

УДК 532.517.4+519.63

## О НАЧАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ И РОСТЕ ЗОНЫ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ПРИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РИХТМАЙЕРА—МЕШКОВА

А. Н. Разин  
(РФЯЦ-ВНИИЭФ)

По методике ВИХРЬ проведено численное моделирование турбулентного перемешивания, возникающего на контактных границах газовых слоистых систем в трех модельных опытах. Для анализа развития неустойчивости на контактных границах используется теоретическая модель, расчет турбулентного перемешивания выполняется по модели В. В. Никифорова. В выполненных численных экспериментах варьировались начальная интенсивность турбулентности и скорость диссипации.

*Ключевые слова:* турбулентное перемешивание, модельные эксперименты, инициализация турбулентности.

### Введение

При численном моделировании турбулентного перемешивания (ТП) в слоистых системах с использованием полуэмпирических моделей турбулентности существует проблема инициализации ТП (задание начальных условий для решения уравнений ТП). Действительно, после взаимодействия ударной волны (УВ) с контактной границей (КГ) в окрестности КГ вначале развивается неустойчивость Рихтмайера—Мешкова (происходит формирование и рост пузырей и струй), затем струи разрушаются, создавая начальную зону ТП. Таким образом, в практических задачах ТП предшествует этап развития неустойчивости. Поскольку полуэмпирические модели турбулентности предназначены лишь для расчета развитой турбулентности и не пригодны для расчета этапа развития неустойчивости, этап развития неустойчивости и переход к ТП в таких методиках должен рассчитываться с использованием каких-либо теоретических моделей. В такой ситуации к моменту включения в расчет полуэмпирической модели турбулентности необходимо корректно смоделировать этап развития неустойчивости и на основе полученной информации для каждой КГ слоистой системы определить параметры инициирования ТП: время перехода от этапа развития неустойчивости к ТП (время включения уравнений ТП в расчет), ширину начальной (возмущенной) зоны и значения турбулентных величин в начальной зоне (начальные и граничные условия для корректной постановки дифференциально-разностной задачи).

В последние годы решению проблемы инициализации ТП в численных методиках уделяется значительное место (см., например, работы [1—4] и ссылки в них). Тем не менее вопросы задания начальной шероховатости КГ (математическое представление формы КГ) для расчета этапа развития неустойчивости и перехода к ТП в практических расчетах до сих пор не решены с желаемой точностью. Первая теоретическая модель, пригодная для моделирования линейной стадии развития неустойчивости Рихтмайера—Мешкова при одномодовых периодических возмущениях КГ, предложена Рихтмайером в 1960 г. [5]. Для оценки сверху скорости роста пузырей и струй в работе [5] также предложена импульсная модель, которая и в настоящее время широко используется различными исследователями. Диапазон применимости импульсной модели и феномены, возникающие при ее использовании в практических задачах, рассматривались, например, в [6]. Впоследствии были разработаны теоретические модели, которые описывали как линейную, так и нелинейную стадию

развития неустойчивости (см., например, [7–9]), и появились модели, предназначенные для расчета неустойчивости Рихтмайера–Мешкова в случае многомодовых (случайных) возмущений [10, 11]. Важное отличие в развитии неустойчивости от случая одномодовых начальных возмущений состоит в том, что в случае многомодовых возмущений в процессе развития неустойчивости происходит конкуренция пузырей (в одномодовом случае пузыри развиваются независимо и растут с одинаковой скоростью), в результате чего пузыри большого размера поглощают соседние пузыри меньшего размера (при этом скорость роста нового пузыря увеличивается). Применимость предложенных моделей была продемонстрирована путем сравнения как с экспериментальными данными, так и с результатами прямого численного моделирования неустойчивости. Однако вопросы задания амплитуды и длины волны начального возмущения для периодических и случайных возмущений до сих пор вызывают затруднения.

Трудности задания начальной шероховатости КГ в расчетах модельных опытов связаны с отсутствием надежных экспериментальных данных о характеристиках начального возмущения. Действительно, в экспериментах газы разделяются тонкой мембраной для предотвращения взаимодиффузии контактирующих газов до начала проведения опытов. Пленка рвется УВ на фрагменты различной величины, тем самым создавая спектр начальных случайных возмущений. Оценить с желаемой точностью шероховатость создаваемых таким образом начальных возмущений не представляется возможным. В некоторых экспериментах мембрана помещается на сетку из тонкой проволоки, чтобы придать КГ определенную форму в виде одномодовых или случайных возмущений и зафиксировать длину волны начального возмущения. Однако при таком способе создания начальной шероховатости КГ нет полной ясности, какое влияние на развитие неустойчивости оказывает сама сетка из проволоки.

Влияние свойств пленки на развитие ширины зоны ТП исследовалось в нескольких работах. Так, в [12] на экспериментах продемонстрировано, что в зависимости от свойств разделяющей газы пленки ширина зоны ТП после взаимодействия с отраженной от *жесткой стенки* УВ может отличаться значительно.

В [13] представлены результаты двух серий экспериментов с использованием двух мембран толщиной 0,5 и 2,0 мкм. В первой серии экспериментов использовалось одномодовое возмущение с большой начальной амплитудой, во второй — малоамплитудное случайное возмущение. В качестве контактирующих газов выбраны комбинации воздух—SF<sub>6</sub> и воздух—воздух. Согласно теории для последней пары газов неустойчивость не должна развиваться. В результате выполненных экспериментов авторы работы [13] сделали вывод, что в первой серии экспериментов толщина мембраны не влияет на скорость роста зоны ТП, а во второй серии для пары воздух—воздух наблюдается заметный рост зоны ТП. Такое поведение зоны ТП, по-видимому, связано с тем, что в экспериментах на развитие неустойчивости оказывает влияние не только заданная форма мембраны, но и размеры кусочков пленки, образующихся после разрыва мембраны прошедшей УВ. Естественно предположить, что в первой серии опытов размеры возмущений от кусочков мембраны заметно меньше амплитуды начального возмущения мембраны, вследствие чего толщина мембраны не оказывает заметного влияния на развитие неустойчивости. Наоборот, при малоамплитудном начальном возмущении (во второй серии опытов) размеры возмущений от кусочков мембраны сравнимы или превышают амплитуду начального возмущения мембраны, что и приводит к росту возмущенной зоны.

Влияние проволочной сетки на развитие неустойчивости рассматривалось в [14]. На основе полученной экспериментальной информации авторы заключили, что проволочная сетка оказывает умеренное влияние на скорость роста возмущенной зоны.

Таким образом, в модельных экспериментах рост возмущений определяется не только значениями амплитуды и длины волны начального возмущения (периодического или случайного), но и зависит от свойств мембраны и наличия проволочной сетки (оценить вклад каждого из перечисленных факторов в скорость развития возмущений и ТП представляется сомнительным). Из сказанного можно заключить, что имеющихся знаний о значениях амплитуды и длины волны начального возмущения недостаточно для качественной постановки задачи численного моделирования этапа развития неустойчивости.

Тем не менее задача инициализации ТП в расчетах не столь уж неопределенна, как это может показаться на первый взгляд, поскольку современная диагностическая аппаратура позволяет в экс-

периментах замерять интенсивность турбулентности после прохождения УВ через КГ. Информация об интенсивности турбулентности, полученная в подобных экспериментах, помогает оценить корректность задания в расчетах значений начальной интенсивности турбулентности и скорости диссипации.

В работе представлены результаты методических расчетов ТП, возникающего на КГ разноплотных газов в результате прохождения УВ через КГ. Расчеты опытов выполнены по методике ВИХРЬ [15] с использованием полуэмпирической модели турбулентности В. В. Никифорова [16] (результаты моделирования ТП с использованием других методик обсуждаются в обзорных работах [2, 3]).

Развитие ТП рассмотрено в трех модельных опытах:

- "цилиндрическом" опыте Е. Е. Мешкова (1977), в котором изучалась эволюция ширины зоны ТП на КГ воздух—гелий, ускоряемой сходящейся цилиндрической УВ;
- опыте Пожжи и др. (1998), в котором помимо ширины зоны ТП, развивающейся на плоской границе воздух—SF<sub>6</sub>, выполнены измерения среднего квадрата продольных пульсаций скорости течения в пяти эйлеровых датчиках;
- "плоском" опыте Е. Е. Мешкова, в котором перемешивание развивалось в трехслойной газовой системе воздух—гелий—воздух.

