

УДК 519.6

НЕФТЕОТДАЧА ПЛАСТОВ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НЕФТИ

В. М. Конюхов, П. А. Машенькин, А. Н. Чекалин
(КФУ, г. Казань; РФЯЦ-ВНИИЭФ)

Рассматриваются вопросы математического и численного моделирования процесса фильтрации неньютоновской нефти и подошвенной воды в трещиновато-пористом пласте, вскрытом вертикальной добывающей скважиной, работающей в режиме заданного дебита. Система уравнений двухфазной фильтрации в трещинах и блоках учитывает гравитационные силы, обусловленные различием плотностей фаз, сжимаемость нефти, воды и пород пласта, зависимость абсолютной проницаемости трещин от давления в пласте, неньютоновское поведение нефти в зависимости от модуля скорости фильтрации. Для численного решения задачи разработаны соответствующие алгоритмы, реализованные в программном комплексе. Проведен анализ влияния различных фильтрационно-емкостных и геометрических параметров коллектора, а также режима работы скважины на нефтеотдачу пласта.

Ключевые слова: численное моделирование, двухфазная фильтрация, трещиновато-пористый пласт, неньютоновская нефть, подошвенная вода.

Введение

В настоящее время в практику нефтедобычи все шире вовлекаются месторождения с трудно извлекаемыми запасами нефти. Проблемы разработки таких месторождений обусловлены сложным строением нефтяных залежей (слоистость, трещиноватая пористость и т. п.), неньютоновскими свойствами насыщающих их высоковязких видов нефти, наличием активных водоносных слоев. Поэтому особую актуальность приобретают задачи повышения нефтеотдачи пластов и выбора рационального способа их эксплуатации.

Одним из основных вопросов при составлении технологической схемы разработки малоэффективных месторождений является определение плотности сетки скважин. Для объектов с различными геолого-физическими свойствами эта задача должна решаться на основе оценки влияния плотности сетки скважин на нефтеотдачу пластов. Анализ такой зависимости и соответствующие технико-экономические расчеты позволяют определить оптимальную сетку скважин.

Другая весьма важная задача заключается в выборе дебитов скважин и режимов их работы. Особенно это актуально для трещиновато-пористых пластов, содержащих нефть с неньютоновскими свойствами и активную подошвенную воду. В этом случае на дебит скважины оказывают влияние два фактора. С одной стороны, чем меньше дебит скважины, тем ниже конус воды, поднимающейся от водоносного слоя, тем медленнее она будет обводняться и, следовательно, тем больше будет нефтеотдача пласта. С другой стороны, чем больше дебит скважины, тем больше область, занятая нефтью с разрушенной структурой, имеющей существенно меньшую вязкость (по сравнению с нефтью с неразрушенной структурой). Это приводит к увеличению притока нефти к скважине и снижению обводненности ее дебита.

Как известно, для повышения эффективности разработки трещиновато-пористых пластов целесообразно использовать методы периодического воздействия [1–5], позволяющие обеспечить интенсивный массообмен между блоками и трещинами. Оптимальные параметры такого воздействия

должны оцениваться на основе вычислительных экспериментов. Поэтому математическое моделирование и численное исследование зависимости нефтеотдачи пласта от режима работы скважины и различных фильтрационно-емкостных характеристик слоистого трещиновато-пористого коллектора, содержащего неньютоновскую нефть и подошвенную воду, имеют большое теоретическое и практическое значение.

Математическая модель

При фильтрации двухфазной смеси в трещиновато-пористых пластах, содержащих блоки небольшого размера, давление в блоках и трещинах выравнивается практически мгновенно [6, 7], поэтому давление в них можно считать одинаковым. При локальном равновесии по давлению перетоки между трещинами и блоками обусловлены различием их фильтрационно-емкостных параметров и изменением упругого запаса блоков [5, 8]. Интенсивность перетоков отдельно по каждой фазе зависит от направления перетока.

