

УДК 519.245+539.12

## МЕТОДИКА С-007 РЕШЕНИЯ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО СВЯЗАННЫХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ, ГАММА-КВАНТОВ, ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ

А. К. Житник, Е. Н. Донской, С. П. Огнев, А. В. Горбунов, А. Н. Залялов, Н. В. Иванов, А. Г. Малькин, В. И. Рослов, Т. В. Семёнова, А. Н. Субботин  
(РФЯЦ-ВНИИЭФ)

Приводятся алгоритмы Монте-Карло для решения системы линейных уравнений переноса нейтронов, гамма-квантов, электронов и позитронов. Дается описание возможностей программы С-007.

*Ключевые слова:* метод Монте-Карло, линейные уравнения переноса частиц.

### Введение

Для решения методом Монте-Карло систем связанных линейных уравнений переноса нейтронов, гамма-квантов, электронов и позитронов в математическом отделении ВНИИЭФ в 2007 г. создана методика С-007. Она объединяет возможности двух основных методик предыдущего поколения — С-95 [1] и ЭЛИЗА [2]. Возможность моделировать рождение и перенос частиц всех четырех типов позволяет получить одно из главных новых качеств, которым обладает расчет, выполненный по методике С-007.

С-007 — многоцелевая методика. Она используется для решения различных задач переноса нейтронов и других ионизирующих излучений. С помощью этой методики рассчитываются:

- поля излучений и защита от излучений;
- критические параметры систем ( $K_{eff}$  и временная постоянная размножения нейтронов), в частности, параметры критических сборок;
- различные задачи физики реакторов, включая расчеты параметров импульсных исследовательских реакторов;
- задачи, связанные с ядерной безопасностью;
- характеристики ускорителей электронов, выбор и оптимизация их мишеней;
- ток, заряд и поглощенная энергия в детекторах ионизирующих излучений при их облучении;

- задачи на стадии разработки детекторов;
- функция отклика сцинтилляционных детекторов,

и это далеко не полный перечень расчетов, выполняемых с использованием методики С-007.

Для решения перечисленных и других типов задач методика предоставляет широкие возможности детального описания сложной трехмерной геометрии систем. Методика позволяет использовать различные системы данных о сечениях реакций взаимодействия частиц с веществом, иначе говоря, различные системы констант переноса для моделирования траекторий частиц. В стандартном варианте для решения спектрального линейного интегродифференциального кинетического уравнения используются константы переноса с непрерывной зависимостью от энергии частиц. Для нейтронных задач методика позволяет работать с уравнением переноса в групповом приближении и использовать системы групповых констант переноса нейтронов.

Для описания постановки задачи и выбора конкретной схемы моделирования траекторий частиц (тактики счета задачи) используется язык задания, разработанный для методики С-95. В течение многих лет этот язык хорошо зарекомендовал себя и ныне дополнен с учетом возможностей новой методики.

Для реализации методики использован язык Фортран-90, а для выполнения на многопроцес-

сорных ЭВМ вычислений в режиме распараллеливания — стандарт передачи сообщений MPI.

Ниже дается представление о математической модели, в рамках которой задаются исходные данные задачи, и описаны некоторые особенности алгоритмов решения задач.

### 1. Геометрические данные

Так называемая *геометрия* задачи нередко представляет собой объект, который может быть разбит на части, обладающие определенной симметрией (например осевой, сферической и т. п.). Такие части геометрии можно проще описать, если использовать присущие им геометрические особенности, а затем определенным образом скомпоновать отдельные подобъекты в единое целое. Такой подход к описанию геометрии позволяет уменьшить количество используемых символов во входной информации, и, кроме того, в тех частях системы, которые обладают геометрической простотой, упрощаются алгоритмы и уменьшаются затраты времени ЭВМ на моделирование траекторий частиц.

Основным объектом в задании геометрических данных является геометрический блок, который представляет собой совокупность областей, ограниченных поверхностями определенного типа. Различаются блоки следующих типов: плоский, сферический, осесимметричный, цилиндрический и трехмерный. Блоки последнего из указанных типов (в отличие от первых четырех) могут не обладать никаким видом пространственной симметрии, откуда и произошло название типа.