Рассмотренные опыты не дают информации о размере начальных возмущений на КГ после прохождения УВ. При моделировании опыта Пожжи и др. использована экспериментальная информация для определения начальных значений интенсивности и скорости диссипации турбулентности.

Моделирование каждого опыта выполнено в нескольких постановках: варьировались значения начальной интенсивности турбулентности и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности. Конечно, выполненных расчетов недостаточно, чтобы сделать обобщающие выводы. Тем не менее полученные результаты дают полезную информацию для дальнейшего изучения рассматриваемого вопроса.

Чтобы исключить влияние *паразитических* осцилляций в профилях  $f_1$  на качество результатов моделирования опытов, все представленные расчеты выполнены с представлением функции  $f_1$  в виде  $f_1 = \delta [1 + (\delta - 1)c]^{-2}$ , где  $\delta = \rho_T / \rho_A > 1$  — отношение плотностей на КГ,  $c$  — массовая концентрация легкого вещества, примыкающего к КГ. В модели В. В. Никифорова [16] функция  $f_1$  учитывает отклонение ускорения движения частиц турбулентной смеси от газодинамического ускорения.

## О модели инициализации турбулентного перемешивания

После прохождения УВ через КГ на КГ развивается неустойчивость Рихтмайера—Мешкова, которая в дальнейшем приводит к перемешиванию веществ, примыкающих к КГ. Ниже этап развития неустойчивости рассчитывается по аналитическому методу Садот и др. [8], ТП моделируется с использованием модели В. В. Никифорова [16].

Для расчета этапа развития неустойчивости в случае одномоновых периодических начальных возмущений необходимо знать начальные значения амплитуды и длины волны возмущения КГ. В общем случае эта задача не имеет точного решения, в связи с чем при моделировании этапа развития неустойчивости, задании начальных условий для решения уравнений ТП (инициализации ТП) и обосновании результатов расчета возникают затруднения.

В работе [17] при разработке метода инициализации ТП использовалось предположение, что на момент перехода от этапа развития неустойчивости к ТП ширина возмущенной зоны в большей степени зависит от начальных значений амплитуды и волнового числа КГ ( $a_0, k_0$ ), перепада плотностей на КГ и скорости УВ. В то же время такие характеристики турбулентности, как квадрат пульсаций плотности  $R$ , компоненты кинетической энергии турбулентности в продольном и поперечном направлении  $e_1$  и  $e_2$ , формирующиеся в возмущенной зоне на момент перехода от этапа развития неустойчивости к ТП, в большей степени зависят от свойств контактирующих газов и параметров падающей на КГ УВ и в меньшей степени от  $a_0, k_0$ . При таком подходе устраняется зависимость

основных характеристик турбулентности от неизвестных значений  $a_0$  и  $k_0$ , а от начальной шероховатости КГ зависят лишь начальная ширина возмущенной зоны  $L$  и скорость диссипации кинетической энергии турбулентности  $Q$ . Естественно, используемое предположение требует проверки на экспериментальной информации и статистике расчетов.

В работе [18] показано, что с увеличением числа Маха падающей на КГ УВ интенсивность турбулентности увеличивается. Однако этой экспериментальной информации недостаточно для обоснования используемого предположения. Необходимо выполнить две серии экспериментов, в которых следует замерять характеристики турбулентности, как это сделано в опытах Пожжи и др. [19]. В первой серии опытов требуется определить зависимость характеристик турбулентности от начальных значений амплитуды и длины волны возмущения КГ, во второй серии — найти зависимость характеристик турбулентности от числа Атвуда и интенсивности падающей на КГ УВ при сохранении шероховатости КГ. Поскольку на сегодняшний день такая экспериментальная информация отсутствует, в данной работе используемое в методе инициализации ТП предположение проверяется на основе результатов численных расчетов модельных опытов.

Предложенный в [17] и используемый ниже метод инициализации ТП основан на расчете этапа развития неустойчивости по методу Садот и др. [8], который прошел проверку как на экспериментальных данных, так и на результатах прямого численного моделирования неустойчивости (см., например, [20–24]). Дифференциальное уравнение для определения амплитуды пузырей и струй в различные моменты времени согласно Садот и др. имеет вид

$$\frac{da}{dt} = \frac{U_0(1+Bt)}{1+Ct+Dt^2}. \quad (1)$$

В этом выражении приняты обозначения

$$U_0 = A_{0+} U k_0 a_0; \quad B = U_0 k_0; \quad C = (1 \pm A_{0+}) B; \quad D = EB^2 \frac{1 \pm A_{0+}}{1 + A_{0+}}; \quad E = \begin{cases} 1,0, & \text{если } A_{0+} \rightarrow 0; \\ 1,5, & \text{если } A_{0+} > 0,5; \end{cases}$$

$A_{0+}$  — число Атвуда после прохождения УВ через КГ;  $t$  — время (отсчитывается от момента взаимодействия УВ с КГ);  $U$  — скорость КГ после прохождения УВ;  $k_0$ ,  $a_0$  — начальные значения волнового числа и амплитуды возмущения (до момента взаимодействия УВ с КГ);  $a_0$  — амплитуда возмущения после прохождения УВ через КГ. Знак плюс в формулах соответствует скорости роста пузырей, знак минус — струй.

Проинтегрировав (1) по времени, найдем значения амплитуд пузырей и струй на момент времени  $t$ :

$$a = \frac{2U_0}{\sqrt{4D-C^2}} \left(1 - \frac{BC}{2D}\right) \operatorname{arctg} \frac{2Dt+C}{\sqrt{4D-C^2}} + \frac{U_0 B}{2D} \ln(1+Ct+Dt^2) + F. \quad (2)$$

Постоянная  $F$  определяется из начальных условий. Так как при  $t=0$  должно быть  $a=a_0$ , имеем

$$F = a_0 - \frac{2U_0}{\sqrt{4D-C^2}} \left(1 - \frac{BC}{2D}\right) \operatorname{arctg} \frac{C}{\sqrt{4D-C^2}}.$$

Формула (2) позволяет вычислить амплитуду пузырей при  $C = (1 + A_{0+}) B$  и  $D = EB^2$ , а также струй при  $C = (1 - A_{0+}) B$  и  $D = EB^2 \frac{1 - A_{0+}}{1 + A_{0+}}$  на различные моменты времени.

Значения  $U$ ,  $A_{0+}$  определяются в результате предварительного расчета движения *слойки* без учета ТП. Затем определяем изменение амплитуды возмущения в результате прохождения УВ через КГ со стороны легкого газа и скорость роста в линейном режиме согласно импульсной модели Рихтмайера:

$$a_0 = a_{0+} = a_{0-} \left(1 - \frac{U}{D^{УВ}}\right); \quad U_0 = \frac{da}{dt} = A_{0+} U k_0 a_0, \quad (3a)$$

где  $D^{УВ}$  — скорость падающей на КГ УВ. Когда УВ пересекает КГ со стороны тяжелого газа, для начальной амплитуды используется выражение

$$a_0 = 0,5 (a_{0-} + a_{0+}), \quad (36)$$

предложенное в работе [25].

Расчет развития неустойчивости выполняем по формуле (2), в результате определяем зависимость амплитуд пузырей и струй от времени. Далее находим момент времени, при котором амплитуда струй выходит на асимптотическую стадию. Этот момент времени принимаем за момент включения в расчет уравнений ТП. На этот момент ширина возмущенной зоны полагается равной  $L \approx |a_s| + |a_b|$ , где  $a_s$  — глубина проникновения тяжелого вещества в легкое,  $a_b$  — глубина проникновения легкого вещества в тяжелое.

Чтобы определить значения турбулентных величин в возмущенной зоне, задаем начальную интенсивность турбулентности  $I$ . По заданному значению  $I$  и известной скорости КГ  $U$  вычисляем продольную кинетическую энергию турбулентности:

$$e_1 = \frac{\overline{u'_1 u'_1}}{2} = \frac{(IU)^2}{2}. \quad (4)$$

Для поперечных пульсаций скорости положим  $e_2 = e_1$ . Скорость диссипации кинетической энергии турбулентности  $Q$  определяется значениями пульсаций скорости  $e_1$ , масштабом турбулентности  $\ell$  и эмпирической постоянной  $\alpha$ :  $Q = \alpha e_1^{1,5} / \ell$ , где  $\ell \approx L$  — начальное значение масштаба турбулентности не может превышать размера возмущенной зоны;  $\alpha$  — эмпирический коэффициент, который необходимо определить в процессе численного моделирования опытов и практических задач. Относительная интенсивность квадрата пульсаций плотности вычисляется по соотношению  $R = \beta A^2$ . Значение коэффициента  $\beta \sim 1$  также определяется из сравнения результатов расчетов с данными модельных опытов.