Обозначим через Q суммарный переток нефти и воды. Фазовые перетоки Q_i ($i = 1$ — вода, $i = 2$ — нефть) определим выражениями $Q_i = \lambda_i Q$, где λ_i — доля фазы в потоке Q . При фильтрации жидкости из трещин в блоки коэффициенты λ_i определяются подвижностями воды и нефти в трещинах, а из блоков в трещины — их подвижностями в блоках. Тогда система уравнений нестационарной двухфазной фильтрации может быть записана в виде [9]

$$(\beta + \bar{\beta}) \frac{\partial P}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{V} + \bar{\mathbf{V}}) = 0; \quad \bar{\beta} \frac{\partial P}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{\mathbf{V}} = -Q; \quad (1)$$

$$\bar{\mathbf{V}} = -\frac{\bar{K}}{\mu_1} \bar{K}^* (\nabla P + \rho \mathbf{g}); \quad \mathbf{V} = -\frac{K}{\mu_1} K^* (\nabla P + \rho \mathbf{g});$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_1 + \beta_1^* S \frac{\partial P}{\partial t} + m \frac{\partial S}{\partial t} = \lambda Q; \quad \operatorname{div} \bar{\mathbf{V}}_1 + \bar{\beta}_1^* \bar{S} \frac{\partial P}{\partial t} + \bar{m} \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} = -\lambda Q; \quad (2)$$

$$\mathbf{V}_1 = f \mathbf{V} - K \rho_{1-2} \Psi \mathbf{g}; \quad \bar{\mathbf{V}}_1 = \bar{f} \bar{\mathbf{V}} - \bar{K} \rho_{1-2} \bar{\Psi} \mathbf{g}; \quad \lambda = \begin{cases} f(S), & Q < 0; \\ \bar{f}(\bar{S}), & Q > 0; \end{cases} \quad (3)$$

$$\beta = \beta_1^* S + \beta_2^* (1 - S); \quad \bar{\beta} = \bar{\beta}_1^* \bar{S} + \bar{\beta}_2^* (1 - \bar{S}); \quad \beta_i^* = \beta_c + m \beta_i; \quad \bar{\beta}_i^* = \bar{\beta}_c + \bar{m} \bar{\beta}_i;$$

$$K^* = K_1^* + \mu K_2^*; \quad \bar{K}^* = \bar{K}_1^* + \mu \bar{K}_2^*; \quad f(S) = \frac{K_1^*}{K^*}; \quad \bar{f}(\bar{S}) = \frac{\bar{K}_1^*}{\bar{K}^*}, \quad (4)$$

$$\Psi = \frac{f K_2^*}{\mu_2}; \quad \mu = \frac{\mu_1}{\mu_2}; \quad \rho = \rho_2 + \rho_{1-2} f; \quad \rho_{1-2} = \rho_1 - \rho_2,$$

где чертой сверху обозначены параметры блоков, без черты — параметры трещин; P , S , \mathbf{V} — соответственно давление, водонасыщенность, вектор скорости фильтрации суммарного потока; K , m — абсолютная проницаемость и пористость; $f(S)$ — доля воды в суммарном потоке (функция Баклея—Левретта); β_i^* , K_i^* , ρ_i , μ_i , \mathbf{V}_i — упругоэlasticность среды с i -й фазой, относительная фазовая проницаемость, плотность, вязкость и вектор скорости фильтрации i -й фазы; β_c , $\bar{\beta}_c$, β_i — коэффициенты упругоэlasticности трещин, поровой среды блоков и i -й фазы.

Фазовые проницаемости \bar{K}_i^* и K_i^* для блоков и трещин существенно различны. Это связано с тем, что в трещинах снижается роль капиллярных сил и (в силу значительной разницы вязкостей нефти и воды) создаются условия вытеснения нефти водой с развитым *языкообразованием*. Последнее приводит к линейной зависимости фазовых проницаемостей K_i^* от насыщенности [10]:

$$K_1^* = \begin{cases} 0, & 0 \leq S \leq S_*; \\ \frac{S - S_*}{1 - S_*}, & S_* \leq S \leq 1; \end{cases} \quad K_2^* = \begin{cases} 1 - \frac{S}{S_*}, & 0 \leq S \leq S_*; \\ 0, & S_* \leq S \leq 1. \end{cases} \quad (5)$$