Блоки рассматриваются как независимые "строительные" элементы. Правильно размещенные друг относительно друга, они составляют требуемую геометрию. В качестве исходного местоположения рассматривается мировое пространство (пустота), обладающее лишь системой координат (его можно рассматривать как всегда существующий блок 0-го уровня вложенности). В нем размещаются блоки (1-й уровень вложенности), которые, в свою очередь, могут содержать в себе другие блоки (2-й уровень), и т. д. Глубина вложений блоков, вообще говоря, не ограничена.

На рис. 1 схематично изображена геометрия, полученная из трех различных блоков (1, а): квадрат изображает блок 1 (внутренняя структура блоков для данного примера не важна), круг — блок 2, треугольник — блок 3. На рис. 1, б

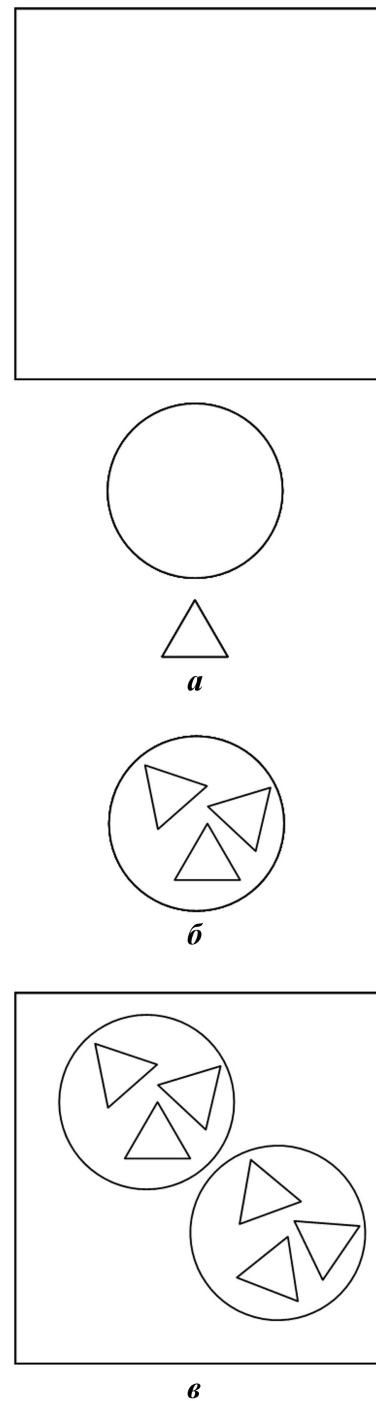


Рис. 1. Иллюстрация возможностей построения геометрии посредством вложений

представлен результат вложения трех экземпляров блока 3 в блок 2, причем каждое вложение имеет свою ориентацию. Наконец, на рис. 1, в показано, что представляет собой геометрия в окончательном виде после двукратного вложения блока 2 в блок 1: блок 2 автоматически тянет за собой все, что в него было вложено.

Правильно заданная геометрия должна подчиняться требованию, чтобы размещенные блоки не пересекались между собой и не выходили за пределы блока-вместилища. Соблюдение этих условий является наиболее трудным при описании сложных геометрических объектов, так как надежные способы выполнения необходимой проверки не известны. Поэтому приходится особенно внимательно задавать информацию о размещении блоков, а тестирование геометрических данных осуществлять главным образом визуально с помощью графической программы вывода сечений заданной геометрии произвольными плоскостями. Окончательное тестирование производится во время счета задачи, так как в алгоритм моделирования траекторий частиц введена проверка на соответствие такой фазовой координаты частицы, как номер области в блоке, фактическому пространственному положению частицы. Это позволяет вовремя остановить счет задачи с неверно заданной геометрией и внести необходимые изменения в постановку задачи.

## 2. Составы областей и константное обеспечение расчетов

Масса и изотопный состав каждой обладающей постоянной плотностью вещества области геометрического блока задаются на входном языке одним из следующих способов — с помощью задания:

- ядерных концентраций в единицах  $10^{24}/\text{см}^3$ ;
- плотности и молекулярной формулы вещества в области;
- плотности и весовых соотношений компонентов вещества с описанием молекулярной формулы каждого из этих компонентов.