Определим асимптотические значения скорости роста пузырей и струй. Из уравнения (1) получаем для пузырей и струй

$$\frac{da_b}{dt} = \frac{1}{2\pi E_b} \frac{\lambda}{t}, \quad \frac{da_s}{dt} = \frac{1+A}{1-A} \frac{1}{2\pi E_s} \frac{\lambda}{t}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}.$$

В исходной модели Садот и др. [8] принято

$$E_b = E_s = \begin{cases} 1,0, & \text{если } A \rightarrow 0; \\ 1,5, & \text{если } A > 0,5. \end{cases}$$

Таким образом, в модели [8] асимптотические значения скоростей не зависят от размерности задачи и описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{da_b}{dt} &= \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda}{t}, & \frac{da_s}{dt} &= \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda}{t} & \text{при } A \rightarrow 0; \\ \frac{da_b}{dt} &= \frac{1}{3\pi} \frac{\lambda}{t}, & \frac{da_s}{dt} &= \frac{1}{3\pi} \frac{1+A}{1-A} \frac{\lambda}{t} & \text{при } A > 0,5. \end{aligned}$$

Из выписанных выражений заключаем, что на асимптотической стадии развития возмущений (при больших  $t$ ) скорости роста пузырей и струй пропорциональны длине волны начального возмущения, что согласуется с другими теоретическими моделями и экспериментальными данными.

Используя импульсную модель Рихтмайера, получим оценку сверху для значения начальной интенсивности турбулентности после прохождения УВ через КГ. Примем, что продольные пульсации скорости связаны со скоростью роста амплитуды возмущений соотношением

$$u' = \left. \frac{da}{dt} \right|_{t=0} = A |U| k_0 a_0.$$

Тогда для продольной кинетической энергии турбулентности имеем

$$e_1 = \frac{(Ak_0 a_0)^2 (U)^2}{2}.$$

Сравнивая последнее выражение с (4), получаем оценку сверху для начальной интенсивности турбулентности:  $I = Ak_0 a_0$ .

Теория Садот и др. [8] справедлива для плоской геометрии. На практике приходится моделировать течения, обладающие цилиндрической или сферической симметрией. В отличие от плоской симметрии при движении слоистой системы в направлении к оси (центру) симметрии амплитуда и длина волны возмущения изменяются также вследствие геометрического фактора. Полезно получить оценку для скорости изменения амплитуды и длины волны возмущения вследствие геометрического фактора.

Примем, что в начальный момент времени возмущение КГ, расположенной на расстоянии  $R_1$  от оси симметрии, имеет длину волны  $\lambda_1$ , а скорость движения КГ после прохождения УВ есть  $U$  (рис. 1). Рассмотрим, как изменится длина волны при перемещении КГ в направлении оси симметрии.

Скорость изменения длины волны возмущения при движении системы к оси определим, исходя из условия сохранения волнового числа  $k = 2\pi/\lambda$ . При сделанном предположении найдем

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\Delta t} = \frac{\varphi}{N} \frac{R_1 - R_2}{\Delta t} = \frac{\varphi}{N} U = \lambda_1 \frac{U}{R_1},$$

где  $N$  — число пузырей (струй) на КГ длиной  $2\varphi R$ . Решение этого уравнения определяет изменение волнового числа в зависимости от времени, скорости движения и радиуса КГ:

$$\lambda = \lambda_1 \exp\left(\frac{U}{R_1} t\right).$$

Из полученного решения вытекает, что при движении системы к оси симметрии длина волны возмущения вследствие геометрического фактора уменьшается с увеличением скорости движения КГ.

Скорость изменения амплитуды для сферической геометрии рассматривалась в работах [26, 27]. Согласно теории [26, 27], амплитуда  $n$ -й гармоники в сферической геометрии описывается уравнением

$$\frac{1}{R^3} \frac{d}{dt} \left( R^3 \frac{da}{dt} \right) - nA(n) \frac{a}{R} \frac{d^2 R}{dt^2} = 0, \quad \text{где} \quad nA(n) = 2 \frac{(n^2 + n + 1)A - (2n + 1)}{2n + 1 - A}.$$

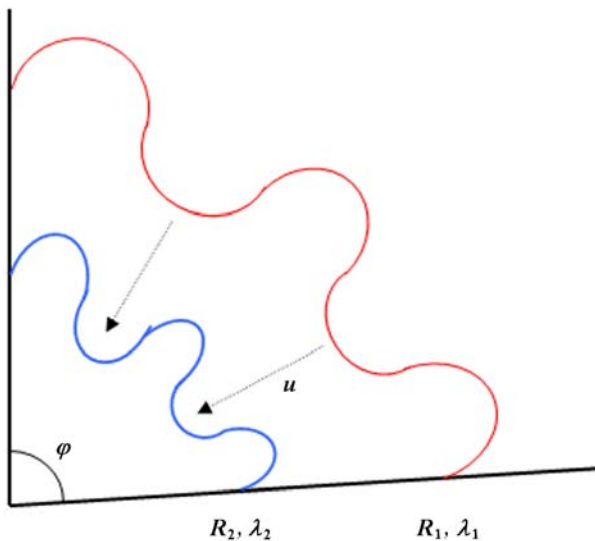


Рис. 1. Изменение длины волны в цилиндрической геометрии

При числе Атвуда  $A=1$  имеем  $nA(n) = n - 1$ . В теории [27] предполагается, что перед взаимодействием КГ покоится, а после взаимодействия с УВ движется с постоянной скоростью  $U$ . В этом случае радиус КГ изменяется по закону  $R(t) = R_1 + Ut$ . Для изменения амплитуды в [27] получено

$$a(t) = a_0 \left\{ 1 + \frac{nA(n)}{2} \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{R} \right)^2 \right] \right\}.$$

Итак, при движении КГ к центру системы амплитуда возмущения вследствие геометрического фактора уменьшается. Приведенные зависимости изменения амплитуды и длины волны возмущения от геометрического фактора в дальнейшем предполагается использовать в (1) при расчете скорости роста пузырей и струй.

## Расчеты модельных опытов

Представленный выше подход для инициализации ТП использовался при моделировании трех опытов. Основная цель выполненных расчетов заключается в изучении степени влияния начальной интенсивности турбулентности на развитие ширины зоны ТП. Необходимо отметить, что для получения статистических оценок влияния тех или иных параметров инициирования требуется провести больше численных экспериментов по развитию ТП на КГ, чем представлено ниже. При проведении численных экспериментов следует учесть, что в практических задачах развитие неустойчивости и ТП определяется шероховатостью КГ, характеристиками веществ слева и справа от КГ и скоростью УВ.

**Цилиндрический опыт Е. Е. Мешкова.** Начальная геометрия задачи ( $r = 0$  — ось симметрии трубы;  $r = 10$  — стенка трубы) показана на рис. 2, исходные данные для газодинамического расчета представлены в табл. 1, где  $M$  — число счетных точек в областях;  $\rho_0$  — начальная плотность вещества;  $E$  — начальная внутренняя энергия;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $c_v$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме; ОЭ — область энерговыделения. Во всех областях газы подчиняются уравнению состояния идеального газа, в смешанных ячейках расчет термодинамических параметров выполнялся по модели *идеальной* смеси. В расчетах длина измерялась в см, время — в мс, плотность — в г/см<sup>3</sup>.

До начала проведения опыта воздух и гелий разделены мембраной, предотвращающей взаимодиффузию газов. При заданном значении энергии в области энерговыделения (ОЭ) на границе воздух—ОЭ происходит распад произвольного разрыва и налево (к оси симметрии) бежит УВ со скоростью  $D \approx 86,2$  ( $M \approx 2,5$  — число Маха). При выходе УВ на границу гелий—воздух мембрана разрывается на кусочки различных размеров, тем самым создавая спектр начальных возмущений.

