

УДК 519.6

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ФРАГМЕНТАЦИИ ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

В. Ю. Мельцас, Г. Ф. Портнягина
(РФЯЦ-ВНИИЭФ)

Приводится описание модели разрушения тонких металлических сферических оболочек под действием интенсивных нагрузок с образованием двух фракций фрагментов и расчетом их спектра по массе. Дальнейший расчет движения фрагментов ведется по модели гетерогенной среды, состоящей из газа и твердых частиц. Приведены примеры расчетов пространственной сепарации осколков в зависимости от их размеров.

Ключевые слова: тонкие металлические оболочки, детонация, разрушение, осколки, спектр осколков, гетерогенная среда *газ—частица*, численные расчеты.

Введение

Разрушению металлических оболочек под действием интенсивных нагрузок посвящено достаточно много работ, как экспериментальных, так и теоретических [1–3]. Среди них много работ по моделям разрушения тонких оболочек [4–7]. В дальнейшем термин *разрушение* будем употреблять наряду с термином *фрагментация*, подразумевая, что при разрушении возникает достаточно большое (несколько тысяч) число осколков, или фрагментов.

В данной работе описана одна из моделей фрагментации оболочек [6–8], которая была реализована в методике расчета двумерных задач газодинамики ДИАДА-2D [9]. Численная схема, используемая в методике ДИАДА-2D, основана на методе С. К. Годунова, широко применяемом в России и, особенно, за рубежом [10]. Расчет течения газа проводится в криволинейной эйлеровой подвижной системе координат, что позволяет при необходимости выделять контактные границы, ударные и детонационные волны [9].

Основные положения модели фрагментации оболочек [6] следующие:

- толщина оболочки намного меньше ее радиуса ($h/R_0 \ll 1$);
- время действия нагрузки существенно больше времени прохождения волны по толщине оболочки ($\tau \gg h/c$);
- материал оболочки является упруговязкопластическим;
- откольное разрушение отсутствует.

Модель фрагментации была дополнена численной моделью разрушения оболочки с образованием двух фракций осколков — крупных и мелких — с расчетом их спектра по массе [7]. Под крупными осколками подразумеваются осколки, имеющие обе поверхности оболочки, под мелкими — одну или ни одной.

После фрагментации оболочки дальнейший расчет движения осколков в потоке газа, состоящего в рассматриваемом случае из воздуха и продуктов взрыва (ПВ), проводится по модели гетерогенной среды *газ—частицы*. Уравнения движения частиц представляются в лагранжевом виде, движения газа — в эйлеровом. Таким образом, задача решается в два этапа. На первом этапе рассчитывается фрагментация оболочки и определяется спектр осколков по массе. На втором этапе из всей совокупности осколков формируются ансамбли, или пакеты частиц. Считается, что в пакете находятся частицы одинакового размера с равными начальными скоростями и координатами. Взаимодействием частиц между собой пренебрегается.

Расчет движения неразрушенной оболочки

Будем считать, что оболочку определяют следующие параметры:

$(x_i^H, r_i^H), (x_i^B, r_i^B)$ — соответственно координаты ее наружной и внутренней поверхностей;

d_0 — начальный диаметр;

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{— цилиндрическая оболочка;} \\ 2 & \text{— сферическая оболочка;} \end{cases}$$

ρ_0 — плотность материала оболочки [г/см³];

μ — модуль сдвига материала оболочки [ГПа];

η — динамическая вязкость [ГПа·10⁻⁵с];

J_0 — статический предел упругости при растяжении [ГПа];

D^* — константа предельной удельной диссипации [кДж/г];

γ — удельная энергия на образование единицы свободной поверхности [кДж/см²].

Все вычисляемые величины будем относить к середине интервала $(i + 1/2)$ срединной линии оболочки, вычисляемой по координатам наружной и внутренней ее сторон:

$$x_{i+1/2}^H = \frac{x_i^H + x_{i+1}^H}{2} - \frac{r_{i+1}^H - r_i^H}{2} \frac{\sin \Theta_{i+1/2}}{1 + \cos \Theta_{i+1/2}}; \quad r_{i+1/2}^H = \frac{r_i^H + r_{i+1}^H}{2} - \frac{x_{i+1}^H - x_i^H}{2} \frac{\sin \Theta_{i+1/2}}{1 + \cos \Theta_{i+1/2}},$$

где Θ — половина центрального угла. Аналогично вычисляются $x_{i+1/2}^B, r_{i+1/2}^B$. Полагаем

$$x_{i+1/2}^s = \frac{x_{i+1/2}^H + x_{i+1/2}^B}{2}; \quad r_{i+1/2}^s = \frac{r_{i+1/2}^H + r_{i+1/2}^B}{2}.$$

Следуя работам [6—8], приведем расчетные формулы.

Ускорение элемента оболочки вычисляется по формуле

$$\ddot{\overline{W}}_{i+1/2}^n = \frac{\Delta P_{i+1/2}}{\rho_{i+1/2} h_{i+1/2}} - \frac{\alpha \sigma_{i+1/2}}{r_{i+1/2}^{\vartheta} \rho_{i+1/2}}.$$

Здесь $\Delta P_{i+1/2}$ — перепад давления на оболочке; $\rho_{i+1/2}$ — текущая плотность оболочки; $h_{i+1/2}$ — толщина оболочки; $r_{i+1/2}^{\vartheta}$ — эффективный радиус оболочки, $r_{i+1/2}^{\vartheta} = \min \{ R_{\Theta_{i+1/2}}, R_{i+1/2} \}$, где $R_{\Theta_{i+1/2}}$ — локальный радиус кривизны:

$$R_{\Theta_{i+1/2}} = \begin{cases} \frac{\sqrt{(x_i^s - x_{i+1}^s)^2 + (r_i^s - r_{i+1}^s)^2}}{2 \sin \Theta_{i+1/2}}, & \text{если } |\Theta_{i+1/2}| > \varepsilon_2; \\ \infty, & \text{если } |\Theta_{i+1/2}| \leq \varepsilon_2; \end{cases}$$

$h_{i+1/2} \rho_{i+1/2} (r_{i+1/2}^{\vartheta})^\alpha = h_0 \rho_0 r_0^\alpha$; $\sigma_{i+1/2}$ — напряжение.

Нормальная скорость элемента оболочки вычисляется по формуле

$$\overline{\overline{W}}_{i+1/2}^n = W_{i+1/2}^n + \ddot{\overline{W}}_{i+1/2}^n \tau,$$

где τ — временной шаг.

Скорость кольцевой деформации — $\dot{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} = \overline{\overline{W}}_{i+1/2}^n / r_{i+1/2}^{\vartheta}$, а величина кольцевой деформации — $\overline{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} = \varepsilon_{\Theta_{i+1/2}} + \dot{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} \tau$.

Текущая плотность элемента оболочки — $\overline{\overline{\rho}}_{i+1/2} = \rho_{i+1/2} \exp(-\alpha \overline{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}})$.

Скорость изменения девиатора касательного напряжения

$$\dot{\bar{S}}_{\Theta_{i+1/2}} = \frac{1}{\alpha} \frac{4}{3} \mu \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} - \frac{\mu}{\eta} \frac{S_{\Theta_{i+1/2}}}{|S_{\Theta_{i+1/2}}|} XH(X),$$

где $X = |S_{\Theta_{i+1/2}}| - \frac{1}{\alpha} \frac{2}{3} J_0$; $H(X) = \begin{cases} 1 & X > 0; \\ 0 & X \leq 0 \end{cases}$ — функция Хэвисайда.

Полное напряжение в элементе — $\bar{\sigma}_{\Theta_{i+1/2}} = \alpha \frac{3}{2} \bar{S}_{\Theta_{i+1/2}}$.

Скорость упругой деформации — $\dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e = \frac{\dot{\bar{S}}_{\Theta_{i+1/2}}}{2\mu} + \frac{\alpha}{3} \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}$.

Скорость пластической деформации — $\dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^p = \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} - \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e$.

Накопленная удельная (на единицу массы) упругая энергия равна $\bar{E}_{i+1/2} = E_{i+1/2} + \alpha \frac{\bar{\sigma}_{\Theta_{i+1/2}}}{\bar{\rho}_{i+1/2}} \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e \tau$.

Суммарная по времени пластическая диссипация энергии $\bar{D}_{i+1/2} = D_{i+1/2} + \alpha \frac{\bar{\sigma}_{\Theta_{i+1/2}}}{\bar{\rho}_{i+1/2}} \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e \tau$.

Всюду величины с двумя чертами относятся к $(n+1)$ -му временному слою, а точка над величиной означает дифференцирование по времени.