Относительные фазовые проницаемости блоков определим обычными кубическими зависимостями:

$$\bar{K}_1^* = \begin{cases} 0, & 0 \leq \bar{S} \leq \bar{S}_*; \\ \left(\frac{\bar{S} - \bar{S}_*}{\bar{S}_*}\right)^3, & \bar{S}_* \leq \bar{S} \leq 1; \end{cases} \quad \bar{K}_2^* = \begin{cases} \left(\frac{\bar{S}^* - \bar{S}}{\bar{S}^* - \bar{S}_*}\right)^3, & 0 \leq \bar{S} \leq \bar{S}^*; \\ 0, & \bar{S}^* \leq \bar{S} \leq 1. \end{cases} \quad (6)$$

В (5), (6) S_* , \bar{S}_* — связанная водонасыщенность для блоков и трещин; S^* , \bar{S}^* — предельная водонасыщенность.

Коэффициент абсолютной проницаемости блоков зависит от давления несущественно, поэтому при построении математической модели такая зависимость не учитывается. С другой стороны, для уравнения состояния $k = k(P)$ абсолютной проницаемости трещин используем экспоненциальную аппроксимацию, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными:

$$k = k_0 \exp(-\alpha(P_0 - P)),$$

где P_0 — начальное пластовое давление.

Высоковязкая нефть, обладающая структурно-механическими свойствами, не подчиняется ньютоновским законам движения в пористой среде. График типичной зависимости модуля скорости фильтрации $\gamma = |\mathbf{V}|$ аномальной нефти со структурной вязкостью от градиента давления ∇P показан на рис. 1. Хорошо видно, что в области малых значений ∇P он значительно искривлен. Такие кривые свойственны жидкостям со структурой коагуляционного типа [11].

Участок нелинейной зависимости $\gamma(\nabla P)$ при $0 < \nabla P < \nabla P_p$ характеризует движение нефти с разрушенной структурой, формирующейся по мере увеличения градиента давления и скорости фильтрации. Полное разрушение структуры происходит при $\nabla P = \nabla P_p$, после чего нефть начинает двигаться как ньютоновская жидкость.

Особенность течения структурированной нефти обуславливает аномальное поведение ее вязкости μ_2 . При этом подвижность нефти $\nu = 1/\mu_2$ с неразрушенной структурой ($\mu_{2,0}$) во много раз меньше подвижности нефти с предельно разрушенной структурой ($\mu_{2,p}$), которой она достигает при модуле скорости фильтрации γ_p , соответствующем значению ∇P_p . Характерная зависимость подвижности нефти от модуля скорости фильтрации γ имеет S-образный вид [12] и может быть описана функцией,

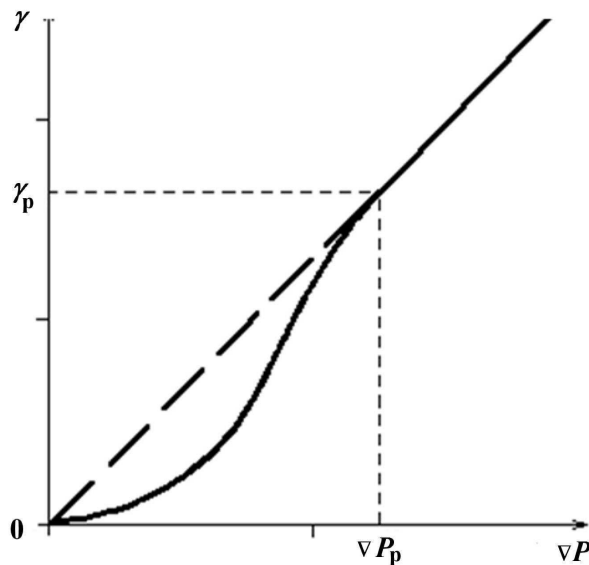


Рис. 1. Индикаторная линия аномальной нефти со структурной вязкостью

коэффициенты a , b и c которой определяются из экспериментальных данных по вязкостям нефти с разрушенной и неразрушенной структурой:

$$\nu(\gamma) = \begin{cases} \nu_2 + a\gamma^b e^{-c\gamma}, & 0 \leq \gamma \leq \gamma_p; \\ \nu_1, & \gamma > \gamma_p; \end{cases}$$