Качественная картина развития неустойчивости Рихтмайера—Мешкова на КГ заключается в следующем. На коротком отрезке времени (от начала взаимодействия УВ с возмущенной зоной до выхода УВ из возмущенной зоны) доминирующим фактором, оказывающим влияние на процесс развития неустойчивости, является сжимаемость газов. Как только УВ удаляется от возмущенной зоны, доминирующим фактором становится нелинейность. После распада разрыва гелий сжимается прошедшей УВ, тяжелый газ (воздух) вначале сжимается падающей на КГ УВ, а затем расширяется под действием волны разрежения. Таким образом, на ранних временах развития неустойчивости на КГ важную роль играют процессы сжимаемости, на поздних временах развития неустойчивости сжимаемостью можно пренебречь.

УВ выходит на КГ гелий—воздух при  $t \approx 0,0438$ . После распада разрыва скорость КГ ( $U_{КГ}$ ), плотности слева и справа от КГ ( $\rho_{He}, \rho_{Air}$ ) и число Атвуда ( $A_+$ ) принимают значения  $U_{КГ} = 85$ ,  $\rho_{He} = 0,000336$ ,  $\rho_{Air} = 0,00235$ ,  $A_+ = 0,75$ . Оценить с желаемой точностью шероховатость начальных возмущений в опыте не представляется возможным. По мнению автора, один из возможных

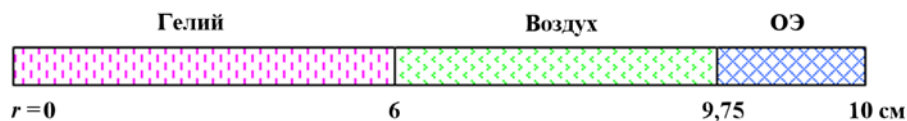


Рис. 2. Начальная геометрия задачи

Таблица 1

Расчетная сетка и параметры начального состояния системы

Вещество	$M$	$\rho_0, \text{г/см}^3$	$\gamma$	$c_v, 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$E, \text{см}^2/\text{мс}^2$
Гелий	500	0,0001663	1,63	0,3334	9668,6
Воздух	600	0,001205	1,405	0,07158	2075,8
ОЭ	260	0,019	1,6667	0,07158	3374

способов решения проблемы задания начальной шероховатости КГ в расчетах заключается в проведении массовых расчетов модельных опытов и практических задач и выборе на основе статистики расчетов значений амплитуды и длины волны начального возмущения.

Расчеты развития неустойчивости на КГ в цилиндрическом опыте выполнены по модели Садот и др. при различных начальных значениях амплитуды и длины волны одноименных возмущений. На рис. 3 приведены зависимости амплитуд пузырей и струй от времени, время отсчитывается от момента взаимодействия УВ с КГ. Используемые в расчетах начальные значения амплитуды и длины волны возмущения КГ в трех случаях удовлетворяют условию  $k_0 a_0 = 0,24$ , в одном случае —  $k_0 a_0 = 0,72$ .

Из рис. 3 следует, что скорости роста амплитуды пузырей и струй значительно зависят от начальной шероховатости КГ. Так, при  $t \approx 0,006$  (время выхода скорости роста струй на асимптотическую стадию) амплитуда струй для  $a_0 = 0,08$ ,  $k_0 = 3$  более чем в 3 раза превышает амплитуду струй при  $a_0 = 0,02$ ,  $k_0 = 12$ .

Представленные ниже результаты численного моделирования цилиндрического опыта получены для начальных значений  $a_0 = 0,08$  мм,  $k_0 = 3$  мм<sup>-1</sup>, что соответствует длине волны  $\lambda_0 = 2\pi/k_0 = 2,09$  мм. В расчетах переход от этапа развития неустойчивости к ТП осуществлялся при  $t = 0,05$  мс, т. е. через  $\Delta t \approx 0,0062$  мс после взаимодействия УВ с КГ. Согласно данным рис. 3 в момент времени  $t = 0,05$  мс скорости роста амплитуды струй выходят на раннюю асимптотическую стадию. Моделирование опыта проводилось при трех значениях начальной интенсивности турбулентности. Во всех случаях начальная скорость диссипации кинетической энергии турбулентности выбиралась из условия наилучшего совпадения результатов расчетов с экспериментальными данными (на момент прихода на возмущенную КГ отраженной от оси УВ,  $t \approx 0,8$ ).

Исходные данные для расчетов ТП представлены в табл. 2 ( $I$  — начальная интенсивность турбулентности). Здесь и далее  $R$  — квадрат пульсаций плотности;  $e_1$ ,  $e_2$  — продольная и поперечная компоненты кинетической энергии турбулентности;  $t$  — время включения уравнений ТП в расчет;  $Q$  — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности;  $L$  — начальная ширина возмущен-

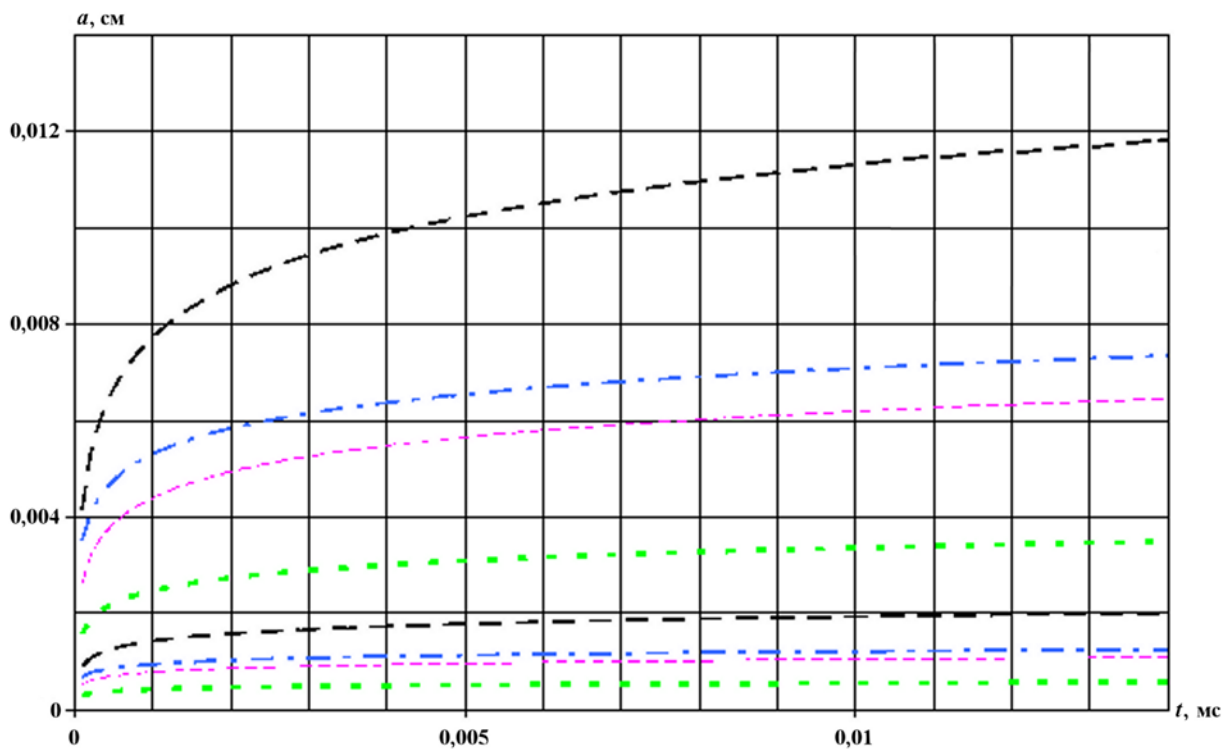


Рис. 3. Рост амплитуды пузырей и струй: - - - —  $a = 0,04$  мм,  $k = 6$ ; — • — —  $a = 0,12$  мм,  $k = 6$ ; ••• —  $a = 0,02$  мм,  $k = 12$ ; — — — —  $a = 0,08$  мм,  $k = 3$



Данные к расчетам ТП в цилиндрическом опыте

Номер расчета	$I, \%$	$t, \text{мс}$	$R$	$e_1$	$e_2$	$Q$	$L$
1	$\approx 1,66$	0,05	0,5	1,0	1,0	500	2 + 1
2	$\approx 3$	0,05	0,5	3,0	3,0	1 500	2 + 1
3	$\approx 10$	0,05	0,5	36,0	36,0	25 000	2 + 1

ной зоны (2 + 1 — две точки слева от КГ и одна точка справа от КГ). Результаты расчетных данных и экспериментальная информация представлены на рис. 4 (см. также цветную вкладку).