Расчет движения разрушенной оболочки

Если выполняется условие $\bar{D}_{i+1/2} > D^*$, то элемент оболочки объявляется разрушенным и вычисляется среднее количество осколков от этого элемента:

$$\langle N \rangle = \begin{cases} \left[\frac{\pi \rho_0 2 R_0 \bar{E}}{\gamma} \right] & \text{для цилиндрической оболочки } (\alpha = 1); \\ \left[\pi k \left(\frac{\rho_0 2 R_0 \bar{E}}{\gamma} \right)^2 \right] & \text{для сферической оболочки } (\alpha = 2), \end{cases}$$

где $\langle N \rangle$ — количество фрагментов на полную сферическую или цилиндрическую оболочку; $k = 0,2 \approx S/P^2$ — коэффициент формы, S — площадь фрагмента, P — полупериметр фрагмента; \bar{E} — накопленная упругая энергия.

Количество осколков для элемента принимается пропорциональным его площади в случае сферической оболочки или длине в случае цилиндрической оболочки, т. е.

$$\langle N \rangle_{i+1/2} = \begin{cases} \frac{S_{i+1/2}}{4\pi R_{i+1/2}^2} \langle N \rangle & \text{для сферической оболочки;} \\ \frac{l_{i+1/2}}{2\pi R_{i+1/2}} \langle N \rangle & \text{для цилиндрической оболочки,} \end{cases}$$

где $l_{i+1/2} = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (r_{i+1} - r_i)^2}$.

Размеры фрагментов определяются по формуле

$$l_f = \begin{cases} \frac{\pi d_0}{N} & \text{для цилиндрической оболочки;} \\ 4d_0 \sqrt{\frac{\pi k}{N}} & \text{для сферической оболочки.} \end{cases}$$

На момент t^* фрагментации элемента запоминаются значения текущего радиуса $R_{i+1/2}^*$ и толщины оболочки $h_{i+1/2}^*$.

Для дальнейшего расчета разлета разрушенной оболочки вычисляются следующие величины. Степень перфорации вычисляется по формуле

$$\alpha_p = \begin{cases} 1 - \frac{R_{i+1/2}^*}{r_{i+1/2}} & \text{для цилиндрической оболочки;} \\ 1 - \left(\frac{R_{i+1/2}^*}{r_{i+1/2}} \right)^2 & \text{для сферической оболочки.} \end{cases}$$

Скорость фрагментов разрушенного элемента оболочки вычисляется по формуле

$$\overline{W}_{i+1/2}^n = W_{i+1/2}^n + \frac{\Delta P_{i+1/2}}{\rho_{i+1/2}^* h_{i+1/2}^*} (1 - \alpha_p) \tau.$$

Математическая модель взрывного разрушения оболочек с образованием двух фракций осколков

В [7] изложена математическая модель разрушения тонких сферических оболочек с образованием двух фракций осколков — крупных фрагментов типа L , образованных магистральными сквозными трещинами и содержащих обе исходные поверхности оболочки, и сопутствующих мелких откольных фрагментов типа S , содержащих одну исходную поверхность. В качестве критерия разрушения принимается критерий предельной удельной диссипации накопленной упругой энергии. Считается, что разрушение оболочки происходит за счет расхода упругой энергии, накопленной в оболочке на момент $t = t^*$ при выполнении критерия разрушения $D(t) \geq D^*$, где $D(t)$ — текущее значение упругой энергии, D^* — ее критическое значение. Число фрагментов, на которое разрушится оболочка, находится из условия баланса упругой энергии, накопленной в оболочке, и работы по отрыву и сдвигу материала. Для описания распределения фрагментов по массе при взрывном дроблении оболочек используется распределение Вейбулла [11]

$$N(< m) = N_0 \left(1 - \exp \left(- \left(\frac{m}{m_*} \right)^\Lambda \right) \right),$$

где $N(< m)$ — число осколков с массой, меньшей m ; N_0 — полное число осколков; m_* — характерная масса осколка; $\Lambda > 0$ — показатель качества дробления.

Пусть из всего спектра крупных осколков типа L нужно выделить K_L ансамблей фрагментов с массами $m_1^L, m_2^L, \dots, m_{K_L}^L$: $m_{\min}^L < m_1^L < m_2^L < \dots < m_{K_L}^L < m_{\max}^L$, где m_{\min}^L и m_{\max}^L — некоторые предельные минимальная и максимальная массы элементов фракции крупных осколков. При условии $\gamma S_j^L / 2 = k_E E_* m_j^L$ (γ — удельная энергия, необходимая для создания единицы поверхности разрушения; S_j^L — площадь поверхности, возникающей при разрушении *предварительного* крупного фрагмента, масса которого после отрыва от него мелких осколков равна m_j^L ; k_E — доля упругой энергии, затрачиваемой на фрагментацию оболочки (как правило, $k_E = 1$); E_* — удельная упругая энергия, накопленная на момент разрушения) полное число крупных фрагментов N_0^L определяется по формуле

$$N_0^L = \frac{k_M^L M}{\sum_{i=1}^{K_L} m_j^L (\beta_j^L - \beta_{j+1}^L)},$$

где k_M^L — массовая доля осколков крупной фракции ($0 < k_M^L \leq 1$; при $k_M^L = 1$ распределение осколков по массе будет однокомпонентным); M — масса оболочки; $\beta_j^L = \exp \left(- \left(\frac{\sqrt{m_{j-1}^L - m_j^L - m_{\min}^L}}{m_*^L} \right)^{\Lambda_L} \right)$;

$m_0^L = m_{\min}^L$; $m_{K_L+1}^L = m_{\max}^L$; m_*^L — характерная масса крупных фрагментов. Число фрагментов ансамбля m_j^L ($j = 1, 2, \dots, K_L$) составляет для крупных фрагментов

$$N_j^L = N_0^L (\beta_j^L - \beta_{j+1}^L), \quad j = 1, 2, \dots, K_L.$$

Аналогично рассчитывается распределение осколков в мелкой (откольной) фракции. Пусть из всего спектра мелких фрагментов типа S нужно выделить K_S ансамблей фрагментов с массами $m_1^S, m_2^S, \dots, m_{K_S}^S$: $m_{\min}^S < m_1^S < m_2^S < \dots < m_{K_S}^S < m_{\max}^S$, m_{\min}^S и m_{\max}^S — некоторые предельные минимальная и максимальная массы элементов фракции мелких осколков. Тогда в предположении, что энергия, расходуемая на отрыв мелкого фрагмента от предварительного крупного фрагмента, в точности равна энергии, запасенной в этом мелком фрагменте ($\gamma S_j^S = k_E E_* m_j^S$), полное число мелких фрагментов N_0^S определяется по формуле

$$N_0^S = \frac{(1 - k_M^L)M}{\sum_{i=1}^{K_S} m_i^S (\beta_i^S - \beta_{i+1}^S)},$$

где $\beta_j^S = \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{m_{j-1}^S m_j^S} - m_{\min}^S}{m_*^S}\right)^{\Lambda_S}\right)$; $m_0^S = m_{\min}^S$; $m_{K_S+1}^S = m_{\max}^S$; m_*^S — характерная масса мелких фрагментов. Число фрагментов ансамбля m_j^S ($j = 1, 2, \dots, K_S$) составляет для мелких фрагментов

$$N_j^S = N_0^S (\beta_j^S - \beta_{j+1}^S), \quad j = 1, 2, \dots, K_S.$$

Полное число фрагментов

$$N_0 = N_0^L + N_0^S.$$

Ограничения на минимальные допустимые массы фрагментов:

$$m_{\min}^L \geq \frac{36\pi}{\rho_0^2} \alpha_1^3 \left(\frac{\gamma}{k_E E_*}\right)^3; \quad m_{\min}^S \geq \frac{9\pi}{2\rho_0^2} \alpha_1^3 \left(\frac{\gamma}{k_E E_*}\right)^3,$$

где $0 < \alpha_1 \leq 1$; ρ_0 — плотность оболочки.

Математическая модель движения двухфазной среды, состоящей из газа и частиц, в эйлерово-лагранжевом представлении

Рассматривается движение двухфазной среды, состоящей из газа и частиц, для случая их малого объемного содержания. В свою очередь, будем считать газ двухкомпонентной гомогенной смесью, состоящей из воздуха и ПВ.

Система уравнений для газа. Система уравнений для двухкомпонентного газа в двумерной осесимметричной или плоской геометрии имеет вид [10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Q\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(Q\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(Q\rho v)}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial(\rho u Q)}{\partial t} + \frac{\partial((\rho u^2 + P)Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v Q)}{\partial y} &= -F_x \rho Q; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(\rho v Q)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v Q)}{\partial x} + \frac{\partial((\rho v^2 + P)Q)}{\partial y} = -F_y \rho Q + Q'(y)P; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon Q)}{\partial t} + \frac{\partial((\varepsilon + p)uQ)}{\partial x} + \frac{\partial((\varepsilon + p)vQ)}{\partial y} = -uF_x \rho Q - vF_y \rho Q - Q_T;$$

$$\frac{\partial(\rho \alpha Q)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \alpha Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \alpha Q)}{\partial y} = 0,$$

где $Q = \begin{cases} 1 & \text{— плоская задача;} \\ y & \text{— осесимметричная задача;} \end{cases}$ α — массовая концентрация воздуха; $\varepsilon = \rho \left(E + \frac{u^2 + v^2}{2} \right)$;

Q_T — тепловой поток. Правые части в (1) будут конкретизированы ниже. Система (1) дополняется уравнением состояния газа, представляющего собой смесь воздуха и ПВ [12].