$\nu_1 = \mu_{2,p}^{-1}$; $\nu_2 = \mu_{2,0}^{-1}$, $c = \frac{\gamma_p}{(\gamma_p - \gamma_n)^2}$, где γ_n — точка перегиба экспериментальной зависимости $\nu(\gamma)$;
 $b = c\gamma_p$; $a = (\nu_1 - \nu_2) \gamma_p^{-b} e^{c\gamma_p}$.

Пусть двухфазная двумерная радиальная фильтрация происходит по направлению к вертикальной добывающей скважине радиусом R_c , работающей в режиме заданного дебита q , в разрезе горизонтального слоистого трещиновато-пористого пласта толщиной H и протяженностью R_n , где $H = \sum_{k=1}^N H_k$, $H_k = Z_k - Z_{k-1}$ — толщина k -го слоя (пропластка) с границами $z = Z_{k-1}$ и $z = Z_k$, $k = \overline{1, N}$, где N — число слоев. Ось Oz направлена вертикально вниз вдоль оси скважины и совпадает с направлением вектора \mathbf{g} ускорения силы тяжести, а ось Or направлена вдоль кровли пласта $Z_0 = 0$. Таким образом, решение задачи отыскивается в области $D = \{z \in [0, H], r \in [R_c, R_n]\}$.

В начальный момент времени $t = 0$ во всех слоях, за исключением нижнего ($k = N$), пласт содержит подвижную нефть и связанную воду, т. е. $S = S_{*,k}$, $\bar{S} = \bar{S}_{*,k}$, $k = \overline{1, N-1}$, при $r \in [R_c, R_n]$, $z \in [0, Z_{N-1}]$. Нижний слой заполнен только водой: $S = \bar{S} = 1$ при $r \in [R_c, R_n]$, $z \in [Z_{N-1}, Z_N]$. Во всей области D задано гидростатическое распределение давления.

Кровля $Z_0 = 0$ и подошва $Z_N = H$ пласта непроницаемы. На правой границе пласта при $r = R_n$ все слои непроницаемы, за исключением нижнего водоносного пропластка, на границе которого происходит приток воды, т. е. $S(R_n, z, t) = 1$, $\bar{S}(R_n, z, t) = 1$ при $Z_{N-1} \leq z \leq H$, и задано давление.

Добывающая скважина работает в режиме заданного дебита q , т. е. имеет место интегральное граничное условие

$$q(t) = 2\pi \int_0^{\bar{Z}} \left(V_r(R_c, z, t) + \bar{V}_r(R_c, z, t) \right) dz, \quad (7)$$

где $[0, \bar{Z}]$ — интервал перфорации скважины; V_r и \bar{V}_r — нормальные составляющие скорости фильтрации в трещинах и блоках при $r = R_c$.

Если на замкнутой границе или на ее участке (в рассматриваемом случае на контуре скважины) задано интегральное значение расхода жидкости, то для единственности решения задачи здесь же необходимо задать дополнительное условие для давления с точностью до константы [13, 14]. В качестве такого условия взято требование ортогональности фильтрационного потока к поверхности скважины:

$$P(R_c, z, t) = P_c + \gamma_{1-2} \int_0^z \frac{K K_1^* + \bar{K} \bar{K}_1^*}{K K^* + \bar{K} \bar{K}^*} \Big|_{r=R_c} dz, \quad z \in [0, \bar{Z}]. \quad (8)$$

Забойное давление P_c определяется в процессе решения задачи по заданному дебиту q . При моделировании периодического воздействия на пласт зависимость дебита скважины от времени задается в виде

$$q = \begin{cases} q_0, & 0 < t \leq t_0; \\ q_n, & t_{k-1} < t \leq t_{k-1} + \tau_1; & t_k = t_0 + k(\tau_1 + \tau_2); \quad k = 1, 2, \dots, \\ 0, & t_{k-1} + \tau_1 < t \leq t_k; \end{cases} \quad (9)$$

где q_0 — начальный постоянный дебит скважины; q_n — ее дебит в периодическом режиме работы; τ_1 и τ_2 — соответственно полупериоды работы и простоя скважины.