Приведенные на рис. 4 данные численного моделирования показывают, что экспериментальная ширина зоны ТП может быть описана в численных расчетах при различных значениях начальной интенсивности турбулентности.

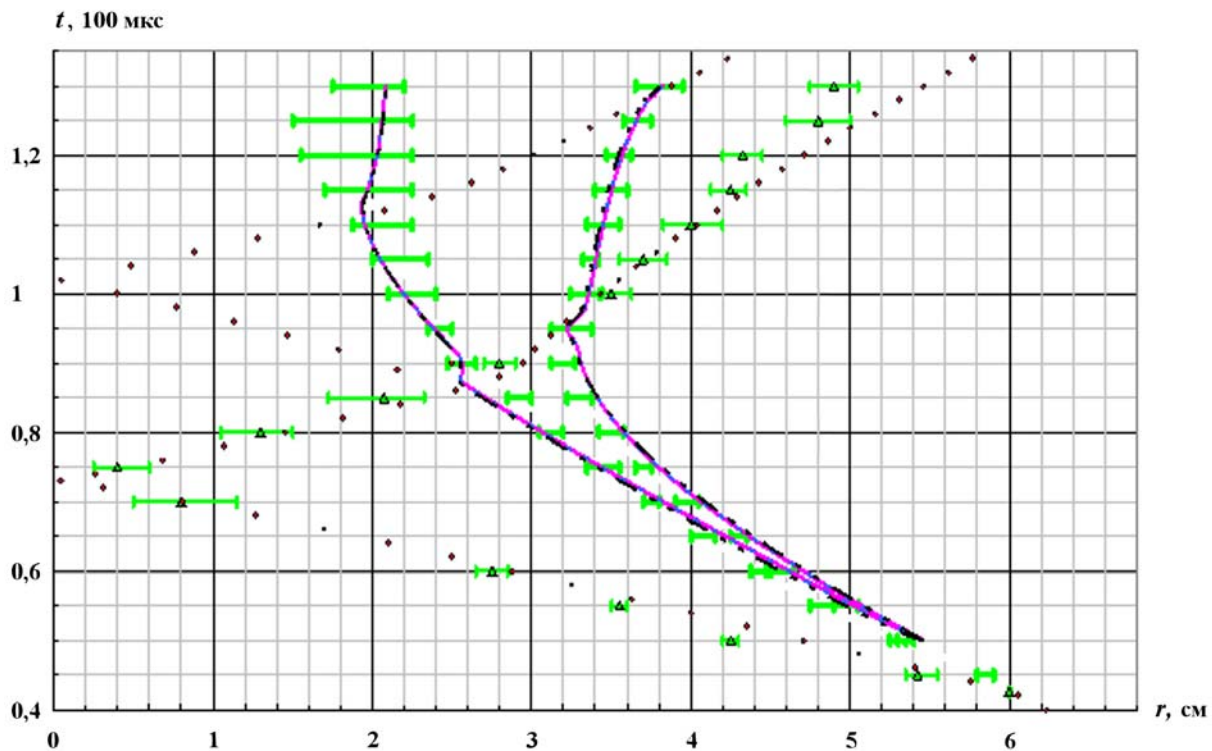


Рис. 4.  $(r, t)$ -диаграмма границ зоны ТП и УВ:  $\blacktriangle$  — УВ, эксперимент;  $\bullet$  — УВ, расчет; — — зона ТП, расчет 1; - - - — зона ТП, расчет 2; - · - · — зона ТП, расчет 3

**Опыт Пожжи и др.** В цилиндрическом опыте Е. Е. Мешкова исследовалось развитие только ширины зоны ТП. Для тестирования физической модели ТП этой информации недостаточно, поскольку желательно на экспериментальных данных проверять, насколько та или иная модель способна описать эволюцию кинетической энергии турбулентности, скорость диссипации, изменение турбулентных величин при взаимодействии турбулентного поля с УВ и т. д. В *плоском* опыте Пожжи и др. [19] такая информация была получена.

В опыте [19] вертикальная ударная труба с поперечным сечением  $8 \times 8$  см заполнена двумя газами ( $\text{SF}_6$  внизу и воздух сверху), первоначально разделенными пластиковой мембраной толщиной 0,3 мкм. Торец трубы, к которому примыкает воздух, закрыт жесткой стенкой. Начальное расстояние между КГ (мембраной) и жесткой стенкой ( $r = 0$ ) составляет 30 см. На другом конце трубы ( $r = 120$ ) формируется УВ с числом Маха  $M = 1,45$ , движущаяся по  $\text{SF}_6$ . В опыте развитие

зоны ТП происходит в результате ее взаимодействия с серией УВ, отраженных от левого торца ударной трубы. Геометрия задачи показана на рис. 5.

Характеристики пленки (разнотолщинность, прочность и т. д.) оказывают на начальном этапе некоторое влияние на развитие возмущений в окрестности КГ. Для того чтобы фиксировать начальный масштаб возмущений, рядом с мембраной размещалась сетка из тонкой проволоки с шагом сетки 1030 мкм и диаметром проволоки 80 мкм. После прохождения УВ мембрана движется в сторону сетки и разрушается на ней, в результате чего формируется начальная зона развития турбулентности. При этом масштаб начальных возмущений в опыте определяется размерами кусочков пленки, образующихся при разрыве мембраны УВ, размером ячеек проволочной сетки, толщиной проволоки и шероховатостью фронта падающей на КГ УВ.

Для определения зависимости положения и ширины зоны ТП от времени в экспериментах использовался теневой метод (шлирен-визуализация). С помощью лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) также измерялась компонента скорости, параллельная оси ударной трубы. Статистическая обработка результатов измерений скорости позволила определить эволюцию среднего квадрата продольных пульсаций скорости газовой смеси. В экспериментах расположение ЛДА-датчиков было выбрано последовательно в 5,1, 12,55, 16,1, 16,9 и 17,85 см вниз по течению от начального положения КГ (соответственно 24,9, 17,45, 13,9, 13,1, 12,15 см от левого торца трубы). Полученные в экспериментах данные дают информацию о степени затухания турбулентности после падения УВ на КГ, о степени усиления пульсаций скорости в результате взаимодействия отраженной от левого торца УВ с турбулентным полем (отношение значений квадрата пульсаций скорости на датчиках в 13,9 см и 17,45 см от левого торца трубы) и последующим затуханием турбулентности.

В расчете на правой границе, на расстоянии 120 см от левого торца ударной трубы, задается постоянное давление 2,15 бар, что приводит к формированию УВ в SF<sub>6</sub> со скоростью фронта 19,7 см/мс. УВ выходит на КГ при  $t \approx 4,6$ . После распада разрыва на КГ в воздухе бежит УВ, а в SF<sub>6</sub> — волна разрежения. В результате взаимодействия УВ с КГ воздух—SF<sub>6</sub> скорость КГ, плотности слева и справа от КГ и число Атвуда принимают соответственно значения  $U_{КГ} = 13$ ,  $\rho_{Air} = 0,00173$ ,  $\rho_{SF_6} = 0,00953$ ,  $A_+ = 0,69$ . Начальное состояние системы приводится в табл. 3, исходная информация для расчета ТП — в табл. 4. Расчет этапа развития неустойчивости выполнялся, как и ранее. Время окончания расчета  $t = 7$  мс (система единиц: г, см, мс).

По методике ВИХРЬ выполнено 3 расчета, в которых варьировались значения  $I$  и  $Q$ . Результаты расчетных и экспериментальных данных по эволюции ширины зоны ТП представлены на рис. 6 (см. также цветную вкладку). Значения продольной кинетической энергии турбулентности, полученные в эксперименте и в расчетах, показаны на рис. 7 (см. также цветную вкладку).