Кроме того, в каждой области задается температура ядер среды. С этой температурой связано понятие *энергии тепловых нейтронов* в области. В методике С-007 реализованы три модели расчета нейтронов, достигших в процессе блуждания в рассматриваемой области этой тепловой энергии.

Две первые модели служат для описания переноса нейтронов, термализовавшихся в данной области. В первой модели нейтрон, достигший тепловой энергии, в процессе дальнейшего блуждания в области имеет постоянную энергию и скорость, соответствующую тепловой энергии.

Вторая модель более аккуратно описывает процесс термализации и распространения термализовавшихся нейтронов. В модели свободного газа заданная температура среды является температурой в максвелловском распределении скоростей ядер вещества. Способ моделирования термализованных нейтронов в этой модели описан в разд. 5.

В третьей модели с названием *без досчета тепловых* используется соответствующая тактика, которая заключается в том, что по достижении нейтроном в процессе блуждания в рассматриваемой области энергии, меньшей тепловой, происходит обрыв его траектории (*гибель нейтрона по энергии*). Эта модель применяется при сравнении расчетных результатов с данными экспериментов, использующих пороговые датчики для измерений. Модель позволяет эффективно проводить расчеты методических и тестовых задач.

Для моделирования переноса нейтронов возможно использование следующих библиотек данных о сечениях: собственной библиотеки С-60 (описана в работе [3]), библиотеки БАС-78 [4], а также библиотек ENDL-82 [5], ENDF/B-V [6], ENDF/B-VI [7], ENDF/B-VII [8].

Для моделирования процессов гамма-образования используется библиотека NJMC, основанная на разработанных в РФЯЦ-ВНИИЭФ данных по сечениям гамма-образования для быстрых нейтронов и на библиотеках ENDL-82 и JENDL-3 для нейтронов с низкими энергиями, а также библиотеки гамма-образования, основанные на указанных выше библиотеках для переноса нейтронов [5–8].

Для моделирования переноса гамма-квантов используется библиотека РИФ, сформированная на основе данных Сторма, Ираэля [9] и Вайгеля [10], а также библиотека EPDL97 [11].

Фотонейтронные данные сформированы на основе данных [12] и собраны в библиотеке FN.

Данные о нейтронно-ядерных реакциях, приводящих к образованию нестабильных изотопов, собраны в библиотеке активационных изотопов ACTIV. В настоящее время эта библиотека содержит сечения для 56 каналов активации на 31 изотопе и характеристики образующихся при этом 39 нестабильных изотопов.

Для моделирования переноса заряженных частиц — электронов и позитронов — используются данные библиотеки EEDL [13] и многочисленных литературных источников.

Для моделирования процесса релаксации атомных оболочек используются данные библиотеки EADL [14].

### 3. Источники частиц

Источник определяет значения стартовых параметров траекторий частиц. При решении связанных уравнений переноса источником вторичных частиц может быть один из каналов соответствующей реакции взаимодействия частицы с веществом среды. Естественно, в таком ветвящемся процессе стартовые параметры вторичных частиц определяются данными о сечениях реакций. По сути именно такой источник вторичных частиц определяет связь уравнений переноса различных типов частиц.

Другим видом является так называемый *независимый источник*, т. е. источник, задаваемый независимо от решения уравнений переноса. Стартовые параметры траектории частицы, выпущенной из независимого источника, определяются заданием пространственного, энергетического, углового и временного распределений. Входной язык методики С-007 предоставляет широкие возможности задания этих распределений для независимого источника — от дискретных, в частности,  $\delta$ -распределений, до кусочно-непрерывных по фазовым координатам распределений, задаваемых с помощью таблиц и формул (изотропное или ламбертовское распределение по направлениям полета, максвелловское распределение по энергии и т. п.). Допускается задание нескольких таких источников с указанием их *долей* и *веса* испускаемых частиц. Выбор долей и весов для каждого источника определяется постановкой физической задачи и может варьироваться для повышения эффективности счета задачи в соответствии с априорной оценкой или по результатам прикидочных расчетов. Заметим, что методика позволяет в одном расчете получать результаты отдельно для каждого независимого источника. Это обеспечивается линейностью задачи и возможностью распределения рассчитываемых результатов (рассчитываемых функционалов) по номеру источника.

