труды. М.: Институт проблем управления, 2006. С. 638–645.
  8. *Тихонов В. И., Миронов М. А.* Марковские процессы. М.: Советское радио, 1977.
-