Оценим по экспериментальным данным корректность задания начальной интенсивности турбулентности и скорости диссипации в выполненных расчетах. Согласно экспериментальным данным

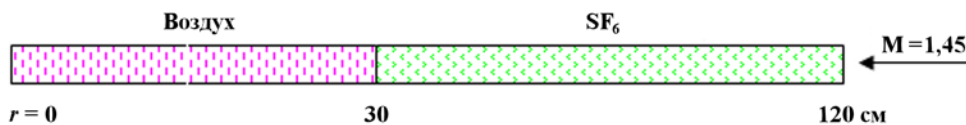


Рис. 5. Начальная геометрия задачи

Таблица 4

Таблица 3

Параметры начального состояния системы

Вещество	$M$	$\rho_0, \text{г/см}^3$	$E, \text{см}^2/\text{мс}^2$	$c_v$	$\gamma$
SF <sub>6</sub>	900	0,006	1 773	1,0	1,094
Воздух	300	0,0012	2 083,3	1,0	1,4

Данные к расчетам ТП в опыте Пожжи

Номер расчета	$I, \%$	$t$	$R$	$e_1$	$e_2$	$Q$	$L$
1	$\approx 20$	4,9	0,45	3,4	3,4	70	2 + 1
2	$\approx 3$	4,9	0,45	0,075	0,075	0,025	2 + 1
3	$\approx 10$	4,9	0,45	0,85	0,85	8	2 + 1

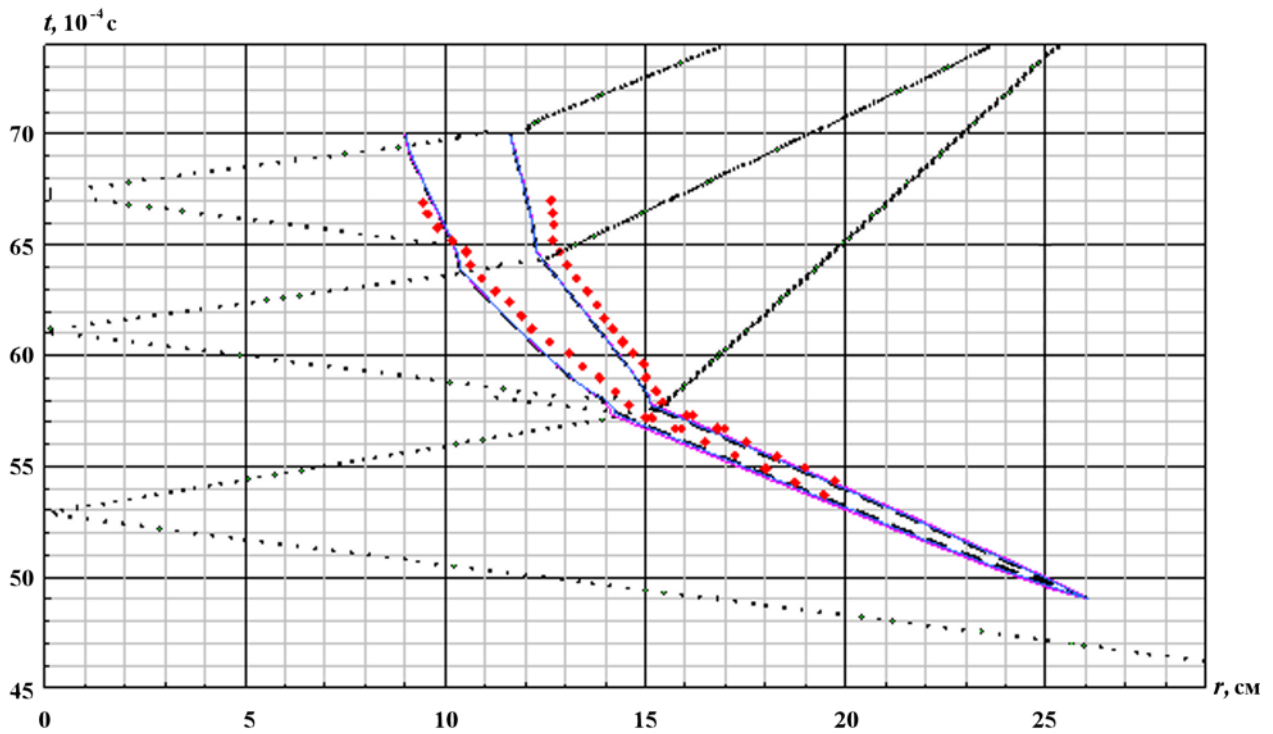


Рис. 6.  $(r, t)$ -диаграмма границ зоны ТП и УВ:  $\blacklozenge$  — зона ТП, эксперимент;  $\cdots$  — УВ, расчет; — — зона ТП, расчет 1; — — зона ТП, расчет 2; — — зона ТП, расчет 3

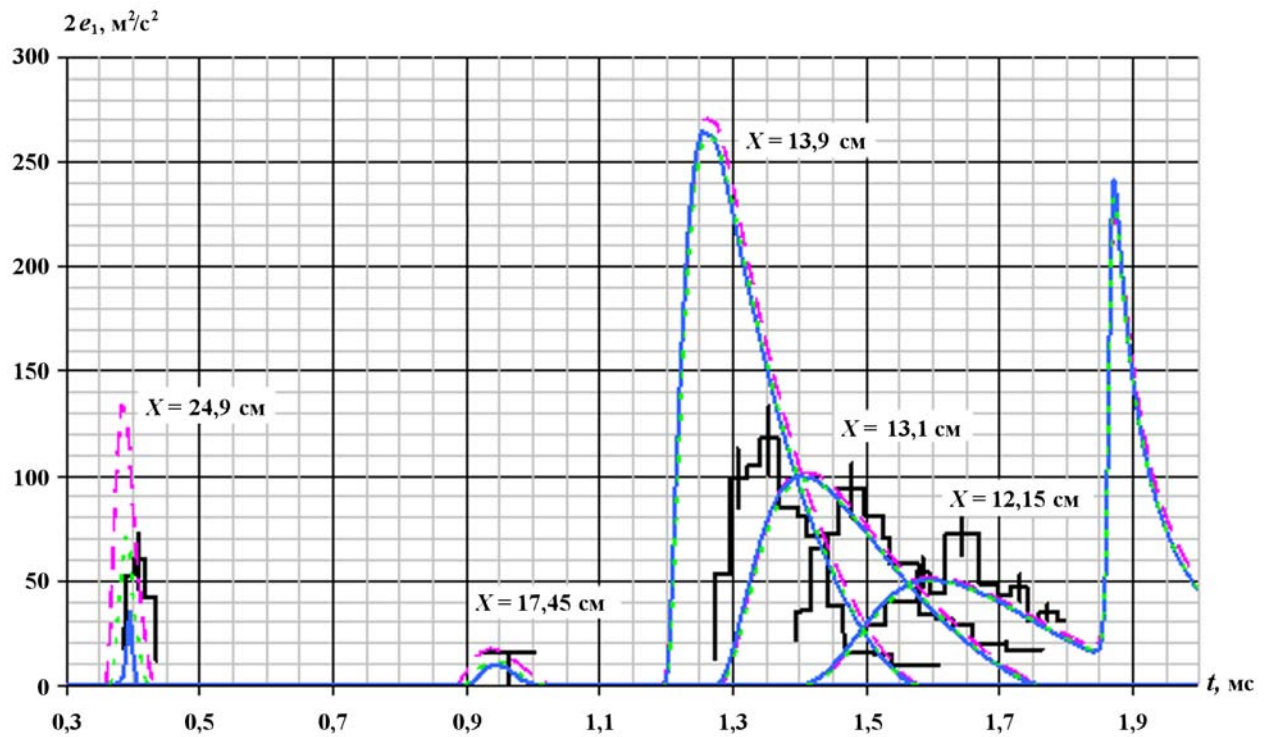


Рис. 7. Значения продольной кинетической энергии турбулентности: — — эксперимент; — — — расчет 1; — — — расчет 2; - - - — расчет 3

(см. рис. 7) на самом близком от КГ датчике (5,1 см) интенсивность турбулентности в расчетных единицах составляет  $\approx 6\%$ . Экспериментальное значение интенсивности турбулентности на датчике 12,55 см в расчетных единицах составляет  $\approx 3,3\%$ . В предположении линейности закона затухания кинетической энергии турбулентности начальная интенсивность турбулентности на КГ после прохождения УВ составит  $\approx 7,5\%$ . В эксперименте затухание продольной кинетической энергии турбулентности после прохождения УВ через КГ выше, чем при линейном законе, поскольку описывается законом  $e_1 \approx 540\Delta R^{-1,35} = 540(Ut)^{-1,35}$  ( $\Delta R$  — расстояние от первоначального положения КГ в см). Отметим, что экспериментальное затухание турбулентности согласуется с законом Колмогорова для изотропной турбулентности в несжимаемой жидкости ( $t^{-10/7}$ ). Следовательно в расчете 2 интенсивность начальной турбулентности задана ниже экспериментального уровня, в расчете 1 — выше. Начальная интенсивность турбулентности в расчете 3 согласуется с экспериментальной.