### 4. Рассчитываемые функционалы

Общий вид функционалов, рассчитываемых в методике С-007, следующий:

$$\psi(\Delta\vec{r}, \Delta\vec{E}, \Delta t) = \int_{\Delta\vec{r}} \int_{\Delta\vec{E}} \int_{\Delta t} \psi(\vec{r}, \vec{E}) f(\vec{r}, \vec{E}, t) d\vec{r} d\vec{E} dt.$$

Здесь  $f(\vec{r}, \vec{E}, t)$  — решение линейного нестационарного уравнения переноса, т. е. плотность частиц на единицу объема фазового пространства в данный момент времени; фазовый объем  $\Delta x = (\Delta\vec{r}, \Delta\vec{E})$  — некоторое подмножество фазового пространства;  $\vec{r}$  — пространственные координаты частицы;  $\vec{E} = (E, \vec{\omega})$ , где  $E$  — энергия,  $\vec{\omega}$  — единичный вектор направления движения частицы;  $\psi(\cdot)$  есть функция, которая определяется физическим смыслом вычисляемой величины. Если ввести следующие обозначения:  $\vec{v} = v\vec{\omega}$ , где  $v$  — модуль скорости частицы;  $\Sigma$  — макроскопическое сечение;  $\Sigma_a$  — сечение поглощения энергии, то функция  $\psi$  принимает один из видов, представленных в таблице.

#### Виды функции $\psi$

$\psi$	Рассчитываемый функционал
$v$	Поток
$Ev$	Поток энергии
$\vec{v}$	Ток
$E\vec{v}$	Ток энергии
$\Sigma v$	Число столкновений
$E\Sigma_a v$	Поглощенная энергия
1	Плотность частиц
$E$	Плотность энергии

Фазовый объем, для которого ведется расчет значений функционала, в методике С-007 иначе называется детектором. Используются следующие типы детекторов: объемный, поверхностный, точечный по пространству и точечный по времени (для расчета значения функционала в момент времени  $t$ ).

Расчет функционала с использованием метода Монте-Карло происходит следующим образом [15]. Моделируется некоторое количество траекторий марковского процесса, связанного с уравнением переноса частиц, и в точках этих траекторий, принадлежащих детектору, т. е. либо части объема данной области, либо участку данной поверхности, либо данной точке, вычисляются вклады в рассчитываемый результат. Среднее арифметическое сумм этих вкладов на множестве моделируемых траекторий и будет оценкой рассчитываемого функционала.

Оценка методом Монте-Карло вклада в рассчитываемый функционал для различных детекторов может быть получена различными способами. Перечислим эти способы и выпишем формулы для вычисления соответствующего вклада:

1. Оценка по пробегу (объемный детектор):

$$w \frac{\psi(\cdot)}{v} l.$$

Здесь  $w$  — весовая функция (вес) частицы, которая в зависимости от использования методики построения траектории (дерева траекторий) может меняться не только в точках столкновений, но и непрерывно на траектории;  $l$  — длина отрезка траектории внутри детектора либо между двумя последовательными точками столкновений, либо между точкой столкновения и точкой пересечения траектории с границей детектора, либо между двумя точками пересечения траектории с границей детектора.

2. Оценка по столкновениям (объемный детектор):

$$w \frac{\psi(\cdot)}{\Sigma v}.$$

3. Оценка по пересечениям (поверхностный детектор):

$$w \frac{\psi(\cdot)}{v |\mu|},$$

где  $\mu$  — косинус угла между направлением полета частицы и нормалью к пересекаемой поверхности.