Система уравнений для частиц. Совокупность всех частиц разобьем на ансамбли или пакеты. Будем считать, что в каждом конкретном пакете — частицы одного размера с одинаковыми параметрами. Систему уравнений движения частиц из m -го пакета имеем в виде

$$\frac{dx_m}{dt} = u_m; \quad \frac{dy_m}{dt} = v_m; \quad \frac{du_m}{dt} = f_{x_m}; \quad \frac{dv_m}{dt} = f_{y_m}; \quad \frac{dE_m}{dt} = q_{mT}. \quad (2)$$

Здесь $m = 1, \dots, N$ (N — количество пакетов); $f_{x_m} = f_{x_s} + f_{x_A} + f_{x_p} + f_{x_\mu}$; $f_{y_m} = f_{y_s} + f_{y_A} + f_{y_p} + f_{y_\mu}$; f_{x_s} , f_{y_s} — компоненты силы сопротивления; f_{x_A} , f_{y_A} — компоненты силы Архимеда; f_{x_p} , f_{y_p} — компоненты силы за счет присоединенной массы; f_{x_μ} , f_{y_μ} — компоненты силы вязкого трения; q_{mT} — тепловой поток от газа к частице. Тепловой поток Q_T из правой части четвертого уравнения (1) определяется по формуле $Q_T = S\beta(T - T_{mTp})$, где β — коэффициент теплоотдачи, для сферической формы частицы $\beta = \frac{\lambda Nu}{d_P}$ (λ — коэффициент теплоотдачи частицы; d_P — диаметр частицы; Nu — число Нуссельта); S — площадь поверхности частицы; T — температура газа; T_{mTp} — температура поверхности частиц. Формулы для вычисления сил, действующих на частицу, и теплообмена между газом и частицей приведены в работе [13].

Решение систем (1) и (2) проводится поэтапно, путем разбиения по физическим процессам. На первом этапе решается система уравнений для газа с нулевыми правыми частями методом Годунова. Получаются значения величин $\bar{\rho}$, \bar{u} , \bar{v} , \bar{E} , $\bar{\alpha}$. По полученным значениям вычисляются правые части системы уравнений (2) для частиц, и эта система решается методом Эйлера. Далее по полученным значениям уточняются газодинамические параметры в ячейках. Это достигается путем решения уравнений для газа

$$\frac{du}{dt} = 0; \quad \frac{d(\rho u)}{dt} = -F_x \rho; \quad \frac{d(\rho v)}{dt} = -F_y \rho; \quad \frac{d(E\rho)}{dt} = -Q_T, \quad (3)$$

где $F_x = \frac{\sum V_m f_{x_m}}{V_{ij}}$, $F_y = \frac{\sum V_m f_{y_m}}{V_{ij}}$ — компоненты объемной силы; $Q_T = \frac{\sum V_m q_{mT}}{V_{ij}}$; V_m — суммарный объем частиц. Здесь суммирование ведется по пакетам, попавшим в ячейку с объемом V_{ij} . Во всех приведенных ниже расчетах теплообмен между газом и фрагментами не учитывался. Из всех сил учитывалась только сила сопротивления.

Численные примеры

Расчеты в одномерной постановке. Здесь проводится сравнение количества осколков и их скоростей, полученных в экспериментах [5] и в расчетах, при взрыве шаровых зарядов различной массы, окруженных металлическими оболочками из алюминия или стали.

В опытах для взрывного нагружения оболочек использовались литые заряды взрывчатых веществ (ВВ) сферической формы ТГ 50/50, различающиеся по массе примерно в 20 раз. Однако отношения массы оболочки к массе заряда отличались незначительно. В качестве металлической оболочки, окружающей заряд ВВ сферической формы, использовались прилегающие к поверхности ВВ и состыкованные между собой полусферические оболочки постоянной толщины из стали или алюминиевого сплава, масса которых составляла $\approx 30\%$ от массы ВВ. Инициирование заряда ВВ производилось детонатором, установленным либо на поверхности заряда ВВ, либо в центре. В эксперименте для определения количества осколков и их поражающего действия на расстояниях $L \approx (4,5 \div 4,9)R_{ВВ}$ от центра заряда устанавливались преграды (экраны).

В табл. 1 приведены основные параметры при постановке опытов и расчетов, а также полученные результаты — скорость и количество осколков. Здесь $M_{ВВ}$ — масса заряда ВВ; $R_{ВВ}$ — радиус заряда ВВ; $M_{ин}$ — масса оболочки; V_1 — экспериментальная скорость осколков; N_1 — экспериментальное количество осколков; V_2 — расчетная скорость осколков; N_2 — расчетное количество осколков; $m_*^L = m_*^S$ — характерная масса осколков, принятая в расчете.

В проведенных расчетах детонация ВВ начиналась из центра. Для оболочки из стали в расчетах принимались следующие параметры: $\rho_0 = 7,85 \text{ г/см}^3$; $\gamma = 0,09 \text{ кДж/см}^2$; $D^* = 0,3 \text{ кДж/г}$; $\mu = 77 \text{ кПа}$; $\eta = 9,2 \text{ ГПа} \cdot 10^{-5} \text{ с}$; $J_0 = 2,3 \text{ ГПа}$; $\alpha_1 = 1$, $k_E = 1$; для алюминиевой оболочки $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$; $\gamma = 0,04 \text{ кДж/см}^2$; $D^* = 0,03 \text{ кДж/г}$; $\mu = 27,7 \text{ кПа}$; $\eta = 10 \text{ ГПа} \cdot 10^{-5} \text{ с}$; $J_0 = 0,29 \text{ ГПа}$ [7]; $\alpha_1 = 1$; $k_E = 1$.

На рис. 1, 2 приведены графики распределения осколков по их массе. Из рисунков видно, что в расчетах с $M_{ВВ} = 0,248 \text{ кг}$ масса осколков не превышает 0,2 г, для $M_{ВВ} = 0,935 \text{ кг}$ масса осколков менее 1 г, а для $M_{ВВ} = 5,17$ — менее 2 г. Количество осколков при разлете стальных оболочек больше, чем при разлете оболочек из алюминия, за счет более мелких осколков.

Важным параметром в расчетах определения количества осколков и их спектра является характерная масса осколков. Так, например, в расчете с зарядом массой 0,935 кг и алюминиевой оболочкой массой 0,3085 кг число получаемых осколков колеблется от 14 568 при $m_*^L = m_*^S = 0,01 \text{ г}$ до 242 при $m_*^L = m_*^S = 1 \text{ г}$.

Характерные массы осколков, приведенные в табл. 1, выбраны по экспериментальным данным. Если реальные осколки заменить осколками, имеющими форму диска диаметром d и толщиной, равной толщине оболочки, то характерный размер крупного осколка d_{exp} находится из его площади, которая равна площади оболочки, деленной на количество осколков, полученных по экспериментальным данным. Для стали значения d_{exp} приведены в [5]. Зная d_{exp} и толщину оболочки, можно определить характерную массу осколков. Из табл. 1 видно, что при взятых характерных массах экспериментальное и рассчитанное количества осколков отличаются друг от друга менее чем на 10%.

В работе [5] количество осколков, образующихся при взрыве, рассчитывали по количеству кратеров на преградах. Там же приведена формула для определения характерного размера осколков d_{calc} из баланса упругой энергии и работы разрушения при дроблении оболочек из стали:

$$d = \frac{8\lambda E}{\gamma^2}, \quad (4)$$

Таблица 1

Основные параметры и результаты экспериментов из [5] и расчетов

Номер опыта	$M_{ВВ}$, кг	$R_{ВВ}$, см	Материал оболочки	$M_{ин}$, кг	V_1 , км/с	N_1	V_2 , км/с	N_2	$m_*^L = m_*^S$, г
1	5,17	9,0	Сталь	1,666	2,89	4970	2,94	4758	0,337
2	5,17	9,0	Алюминий	1,771	2,84	4500	2,68	4264	0,367
3	0,935	5,1	Сталь	0,3085	3,0	3804	2,91	3600	0,082
4	0,935	5,1	Алюминий	0,3085	2,73	3070	2,82	2830	0,094
5	0,248	3,3	Сталь	0,0564	3,01	3350	3,39	3132	0,017
6	0,248	3,3	Алюминий	0,0725	2,87	2800	2,99	2504	0,024