При сравнении численных результатов и данных эксперимента по эволюции ширины зоны ТП нужно учитывать, что в экспериментах не приводится информация о погрешности измерения положения границ зоны ТП, нет информации о влиянии проволочной сетки на характеристики турбулентности. Кроме того, следует принять во внимание, что в экспериментах замерялась не скорость газа, а скорость примесных частиц. В [4] показано, что при движении рассеивающих лазерное излучение примесных частиц их скорость меньше скорости газа. Если учесть последнее замечание, как это предложено в [4], значения продольной кинетической энергии турбулентности, полученные в расчетах, будут удовлетворительно согласовываться с экспериментом.

Как следует из рис. 6, экспериментальная ширина зоны ТП может быть описана в численных расчетах при различных значениях начальной интенсивности турбулентности. В расчете 2, несмотря на заниженное по сравнению с экспериментом значение начальной интенсивности турбулентности, ширина зоны ТП удовлетворительно согласуется с экспериментальной. Учитывая, что точные значения начальных данных для расчета этапа развития неустойчивости неизвестны (неизвестно также влияние проволочной сетки), полученные результаты можно признать удовлетворительными. Напомним, что моделирование опыта Пожжи проводилось и ранее по модели В. В. Никифорова. В работе [28] рассчитанная по методике ВИХРЬ эволюция ширины зоны ТП удовлетворительно согласуется с экспериментальной.

**Смыкание зон ТП — плоский опыт Е. Е. Мешкова.** На практике приходится моделировать развитие ТП в многослойных системах, в которых неустойчивость развивается на нескольких КГ и может впоследствии привести к смыканию зон ТП. В этой связи для тестирования численных методик представляет интерес плоский опыт Е. Е. Мешкова [16]. В этом опыте рассматривается развитие неустойчивости Рихтмайера—Мешкова и ТП на двух КГ (рис. 8). Ударная труба имеет прямоугольное сечение  $12 \times 4$  см. В качестве рабочих газов использовались воздух и гелий. УВ формировалась на правой границе трубы и перемещалась из воздуха в гелий и далее в воздух. Число Маха УВ в воздухе  $M \approx 1,3$ .

Нумерация КГ в расчете показана на рис. 8. Начальные параметры для газодинамического расчета даны в табл. 5, информация для расчета ТП представлена в табл. 6. Плотности газов соответствуют начальному давлению в газах, равному  $P_0 = 1$  атм, а удельная внутренняя энергия —

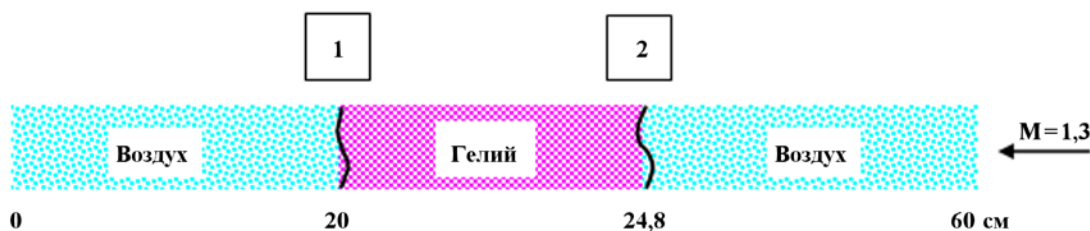


Рис. 8. Начальная геометрия задачи

Таблица 5

Таблица 6

Параметры начального состояния системы

Вещество	$\rho_0, \text{г/см}^3$	$\gamma$	$c_v$	$T$
Гелий	0,0001663	1,63	0,3334	28628,7
Воздух	0,001205	1,405	0,07158	28626,4

Данные к расчету ТП

Номер расчета	$I, \%$	Номер КГ	$t, \text{мс}$	$R$	$e_1 = e_2$	$Q$	$L$
1	$\approx 2$	2	0,8	0,55	0,09	60	1 + 3
		1	0,85	0,55	0,03	20	4 + 1
2	$\approx 10$	2	0,8	0,55	2,3	6 000	1 + 3
		1	0,85	0,55	0,75	2 000	4 + 1

начальной температуре  $20^\circ\text{C}$ . В расчетах используется уравнение состояния идеального газа. Единицы измерения в задаче: г, см,  $10^{-4}$  с. Выполнено два расчета на сетке с числом точек по областям  $1000 + 34 + 1750$ . При выходе УВ на КГ 2 ( $t \approx 0,797$  мс) и 1 ( $t \approx 0,835$  мс) происходит распад разрыва, в результате на КГ 2 имеем  $U_{\text{КГ}} \approx 21,5$  см/мс,  $\rho_{\text{Air}} \approx 0,0015$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{He}} \approx 0,0002$ ,  $A_+ \approx 0,76$ ; на КГ 1 получаем  $U_{\text{КГ}} \approx 12,1$ ,  $\rho_{\text{Air}} \approx 0,0017$ ,  $\rho_{\text{He}} \approx 0,00022$ ,  $A_+ \approx 0,77$ .

На рис. 9 (см. также цветную вкладку) показаны  $(r, t)$ -диаграммы границ зон ТП, полученные в расчете по методике ВИХРЬ с использованием модели В. В. Никифорова и в экспериментах.

При сравнении численных результатов и данных эксперимента по эволюции зон ТП нужно учитывать, что в экспериментах не приводится информация о погрешности измерения положения границ зоны ТП, нет данных о начальных значениях амплитуды и длины волны начального возмущения, что затрудняет постановку численного расчета.

Приведенные на рис. 9 данные численного моделирования показывают, что:

- при заданных значениях начальной интенсивности турбулентности и скорости диссипации эволюция зон ТП удовлетворительно согласуется с экспериментальной;
- экспериментальная ширина зоны ТП может быть описана в численных расчетах при различных значениях начальной интенсивности турбулентности.