4. Оценка по достижении заданного момента времени:

$$w \psi(\cdot).$$

5. Оценка потока в точке (точечный детектор):

$$w \frac{\psi(\cdot)}{v}.$$

Удобным способом описания детекторов является расширение фазового пространства. К координатам фазового пространства, кроме переменных  $\vec{r}$ ,  $\vec{E}$ , относятся величины, связанные либо с источниками частиц (номер источника, энергия источника), либо с историей жизни частицы (номер столкновения, тип частицы и многие другие). Заметим, что в расчетах с использованием метода Монте-Карло расширение фазового пространства не влияет на эффективность расчетов, что является одним из преимуществ

использования данного метода. При вычислении конкретного функционала выделение области фазового пространства производится с помощью некоторых наборов  $\{\alpha_j\}$ , называемых параметрами. Основную часть используемых параметров составляют координаты физического фазового пространства  $\vec{r}$ ,  $\vec{E}$  и величины, определяемые как функции от этих координат. Это, например, декартовы координаты  $x, y, z$ , радиус-вектор  $R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$  и  $\mu = (z - z_0) / R$  — косинус угла между радиусом-вектором и осью  $z$  в некоторой сферической системе координат, угол между направлением полета частицы и нормалью к поверхности, которую эта частица пересекает, энергия частицы и ряд других.

Если функционал  $\psi(\cdot)$  необходимо вычислить для нескольких интервалов значений одного и того же параметра, то такой результат (функционал) называется дифференциальным и говорят, что вычисляется распределение результата по этому параметру. Каждый из результатов, естественно, может вычисляться и без распределения по интервалам некоторых параметров, т. е. интегрально по таким параметрам.

Результат может быть распределен по нескольким параметрам, и тогда он получается в виде матрицы с таким количеством измерений, сколько задано параметров, и с протяженностью по каждому измерению, равному числу заданных интервалов соответствующего параметра.

## 5. Особенности моделирования траекторий различных частиц

Моделирование процессов переноса нейтронов и гамма-квантов осуществляется в соответствии с выбранной библиотекой сечений взаимодействия соответствующих частиц с веществом. Используются аналоговая схема [16] и методы повышения эффективности счета (см. разд. 6).

Для розыгрыша свободного пробега и выбора вещества, с которым происходит столкновение, используется схема максимальных кусочно-постоянных сечений [3, 17].

Учет теплового движения ядер среды осуществляется двумя способами: либо с учетом химических связей — так называемая модель  $S(\alpha, \beta)$  [18], либо в приближении свободного максвелловского газа [19]. При моделировании

с учетом химических связей используются сечения взаимодействия и энергоугловое распределение для заданной температуры. При использовании модели свободного газа моделирование распространения нейтронов осуществляется на холодных сечениях вещества. В этом случае учет температурного движения ядер заложен в сам алгоритм моделирования, что является очень удобным, так как не требует расчета констант для заданной температуры.

Образование гамма-квантов происходит при каждом нейтронном столкновении по всем каналам гамма-образования для вещества, с которым произошло столкновение.

Применение метода Монте-Карло к решению задач переноса электронов и позитронов затруднено характерными особенностями, присущими распространению заряженных частиц в веществе. Определяющим процессом взаимодействия электронов и позитронов с веществом является кулоновское взаимодействие. Оно характеризуется большим сечением  $\sim 10^{-16} - 10^{-20} \text{ см}^2$  и сильной вытянутостью вперед индикатрисы рассеяния. Поэтому частица испытывает на своем пути такое большое число столкновений, что их прямое моделирование часто приводит к непомерно большим затратам машинного времени. Для преодоления этой трудности разработаны различные методы группировки столкновений [20–27]. Получающаяся при этом траектория движения частицы (в [23] ее называют вложенной траекторией) приближенно описывает истинную траекторию.

В методике С-007 для моделирования траекторий электронов и позитронов используются две схемы катастрофических столкновений [23]. В этих схемах к катастрофическим относятся столкновения с передачами энергии, большей некоторой пороговой энергии  $E_{cat}$ , и углами рассеяния, большими некоторого порогового угла  $\theta_{cat}$ . Катастрофические столкновения моделируются индивидуально. Моделирование отрезка траектории заряженной частицы между двумя последовательными катастрофическими столкновениями осуществляется с помощью одного из методов группировки столкновений [23].