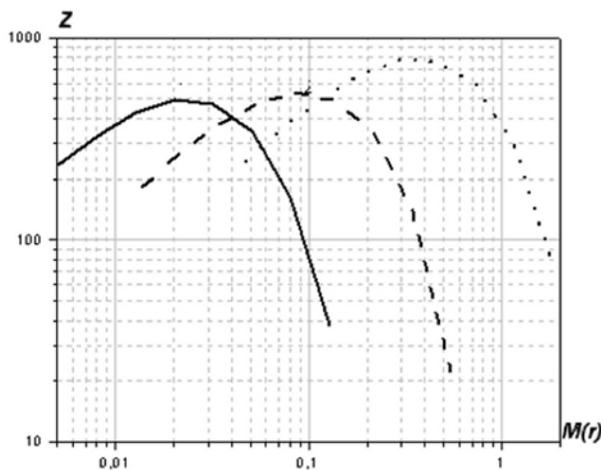


Рис. 1. Распределение осколков по спектру массы в расчетах разлета оболочки из алюминия: — — $M_{BV} = 0,248$ кг; - - - $M_{BV} = 0,935$ кг; ···· $M_{BV} = 5,17$ г

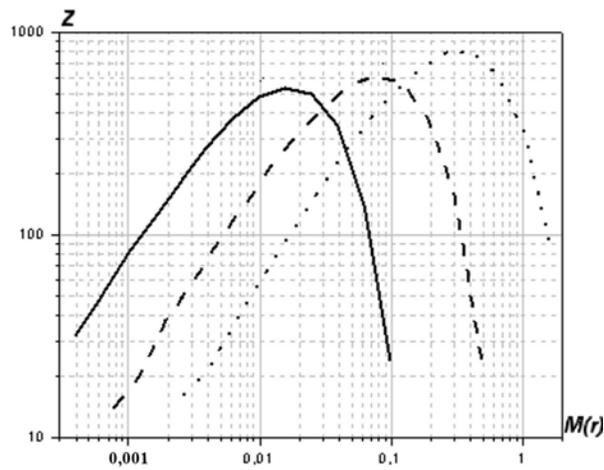


Рис. 2. Распределение осколков по спектру массы в расчетах разлета стальной оболочки: — — $M_{BV} = 0,248$ кг; - - - $M_{BV} = 0,935$ кг; ···· $M_{BV} = 5,17$ г

где $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м² — модуль продольной упругости; Y — динамический предел текучести; λ — работа разрушения после пластической деформации.

Динамический предел текучести для стали Ст.3 определялся из зависимости

$$Y = Y_0 [1 + (0,05\dot{\epsilon})^{0,23}],$$

где $Y_0 = 2,35 \cdot 10^8$ Н/м² — статический предел текучести стали Ст.3; $\dot{\epsilon}$ — скорость деформации.

Удельная работа разрушения при дроблении материала в области пластических деформаций оценивалась по формуле

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n},$$

где $\lambda_0 = 6 \cdot 10^4$ Дж/м² — удельная работа разрушения при отколе, $n = 10$.

В табл. 2 приведены характерные размеры осколков для стали d_{calc} и d_{exp} , взятые из [5], и полученные по ним авторами характерные массы осколков m_{calc}^* и m_{exp}^* , а также рассчитанное общее число осколков N_{calc} и N_{exp} . Во всех дальнейших расчетах характерный размер стальных осколков вычислялся по формуле (3), в которой скорость деформации бралась из расчета на момент фрагментации.

Из табл. 2 видно, что, несмотря на незначительное отличие d_{calc} и d_{exp} , совпадения по числу и спектру получаемых осколков с удовлетворительной точностью ($\approx 10\%$) имеются только в случае $M_{BV} = 0,935$ кг. Для $M_{BV} = 0,238$ кг при m_{calc}^* получено приблизительно на 26% меньше осколков, чем при m_{exp}^* , и их спектр сдвинут в сторону осколков большей массы. Для случая $M_{BV} = 5,17$ кг при m_{calc}^* получено на 60% больше осколков, чем при m_{exp}^* , и их спектр сдвинут в сторону осколков меньшей массы.

Для алюминия оценка характерного размера осколков по формуле (3) в [5] не приводится из-за отсутствия данных по Y и λ при высоких скоростях.

Таблица 2

Характерные размеры и массы осколков из стали Ст.3 и количества осколков, полученные в расчетах

M_{BV} , кг	d_{calc} , мм	m_{calc}^* , г	N_{calc}	d_{exp} , мм	m_{exp}^* , г	N_{exp}
0,248	2,68	0,023	2 306	2,34	0,017	3 132
0,935	3,19	0,074	4 016	3,37	0,82	3 600
5,17	4,05	0,206	7 846	5,18	0,337	4 758

После разрушения оболочек расчеты с $M_{ВВ} = 5,17$ кг были продолжены по модели гетерогенной среды *газ—частицы*. Расчет разлета фрагментов стальной оболочки был продолжен с момента времени $t = 28,9$ мкс, скорость фрагментов оболочки на этот момент составила 2,96 км/с. Всего было сформировано 442 пакета из 4 758 сферических частиц. Коэффициент сопротивления для сферических частиц брался в виде $C_D = 0,48 + 28\text{Re}^{-0,85}$, где Re — число Рейнольдса [14]. Использование других формул из [14] для коэффициента сопротивления практически не меняет результатов расчета.

На рис. 3 приведены зависимости скорости частиц различной массы от времени и от радиуса, полученные в расчете со стальной оболочкой. До момента $t = 100$ мкс скорость ударной волны выше, чем скорость частиц. В ПВ происходит доразгон частиц. Затем частицы обгоняют ударную волну и тормозятся в воздухе, при этом легкие частицы теряют скорость быстрее, чем тяжелые. Происходит так называемая *сепарация частиц* по скоростям.

На рис. 4—9 (см. также цветную вкладку) приведены поля давления (в ГПа) и концентраций ($\alpha = 1$ — воздух, $\alpha = 0$ — ПВ), а также положение пакетов частиц на отдельные моменты времени, иллюстрирующие полученную картину течения. Отметим, что закон падения скорости ударной волны в зависимости от расстояния — квадратичный, а скорости фрагментов — близок к линейному.

Расчет с алюминиевой оболочкой был проведен до разлета частиц на радиус ~ 10 м ($t = 4,3$ мс). Всего в этом случае сформировано 268 пакетов из 4 264 частиц. Частицы от алюминиевой оболочки в среднем более тяжелые, чем от стальной, хотя начальные массы оболочек близки. При одинаковой массе алюминиевые частицы имеют радиус в 2,9 раза больше, чем стальные, и, следовательно, сильнее тормозятся.

На рис. 10 приведены зависимости от времени и от радиуса скорости сферических частиц различной массы, полученные в расчете с алюминиевой оболочкой. Так как спектр частиц менее разбросан, частицы из алюминия летят более кучно, чем стальные (см. рис. 9, 11, а также цветную вкладку). Сепарация их по скоростям происходит в более поздние времена.

Расчет с алюминиевой оболочкой был повторен с представлением полученных фрагментов в виде кубиков. Уравнения движения кубика массой m имеют вид [3]

$$m \frac{dV_x}{dt} = -\rho_r \frac{|\vec{V} - \vec{V}_r| (V_x - V_{xg})}{2} S C_D; \quad m \frac{dV_y}{dt} = -\rho_r \frac{|\vec{V} - \vec{V}_r| (V_y - V_{yg})}{2} S C_D,$$

где ρ_r — плотность газа; V_x, V_y — компоненты скорости кубика; V_{xg}, V_{yg} — компоненты скорости газа; S — площадь миделя по диагонали кубика ($S = h^2 \sqrt{2}$, h — длина ребра кубика); C_D — коэффициент сопротивления, взятый из [3] для призм.

На рис. 12 приведены зависимости от времени и от радиуса скорости частиц в виде кубиков различной массы, полученные в расчете. При сравнении их с зависимостями для сферических частиц той же массы видно, что частицы в виде кубиков разгоняются больше в ударной волне и