О численной модели

Поставленная задача (1)—(9) решается конечно-разностным методом. Использованные высокоэффективные численные модели построены в работах [9, 15] на основе учета априорной информации об особенностях и свойствах решения системы уравнений двухфазной фильтрации. Отметим лишь некоторые основные моменты вычислительного алгоритма.

Параболическое уравнение (1) суммарного потока в блоках и трещинах служит для вычисления давления по неявной разностной схеме. Вязкость нефти и абсолютная проницаемость трещин, входящие в коэффициенты уравнения, берутся с предыдущего временного слоя, т. е. явно. При построении разностной схемы используется метод поправочных коэффициентов [13] для потоков, который приводит к разностным уравнениям, точным для функции, несущей особенность в окрестности скважины. Суммарный (вода + нефть) переток между блоками и трещинами вычисляется из разностного уравнения суммарного потока в блоках. В фазовом перетоке насыщенность берется с предыдущего слоя. Доля воды в суммарном перетоке определяется функцией Баклея—Левретта для трещин, если переток направлен из трещин в блоки, или для блоков, если переток направлен из блоков в трещины. При аппроксимации упругих сил временной слой, на котором следует брать насыщенность, определяется *знаком процесса*: при сжатии ($\frac{\partial P}{\partial t} > 0$) насыщенность берется на рассматриваемом временном слое, в противном случае — на предыдущем. Это позволяет по крайней мере не ухудшить устойчивость разностной схемы.

Для вычисления S и \bar{S} используются уравнения переноса (2). При этом вводятся среднеинтегральные значения насыщенностей в элементарных ячейках. Для нахождения потоков (3) воды через границы ячеек необходимо вычислить значения функций S и \bar{S} в полуузлах сетки по их среднеинтегральным значениям. Точность разностных схем для уравнений переноса существенно зависит от того, как находятся эти значения. По сравнению с блоками насыщенность в трещинах изменяется значительно быстрее и имеет иной характер пространственного распределения в силу их меньшей пористости, более высокой проницаемости и линейной зависимости фазовых проницаемостей K_i^* от насыщенности S . Поэтому методы вычисления насыщенности в блоках и трещинах различны. По направлению Ox для определения значений S и \bar{S} в полуузлах используются соответственно схема типа *уголок* и дробно-линейная интерполяция среднеинтегральных значений \bar{S} [16].

Принципиальным моментом расчета является правильный выбор значений насыщенности, при которых следует вычислять поток воды в направлении вертикальной оси Oz через границы элементарных ячеек. Как известно (см., например, [17—19]), при численном решении уравнений переноса для конвективных членов следует использовать аппроксимацию *против потока*. Однако если плотности нефти и воды различаются, то фазовые скорости могут быть разнонаправленными и, следовательно, направление суммарной скорости фильтрации не будет совпадать с одной из скоростей фаз. В этом случае возникает неопределенность при использовании простейшей разностной схемы с аппроксимацией против потока, предписывающей брать значения насыщенности в той ячейке, из которой вытекает рассматриваемый поток. Более того, в некоторых ситуациях поток воды через границу элементарной ячейки определяется не значениями насыщенности в соседних ячейках, а значением насыщенности, при котором этот поток максимальный [20, 21]. Кроме того, необходимо учитывать, что из-за наличия силы тяжести функции S и \bar{S} имеют скачки на границах разрыва абсолютной проницаемости. Поэтому для вычисления вертикальной составляющей потока используется специальный метод [20, 21], учитывающий характерные особенности решения задачи.