Для моделирования некатастрофических столкновений в первой схеме методики С-007 используется метод группировки столкновений, основанный на приближении Фоккера—Планка [27], а во второй схеме — комбинация приближения Фоккера—Планка и непосредственного моделирования малоугловых столкновений. В

обеих схемах для улучшения точности расчета границы при моделировании траекторий заряженных частиц вблизи границы осуществляется учет каждого индивидуального столкновения.

В методике С-007 для моделирования траекторий электронов и позитронов реализован вариант последовательного учета всех столкновений. Реальная возможность использования этого варианта с прямым моделированием всех элементарных процессов взаимодействия электронов (позитронов) с веществом появилась в последнее время в связи с бурным развитием вычислительной техники. Хотя методики, моделирующие все столкновения, требуют для расчетов довольно много времени, особенно при больших начальных энергиях частиц, результаты выполненных по ним расчетов могут использоваться для верификации методик, в которых применяются различные схемы группировки столкновений.

## 6. Методы повышения эффективности расчетов

Для повышения эффективности расчетов методом Монте-Карло применяется ряд методов уменьшения дисперсии [1–3, 28, 29]. Одни из них довольно просты, другие весьма не тривиальны. Среди них можно выделить несколько классов.

**Методы обрыва траектории.** Относятся к самым простым способам ускорения расчетов. Они позволяют уменьшить количество вычислений за счет прекращения моделирования траектории частицы и применяются, если дальнейшее моделирование траектории не повлияет на вычисляемый результат. Эти методы применяются, в частности, в случаях, когда параметры траектории выходят за пределы определенной части фазового пространства. Например, к таким случаям относятся гибель частицы по времени, гибель по энергии.

**Методы изменения количества ветвей траектории в представляющей интерес части пространства.** К этим методам в первую очередь относятся *расщепление* и *рулетка*, когда в важных областях моделируется большее число траекторий с пропорционально уменьшенным весом, а в несущественных — меньшее число траекторий с увеличенным весом. К этим методам относится и *весовое окно* [29].

**Весовые методы модификации моделирования.** Позволяют увеличить количество вкладов в рассчитываемый результат от одной частицы. Любое случайное событие можно разыгрывать не по физическому, а по произвольному распределению, компенсируя это соответствующим изменением веса частицы. В таких методах, например, производится розыгрыш полета частицы в нужном направлении или выбор других фазовых координат в желаемом диапазоне. Этот класс методов включает в себя экспоненциальное преобразование, вынужденные столкновения, розыгрыш испускания фотонов нейтронами.

**Метод пробных частиц [3].** Представляет класс наиболее сложных методов уменьшения дисперсии, который применяется при вычислении потока частиц в малый объем пространства (детектор).