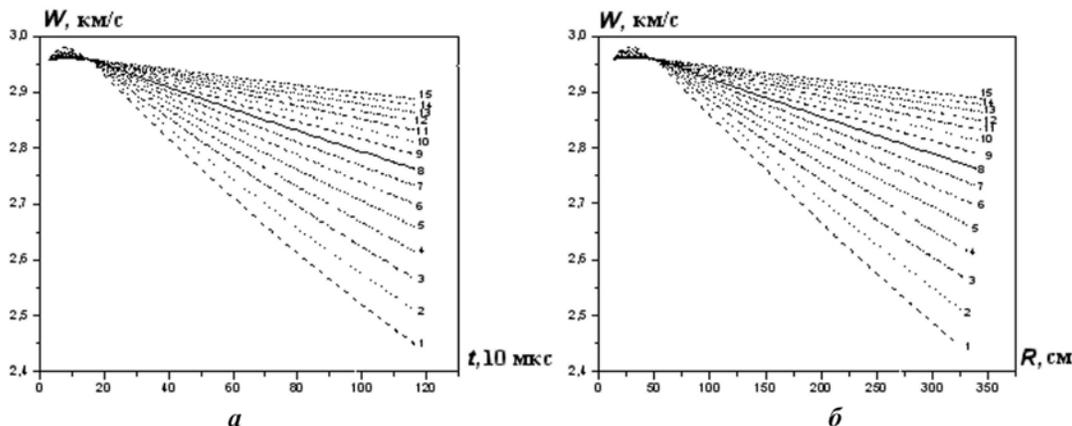


Рис. 3. Зависимости от времени (а) и от радиуса (б) скорости сферических стальных частиц для различных значений их массы: 1 — $m = 0,00261$ г; 2 — $m = 0,00414$ г; 3 — $m = 0,00653$ г; 4 — $m = 0,01040$ г; 5 — $m = 0,01648$ г; 6 — $m = 0,02612$ г; 7 — $m = 0,04141$ г; 8 — $m = 0,06563$ г; 9 — $m = 0,1040$ г; 10 — $m = 0,1648$ г; 11 — $m = 0,2613$ г; 12 — $m = 0,4141$ г; 13 — $m = 0,6563$ г; 14 — $m = 1,0401$ г; 15 — $m = 1,6484$ г

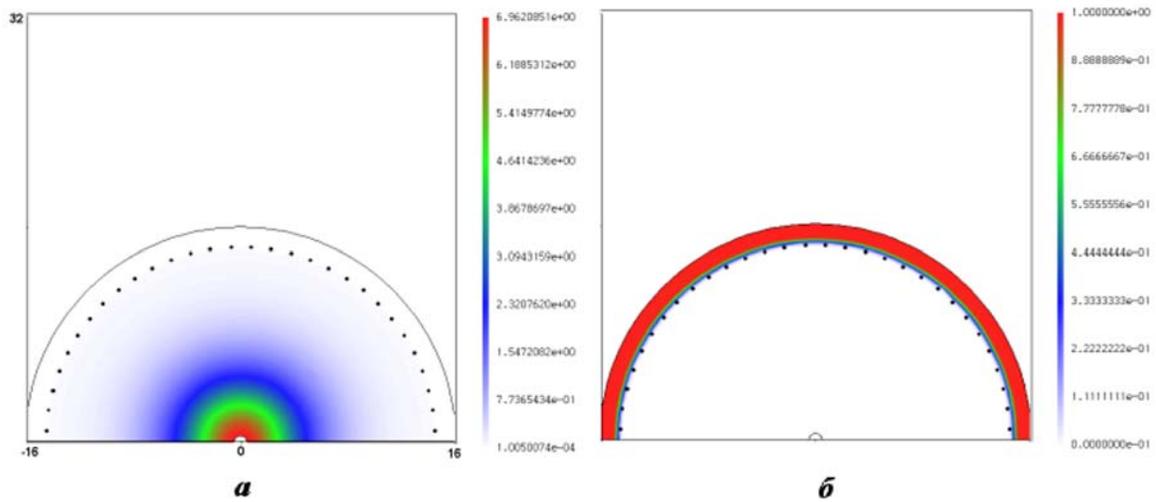


Рис. 4. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали, $t = 32,4$ мкс

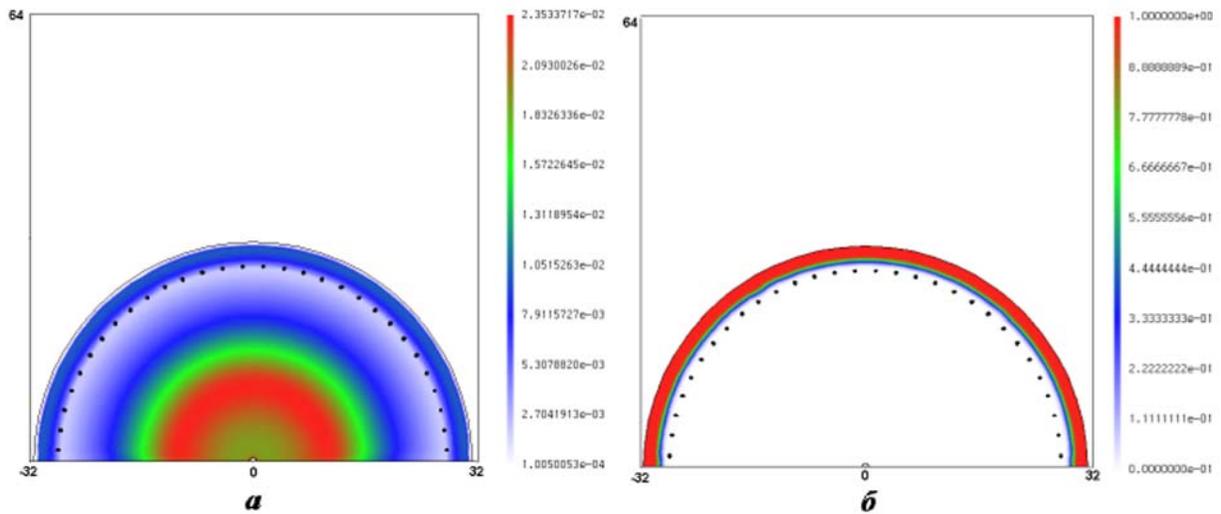


Рис. 5. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали, $t = 77,5$ мкс

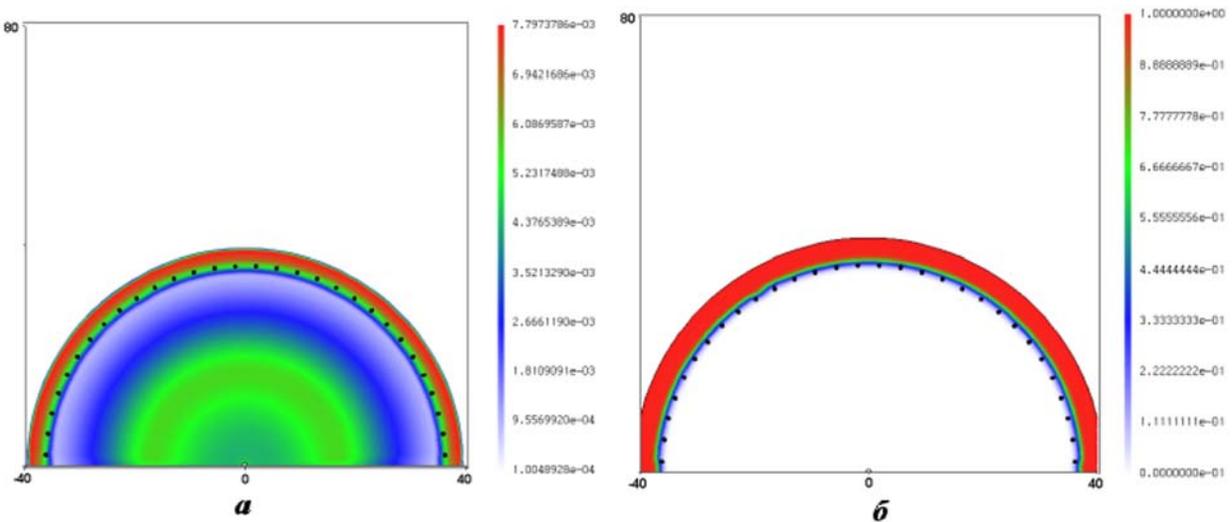


Рис. 6. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали, $t = 106,1$ мкс

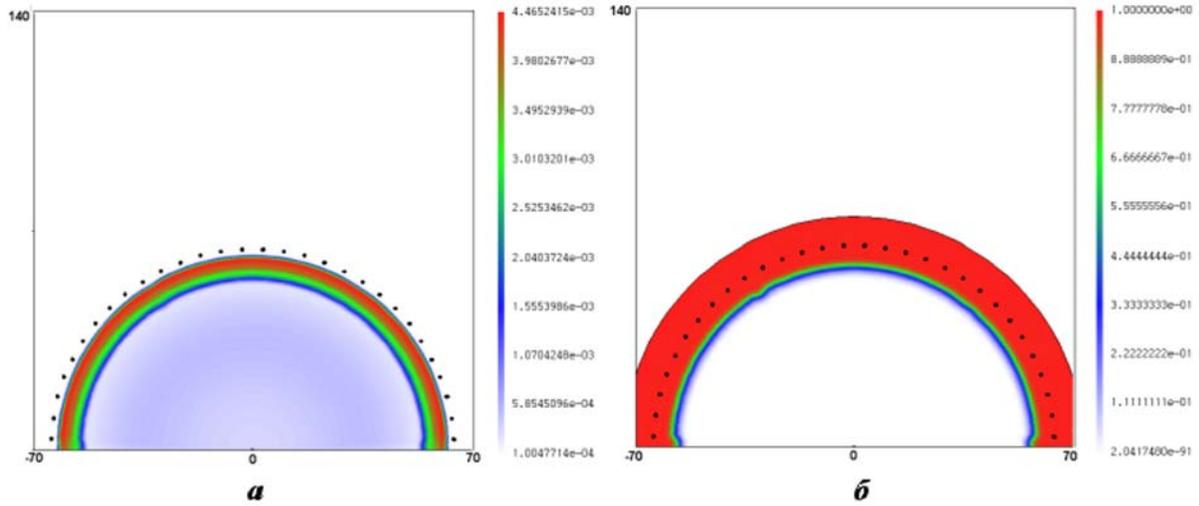


Рис. 7. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали, $t = 201,8 \mu\text{с}$