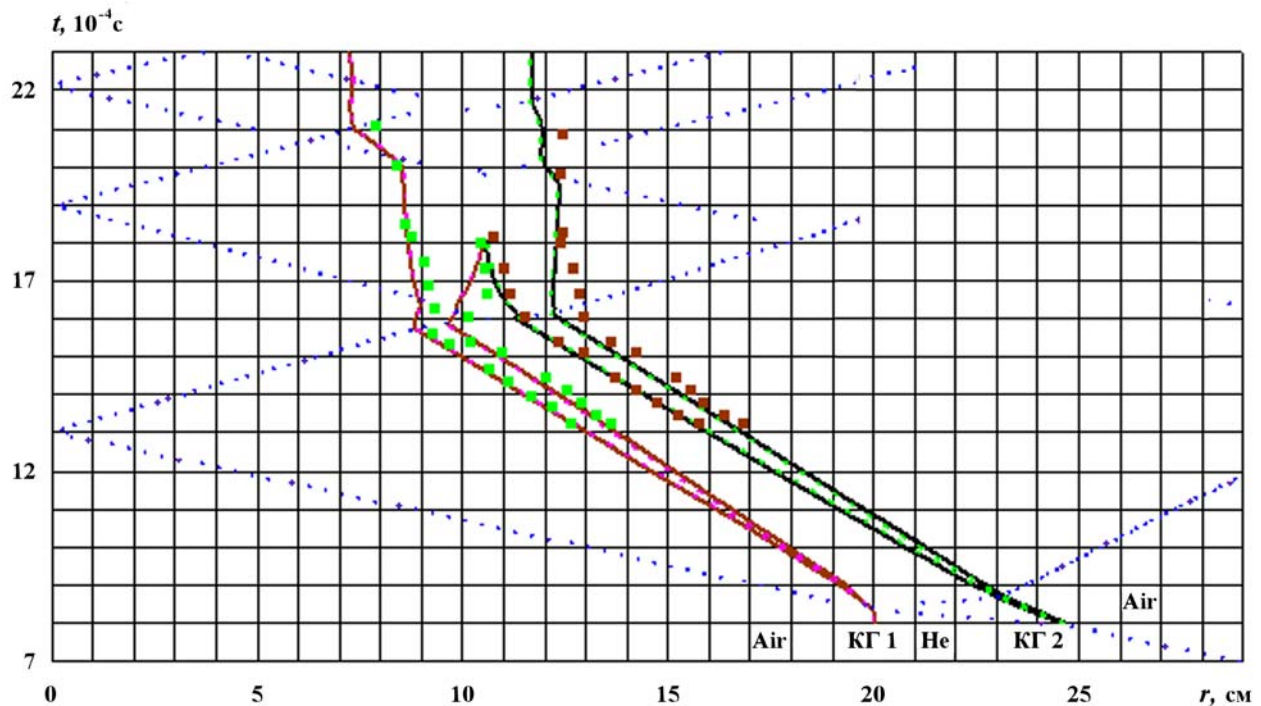


Рис. 9.  $(r, t)$ -диаграмма границ зон ТП и УВ:  $\dots$  — УВ, расчет;  $\blacksquare$  — зоны ТП на КГ, эксперимент;  $\text{—}$  — зоны ТП на КГ, расчет 1;  $\text{- - -}$  — зоны ТП на КГ, расчет 2

Моделирование опыта Е. Е. Мешкова по ТП на КГ трехслойной газовой системы проводилось с использованием модели В. В. Никифорова и ранее, по методикам ТОГА и ВИХРЬ. Представленные в [16, 29] результаты также удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными по развитию ширины зоны ТП.

### Заключение

По методике ВИХРЬ с использованием модели В. В. Никифорова выполнены расчеты ТП, наблюдаемого в трех модельных опытах. Моделирование каждого опыта проводилось при различных начальных значениях интенсивности турбулентности и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности.

В результате проведенных расчетов установлено, что экспериментальная ширина зоны ТП может быть описана в численных расчетах при различных значениях начальной интенсивности турбулентности при условии, что к моменту прихода отраженной УВ в возмущенной зоне сформируется близкая по характеристикам турбулентность (последнее определяется начальной скоростью диссипации кинетической энергии турбулентности). Для устранения неопределенности в задании начальных условий при моделировании неустойчивости и ТП необходимо в экспериментах замерять пульсации скорости после взаимодействия УВ с КГ (современная диагностическая аппаратура позволяет это сделать). Полученная информация может быть использована для уточнения параметров инициирования на основе статистики расчетов модельных опытов и практических задач.

### Список литературы

1. Разин А. Н., Долголева Г. В., Мясачих С. В. и др. Развитие методик и программ расчета турбулентных течений с использованием модели В. В. Никифорова // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2007. Вып. 1. С. 121.
2. Разин А. Н., Трутнев Ю. А. Обзор современных методик расчета турбулентного перемешивания // Там же. 2008. Вып. 1. С. 3.
3. Разин А. Н., Трутнев Ю. А., Шапоренко Е. В. Некоторые результаты моделирования турбулентного перемешивания в одномерных течениях, полученные по современным методикам расчета // Там же. С. 14.
4. Kozlov V. I., Sapozhnikov I. V. Non-steady turbulent flows' simulation on the base of modified Nikiforov model // Proc. 10<sup>th</sup> IWPCTM. Paris, France, 2006. P. 140.
5. Richtmyer R. D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids // Commun. Pure Appl. Math. 1960. Vol. 13. P. 297.
6. Yang Y., Zhang Q., Sharp D. H. Small amplitude theory of Richtmyer-Meshkov instability // Phys. Fluids A. 1994. Vol. 6(5). P. 1856.
7. Zhang Q., Sohn S. I. Nonlinear theory of unstable fluid driven by shock wave // Phys. Fluids. 1997. Vol. 9(4). P. 1106.
8. Sadot O., Erez L., Alon U. et al. Study of nonlinear evolution of single-mode and two-bubble interaction under Richtmyer-Meshkov instability // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80(8). P. 1654.
9. Wouchuk J. G. Growth rate of the Richtmyer-Meshkov instability when a rarefaction is reflected // Physics of Plasmas. 2001. Vol. 8(6). P. 2890.
10. Alon U., Shvarts D., Mukamel D. Scale-invariant regime in Rayleigh-Taylor bubble-front dynamics // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 48(2). P. 1008.
11. Rikanati A., Alon U., Shvarts D. Vortex model for the nonlinear evolution of the multimode Richtmyer-Meshkov instability at low Atwood numbers // Ibid. 1998. Vol. 58(6). P. 7410.

12. *Bliznetsov M. V., Meshkov E. E., Nevmerzhitsky N. V. et al.* Influence of scales of initial perturbations on Rayleigh-Taylor instability growth on gas-liquid interface // Proc. 8<sup>th</sup> IWPCTM. USA, Pasadena, 2001.
13. *Erez L., Sadot O., Oron D et al.* Study of the membrane effect on turbulent mixing measurements in shock tubes // Shock Wave. 2000. Vol. 10. P. 241.
14. *Prasad J. K., Rasheed A., Kumar S., Sturtevant B.* The late-time development of the Richtmyer-Meshkov instability // Phys. Fluids. 2000. Vol. 12(8). P. 2108.
15. *Андронов В. А., Козлов В. И., Никифоров В. В. и др.* Методика расчета турбулентного перемешивания в одномерных течениях (методика ВИХРЬ) // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1994. Вып. 2. С. 59.
16. *Андронов В. А., Бахрах С. М., Мешков Е. Е. и др.* Экспериментальное исследование и численное моделирование турбулентного перемешивания в одномерных течениях // Докл. АН СССР. 1982. Т. 264, № 1. С. 76.
17. *Разин А. Н.* Развитие неустойчивости Рихтмайера—Мешкова и турбулентное перемешивание в плоской трехслойной газовой системе // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2005. Вып. 1—2. С. 34.
18. *Невмержуцкий Н. В., Разин А. Н., Сотсков Е. А. и др.* Исследование развития турбулентного перемешивания и возмущений в газах с повышенной сжимаемостью при числах Маха ударной волны от 2 до 9 // Там же. 2007. Вып. 1.
19. *Poggi F., Thorembeay M.-H., Rodriguez G.* Velocity measurements in gaseous mixtures induced by Richtmyer-Meshkov instability // Physics of Fluids. 1998. Vol. 10, No. 11. P. 2698.
20. *Jacobs J. W., Krivets V. V.* Experimental investigation of Richtmyer-Meshkov instability after a second interaction with a reflected shock wave // Proc. 8<sup>th</sup> IWPCTM. USA, Pasadena, 2001.
21. *Anderson M., Oakly J., Puranik B., Bonazza R.* Experimental study of a strongly shocked gas interface with visualized initial conditions // Ibid.
22. *Robey H. F., Glendinning S. G., Greenough J. A., Weber S. V.* A vortex model for studying the effect of shock proximity on Richtmyer-Meshkov instability at high Mach number // Ibid.
23. *Houas L., Jourdan G., Filpa V. et al.* On the mutual penetrations of two gases submitted to the Richtmyer-Meshkov instability // Proc. 9<sup>th</sup> IWPCTM. USA, Cambridge, 2004.
24. *Schilling O., Latini M., Don W.-S.* Investigation of the large-scale and statistical properties of Richtmyer-Meshkov instability-induced mixing // Ibid.
25. *Meyer K. A., Blewett P. J.* Numerical investigation of the stability of a shock-accelerated interface between two fluids // Phys. Fluids. 1972. Vol. 15(5). P. 753.
26. *Plesset M. S.* On the stability of fluid flows with spherical symmetry // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25(1). P. 96.
27. *Mikaelian K. O.* Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities and mixing in stratified spherical shells // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 42(6). P. 3400.
28. *Козлов В. И., Разин А. Н.* Поведение средних квадратов пульсаций скорости при взаимодействии зоны турбулентного перемешивания с ударными волнами // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2001. Вып. 3. С. 3.
29. *Разин А. Н.* Численное моделирование турбулентного перемешивания по модели В. В. Никифорова. Проблемы и пути развития // Там же. 2003. Вып. 1—2. С. 3.