### Список литературы

1. *Кочубей Ю. К., Житник А. К., Артемьева Е. В. и др.* Программа С-95. Моделирование совместного переноса нейтронов и гамма-квантов методом Монте-Карло // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2000. Вып. 3. С. 49–52.
2. *Донской Е. Н.* Методика и программа ЭЛИЗА для решения методом Монте-Карло задач совместного переноса гамма-излучения, электронов и позитронов. Вторая версия // VI Межотрасл. конф. по радиационной стойкости: Сб. докл. (г. Саров, 14–20 октября 2002 г.). Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2003. С. 93–99.
3. *Донской Е. Н., Ельцов В. А., Житник А. К. и др.* Метод Монте-Карло во ВНИИЭФ // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1993. Вып. 2. С. 61–64.
4. *Vasilyev A. P., Kuropatenko E. S., Lutov V. D., Orlov A. I.* Nuclear Data Library — BAS. The history of development and validation for criticality safety calculation // ICNC 95. Proc. Int. Conf. of Nuclear Criticality Safety. Albuquerque, New Mexico, USA. September 17–21, 1995. P. 2.56–2.60.
5. *Howerton R. J., Cullen D. E., Haight R. C. et al.* The LLL Evaluated Nuclear Data Library (ENDL): Evaluation Techniques, Reaction Index, and Descriptions of Individual Reactions. LLNL Report UCRL-50400. 1975. Vol. 15. Part A.
6. *Kinsey R.* Data Formats and Procedures for Evaluated Nuclear Data File, ENDF. Brookhaven National Laboratory Report BNL-NCS-50496 (ENDF 102). 2<sup>nd</sup> Edition (ENDF/B-V). 1979.
7. *McLane V., Dunford C. L., Rose P. F.* ENDF-102. Data Formats and Procedures for the Evaluated Nuclear Data File ENDF-6. Upton, N.Y.: National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, 1997.
8. *Chadwick M. B., Oblozinsky P., Herman M. et al.* ENDF/B-VII.0: Next generation evaluated nuclear data library for nuclear science and technology // Nuclear Data Sheets. 2006. Vol. 107, No. 12. P. 2931–3060.
9. *Storm E., Israel H. I.* Photon cross sections from 1 keV to 100 MeV for elements  $Z = 1$  to  $Z = 100$  // Nucl. Data Tables. 1970. Vol. A7. P. 565–681.
10. *Veigele W. J.* Photon cross sections from 0.1 keV to 1 MeV for elements  $Z = 1$  to  $Z = 94$  // Atomic Data Tables. 1973. Vol. 5. P. 51–111.
11. *Cullen D. E., Hubbell J. H., Kissel L.* EPDL97: the Evaluated Photon Data Library, '97 Version. LLNL Report UCRL-50400. 1997. Vol. 6. Rev. 5.
12. Библиотека фотонейтронных данных. <http://www-nds.iaea.org/photonuclear>.
13. *Cullen D. E., Perkins S. T., Seltzer S. M.* Tables and Graphs of Electron Interaction Cross Sections Derived from the LLNL Evaluated Electron Data Library (EEDL),  $Z = 1–100$ . LLNL Report UCRL-50400. 1991. Vol. 31.
14. *Perkins S. T., Cullen D. E., Scofield J. H. et al.* Tables and Graphs of Atomic Subshell and Relaxation Data Derived from the LLNL Evaluated Atomic Data Library (EADL). LLNL Report UCRL-50400. 1991. Vol. 30.
15. *Кочубей Ю. К.* Статистическое моделирование кинетических процессов. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004.
16. *Бусленко Н. П., Голенко Д. И., Соболев И. М. и др.* Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). М.: Физматгиз, 1962.

17. *Ермаков С. М., Михайлов Г. А.* Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982.
18. *Белл Д., Глестон С.* Теория ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974.
19. *Иванов А. Н., Иванов Н. В.* Учет теплового движения атомов среды при решении задач переноса нейтронов методом Монте-Карло // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2003. Вып. 4. С. 25–32.
20. *Berger M. J.* Monte Carlo calculation of the penetration and diffusion of fast charged particles // *Methods in computational physics.* New York — London: Academic Press, 1963. Vol. 1. P. 135–215.
21. *Аккерман А. Ф., Никитушев Ю. М., Ботвин В. А.* Решение методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов в веществе. Алма-Ата: Наука, 1972.
22. *Баранов В. Ф.* Дозиметрия электронного излучения. М.: Атомиздат, 1974.
23. *Кольчужкин А. М., Учайкин В. В.* Введение в теорию прохождения частиц через вещество. М.: Атомиздат, 1978.
24. *Аккерман А. Ф., Грудский М. Я., Смирнов В. В.* Вторичное излучение из твердых тел под действием гамма-квантов. М.: Энергоатомиздат, 1986.
25. *Аккерман А. Ф.* Моделирование траекторий заряженных частиц в веществе. М.: Энергоатомиздат, 1991.
26. *Bielajew A. F.* Fundamentals of the Monte Carlo Method for Neutral and Charged Particle Transport. Michigan, USA: The University of Michigan, 2000.
27. *Иванов Н. В., Кочубей Ю. К.* Применение приближения Фоккера—Планка для решения методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1982. Вып. 1(9). С. 18–23.
28. *Артельева Е. В., Баканов В. В., Донской Е. Н. и др.* Моделирование совместного переноса нейтронов и гамма-квантов методом Монте-Карло // Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2008. Вып. 13. С. 40–49.
29. *Booth T. E.* A sample problem for variance reduction in MCNP. LANL, Los Alamos, New Mexico. October, 1985.

Статья поступила в редакцию 06.08.10.

---