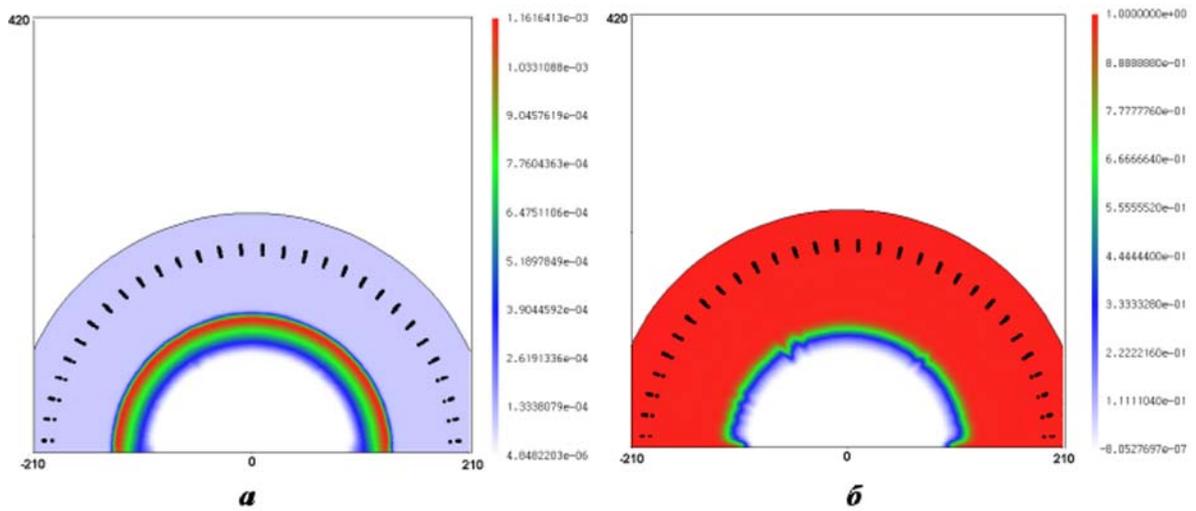


Рис. 8. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали, $t = 669,2 \mu\text{с}$

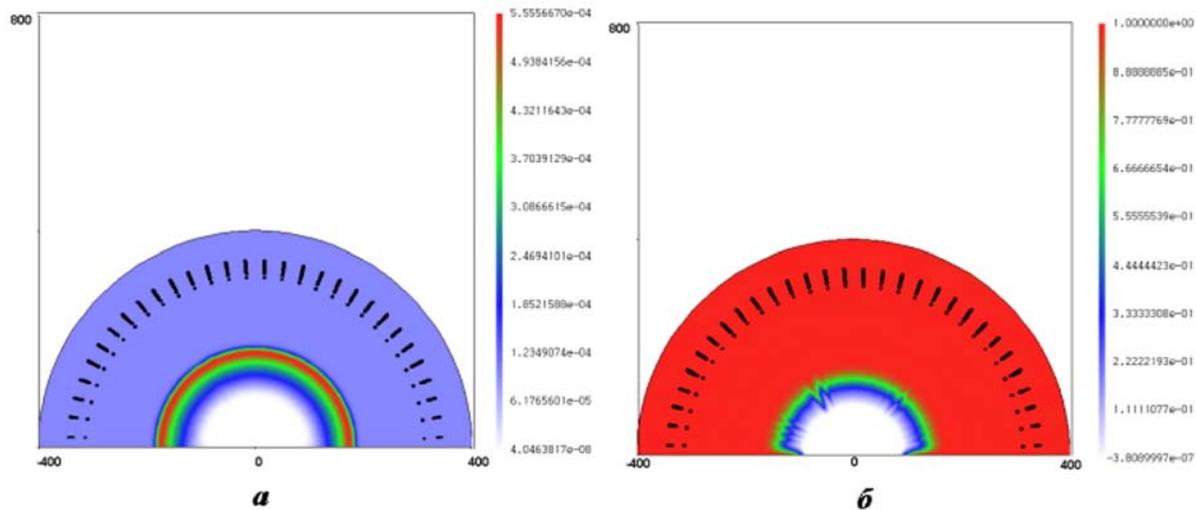


Рис. 9. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали, $t = 1,17 \text{мс}$

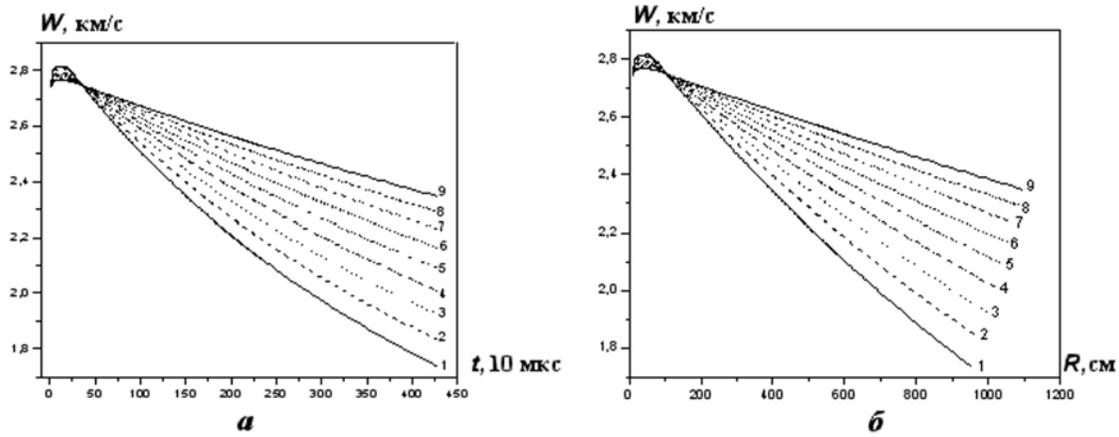


Рис. 10. Зависимости от времени (а) и от радиуса (б) скорости сферических алюминиевых частиц для различных значений их массы: 1 – $m = 0,0463$ г; 2 – $m = 0,0735$ г; 3 – $m = 0,1165$ г; 4 – $m = 0,1847$ г; 5 – $m = 0,2927$ г; 6 – $m = 0,4638$ г; 7 – $m = 0,7352$ г; 8 – $m = 1,1651$ г; 9 – $m = 1,8465$ г

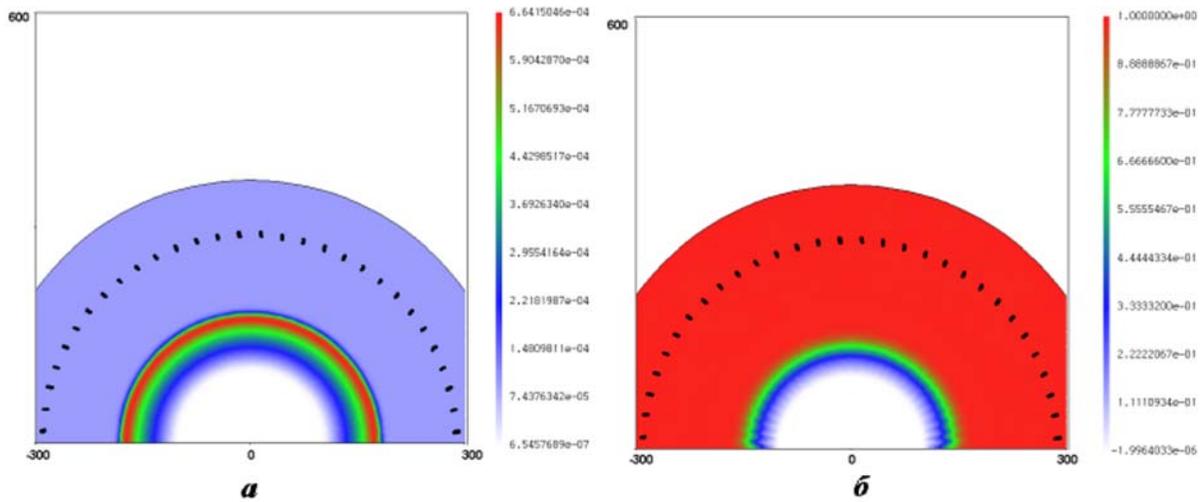


Рис. 11. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из алюминия, $t = 1,06$ мс

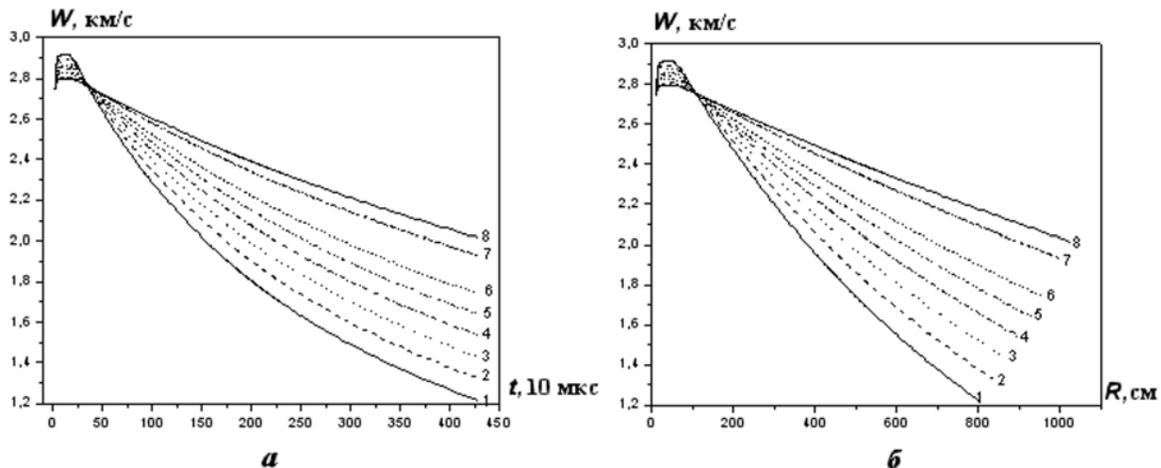


Рис. 12. Зависимости от времени (а) и от радиуса (б) скорости кубических алюминиевых частиц для различных значений их массы: 1 – $m = 0,0463$ г; 2 – $m = 0,0735$ г; 3 – $m = 0,1165$ г; 4 – $m = 0,1847$ г; 5 – $m = 0,2927$ г; 6 – $m = 0,4638$ г; 7 – $m = 1,1651$ г; 8 – $m = 1,8465$ г

далее быстрее тормозятся, чем сферические частицы. На рис. 13 приведены для сравнения графики изменения скорости частиц разной формы для массы фрагментов $m_1 = 0,0463$ г и $m_2 = 1,8465$ г. На рис. 14 (см. также цветную вкладку) для сравнения приведены поля давления ПВ и положение частиц в расчетах с шариками и кубиками на момент времени $t = 4,3$ мс. Видно, что частицы в виде кубиков пролетели меньшее расстояние и подверглись большей сепарации по сравнению с частицами в виде шариков.

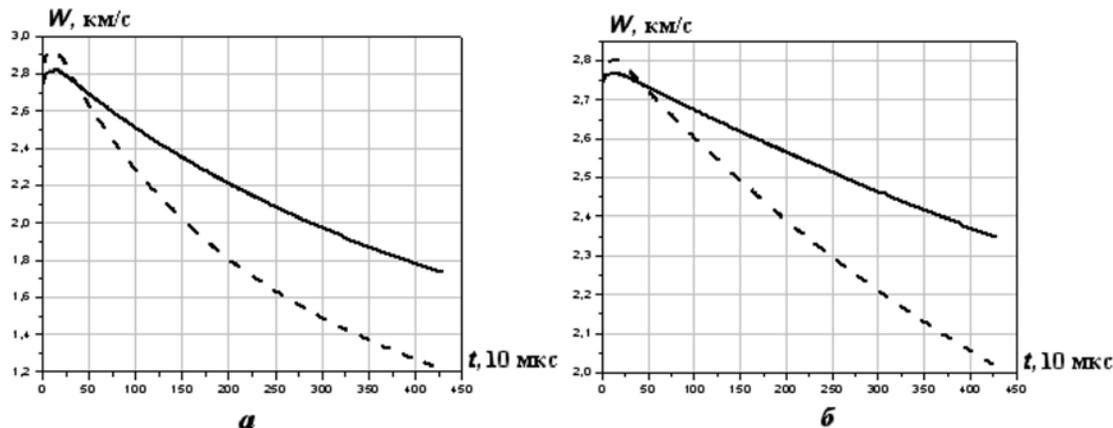


Рис. 13. Зависимости скорости алюминиевых частиц массой $m_1 = 0,0463$ г (а) и $m_2 = 1,8465$ г (б) от времени: — — шарики; - - - кубики

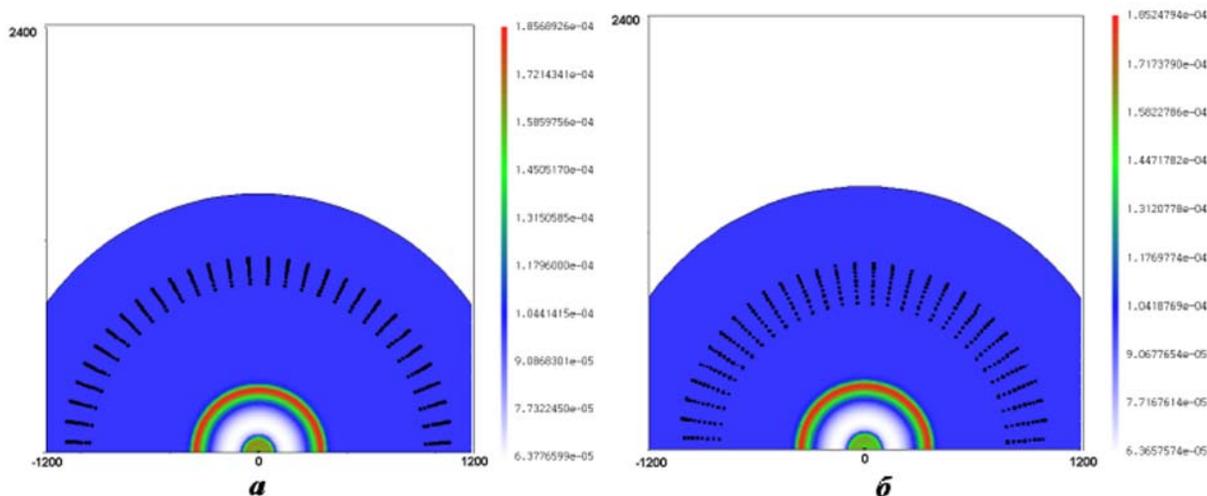


Рис. 14. Поля давления ПВ и положение алюминиевых частиц различной формы, $t = 4,3$ мс: а — шарики; б — кубики

Расчеты в двумерной постановке. Рассматривались фрагментация и разлет фрагментов алюминиевой оболочки массой 127 г ($R_{\text{внутр}} = 3,3$ см, $h = 0,313$ см) при внутреннем взрыве заряда ВВ массой 245 г с параметрами $\rho_0 = 1,6276$ г/см³, $Q = 4,752$ кДж/г. Детонация инициировалась из точки на оси симметрии на наружной поверхности заряда.

В этом случае фрагментация оболочки происходит не одновременно, а последовательно по ячейкам от точки инициирования вдоль образующей. По углу в расчете бралось 120 счетных ячеек. Фрагментация оболочки началась в момент времени $t_1 = 4,75$ мкс, даже раньше, чем закончилась детонация заряда ($t_2 = 8,66$ мкс). Полностью оболочка фрагментировалась к моменту $t_3 = 11,2$ мкс. Всего было получено 7113 фрагментов, которые разбились на 537 пакетов. После полного разрушения оболочки расчет разлета сферических частиц был продолжен по гетерогенной модели *газ-частицы*.

На рис. 15 приведены зависимости скорости сферических частиц различной массы, летящих над центром взрыва. Видно, что эти частицы начинают тормозиться после момента $t = 50$ мкс. На рис. 16 приведено положение частиц на несколько моментов времени. Видно, что разлет частиц не одномерен.

Разработанная и реализованная двумерная модель фрагментации оболочек вместе с моделью разлета фрагментов в пространстве может быть использована для оценки совместного ударного и осколочного воздействия на объекты (см. рис. 17, а также цветную вкладку, где изображена картина воздействия ПВ и фрагментов алюминиевой оболочки на жесткий цилиндр в расчете с зарядом $M_{ВВ} = 5,17$ кг, иници:

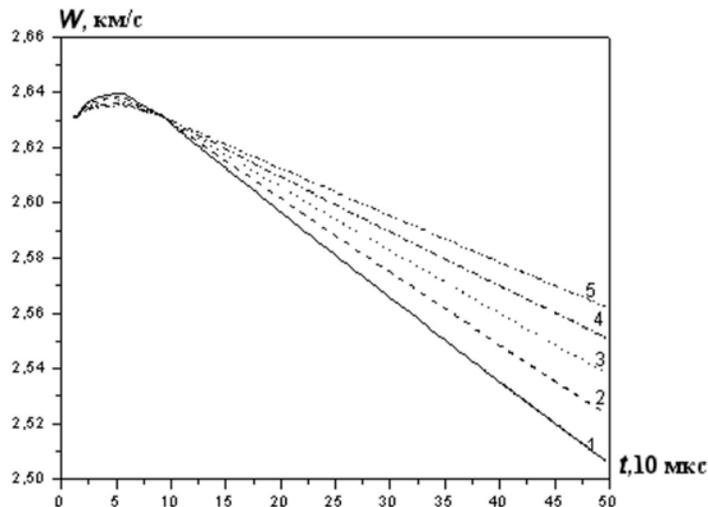


Рис. 15. Зависимости скорости сферических алюминиевых частиц над центром взрыва от времени для различных значений их массы: 1 — $m = 0,0087$ г; 2 — $m = 0,0138$ г; 3 — $m = 0,0218$ г; 4 — $m = 0,0346$ г; 5 — $m = 0,0548$ г

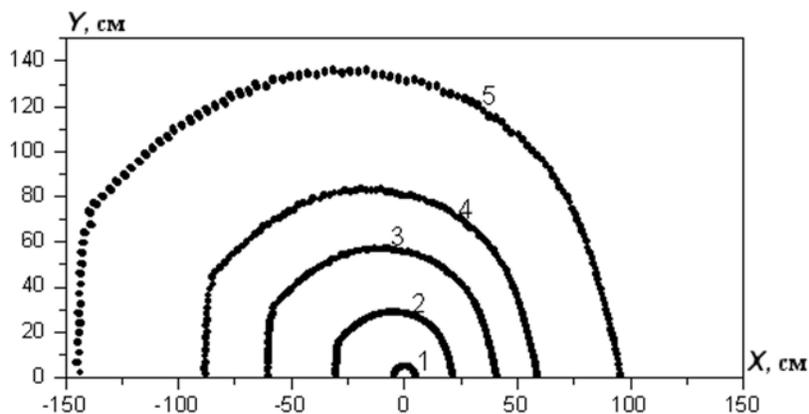


Рис. 16. Положение сферических частиц на отдельные моменты времени: 1 — $t = 12,8$ мкс; 2 — $t = 100$ мкс; 3 — $t = 200$ мкс; 4 — $t = 300$ мкс; 5 — $t = 500$ мкс

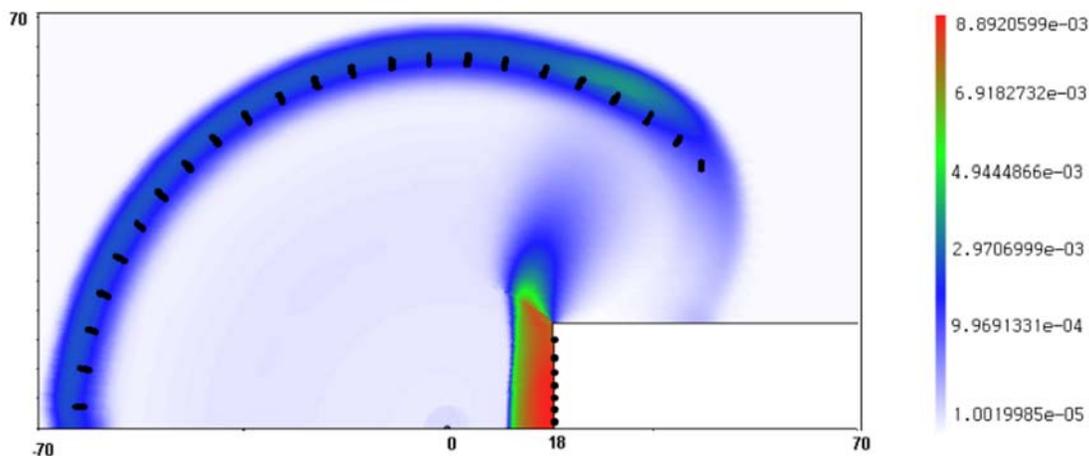


Рис. 17. Поле давления и положение фрагментов стальной оболочки на момент времени $t = 207$ мкс ($M_{ВВ} = 5,17$ кг)

Зависимость распределения фрагментов от выбора параметра предельной удельной диссипации упругой энергии

В расчетах фрагментации тонких стальных оболочек параметр предельной удельной диссипации упругой энергии D^* был взят равным 0,3 кДж/г. Вообще говоря, найти в справочниках значение этой величины авторам не удалось. Выбрано оно из тех соображений, что прочностные характеристики стали на порядок выше, чем у алюминия, а для алюминия в [6] $D^* = 0,03$ кДж/г.

Авторами проведены расчеты фрагментации стальной оболочки массой $m_{об} = 1,666$ кг при взрыве заряда массой $M_{ВВ} = 5,17$ кг для различных значений D^* . Остальные параметры сохранялись. Результаты расчетов показаны в табл. 3. Видно, что с увеличением параметра D^* время фрагментации затягивается, скорость оболочки уменьшается за счет повышения ее прочности. Меняется и масса максимального размера фрагмента. Однако общее распределение по массе сохраняется.

Таблица 3

Результаты расчетов фрагментации стальной оболочки при различных значениях D^*

Номер расчета	D^* , кДж/г	$t_{разр}$, мкс	$R_{разр}$, см	W , км/с	$N_{оск}$	m_{max}	m_{min}
1	0,2	24,1	12,23	2,92	4 738	1,56	0,0031
2	0,3	28,2	13,39	2,88	4 784	1,66	0,0026
3	0,5	35,5	15,51	2,82	4 760	1,61	0,0026
4	0,6	39,5	16,50	2,75	4 766	2,4	0,0024

Заключение

Разработана и реализована методика расчета фрагментации тонких металлических оболочек под действием импульсной нагрузки с учетом спектра фрагментов по массе. Реализована методика расчета их дальнейшего разлета в пространстве по модели гетерогенной среды *газ—частицы*. Описание движения газа (смесь ПВ и воздуха) проводится в эйлеровом представлении, фрагментов — в лагранжевом. Рассмотрено представление фрагментов оболочки частицами сферической и кубической формы.

Численные расчеты показали, что при разлете фрагментов происходит их сепарация по скоростям. Легкие фрагменты тормозятся в воздухе быстрее и отстают от тяжелых. В двумерном случае такая сепарация происходит в разных направлениях по-разному. Учет сепарации фрагментов по скоростям позволяет рассчитать импульсное воздействие осколков на преграды во времени.

Список литературы

1. *Одинцов В. А., Чудов Л. А.* Расширение и разрушение оболочек под воздействием продуктов детонации // *Механика*. 1975. № 5. С. 86—154.
2. *Grady D. E.*: The spall strength of condensed matter // *J. Mech. Phys. Solids*. 1988. Vol. 36, No 3. P. 353—384.
3. *Физика взрыва*. Т. 1 / Под ред. Л. П. Орленко. М.: Физматлит, 2002.
4. *Иванов А. Г.* Хрупкая прочность тонкостенных сосудов // *Проблемы прочности*. 1988. № 6. С. 49—53.
5. *Иванов А. Г., Сырунин М. А., Федоренко А. Г., Цой А. П.* Дробление сферических оболочек при внутреннем взрывном нагружении // *Там же*. 2001. № 2. С. 78—87.
6. *Киселев А. Б.* Простейшие математические модели разрушения космического аппарата при взрыве // *ПМТФ*. 1995. Т. 36, № 2. С. 159—165.

7. *Киселев А. Б.* Математическое моделирование взрывного разрушения сферических оболочек с образованием двух фракций осколков // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1999. №2. С. 41—48.
8. *Киселев А. Б.* Математическое моделирование фрагментации тонкостенных сферических оболочек под действием динамического внутреннего давления // Там же. №3. С. 52—60.
9. *Величко О. М., Губкова Г. Н., Дерюгин Ю. Н. и др.* Пакеты программ для решения многомерных задач газовой динамики разностным методом Годунова // Сб. докл. науч. конф. Волжского регионального центра РАН АН "Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения". Саров, 2000 г.
10. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976.
11. Физика взрыва. Т. 2 / Под ред. Л. П. Орленко. М.: Физматлит, 2002.
12. *Лин Э. Э., Мельцас В. Ю., Портнягина Г. Ф.* Сравнение экспериментальных и расчетных данных по давлению при сильном расширении продуктов взрыва в замкнутом объеме // Труды РЯЦ-ВНИИЭФ. 2003. Вып. 4. С. 266—275.
13. *Абакумов А. И., Заикин С. Н., Мельцас В. Ю. и др.* Численная модель деформирования противоосколочной сетки при взрывном нагружении // Там же. 2006. Вып. 10. С. 16—31.
14. *Saito T., Marumoto M., Takayama K.* Numerical investigations of shock waves in gas-particle mixtures // Shock Waves. 2003. Vol. 13. P. 299—322.

Статья поступила в редакцию 01.12.08.