На основе построенных алгоритмов разработано соответствующее программное обеспечение для изучения процесса двухфазной радиальной фильтрации неньютоновской нефти в вертикальном разрезе горизонтального слоистого трещиновато-пористого пласта, нижний слой которого содержит только воду. Разработанный пакет программ использовался для проведения многовариантных вычислительных экспериментов.

Некоторые результаты исследований

Анализ влияния различных фильтрационно-емкостных и геометрических параметров коллектора, а также режима работы скважины на нефтеотдачу пласта η (отношение количества добытой нефти Q_n к первоначальным запасам нефти, находящимся в пласте) демонстрируется на примере пласта, состоящего из трех слоев ($i = \overline{1,3}$), базовые параметры которого приведены в табл. 1.

Верхний пропласток вскрыт вертикальной добывающей скважиной, работающей в режиме заданного дебита $q = 10 \text{ м}^3/\text{сут}$. Параметр $\alpha = 0,002$. Параметры фаз определяются значениями $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$; $\rho_2 = 900 \text{ кг/м}^3$; $\mu_1 = 1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$; $\mu_{2,p} = 20 \text{ мПа} \cdot \text{с}$; $\mu_{2,0} = 100 \text{ мПа} \cdot \text{с}$; $\gamma_p = 0,02 \text{ м/сут}$; $\gamma_n = 0,01 \text{ м/сут}$. В начальный момент времени $S(r, z, 0) = S_{*i}$, $\overline{S}(r, z, 0) = \overline{S}_{*i}$, $i = 1, 2$; $S = \overline{S} = 1$ при $r \in [R_c, R_n]$, $z \in [Z_{N-1}, Z_N]$.

Влияние плотности сетки скважин на нефтеотдачу пласта. В базовом варианте $R_n = 50 \text{ м}$ площадь области залежи, приходящейся на скважину, составляет 7850 м^2 . В этом случае плотность сетки скважин $\zeta_c = 0,785 \text{ га/скв}$. Расчеты проводились также при R_n , равном 100, 150 и 200 м ($\zeta_c = 3,14 \text{ га/скв}$, $\zeta_c = 7,06 \text{ га/скв}$ и $\zeta_c = 12,56 \text{ га/скв}$).

На рис. 2, а представлены зависимости нефтеотдачи η пласта от радиуса R_n области при достижении обводненности θ дебита скважины значений 93, 94, 95 и 96 %. Здесь и в дальнейшем величина η определяется как отношение количества добытой нефти Q_n к ее первоначальному запасу в пласте, выраженное в процентах. Из рисунка видно, что с увеличением R_n нефтеотдача η падает. При этом с ростом обводненности скважины темп снижения коэффициента нефтеотдачи уменьшается. Например, если $\theta = 93 \%$, то при $R_n = 200 \text{ м}$ значение η меньше, чем при $R_n = 50 \text{ м}$, в 11,4 раза, а при $\theta = 96 \%$ — в 4,6 раза. Это связано с тем, что во время разработки пласта темп падения добычи нефти тем медленнее, чем больше R_n . Однако это происходит только при достаточно большой обводненности скважины, что хорошо видно на рис. 2, б, демонстрирующем зависимость количества добытой нефти Q_n от радиуса R_n при тех же значениях θ .

Следует заметить, что время T , в течение которого обводненность дебита достигает заданного значения θ , возрастает с увеличением R_n , и чем больше θ , тем значительней этот рост. Например,

Таблица 1

Базовые параметры пласта

i	$H_i, \text{ м}$	m_i	\overline{m}_i	$K_i, \text{ мкм}^2$	$\overline{K}_i, \text{ мкм}^2$	S_{*i}	\overline{S}_{*i}	S_i^*	\overline{S}_i^*
1	9	0,02	0,2	1,0	0,1	0,1	0,4	0,9	0,8
2	3	0,02	0,1	0,05	0,01	0,1	0,4	0,9	0,8
3	4	0,1	0,1	0,5	0,5	0,0	0,0	1,0	1,0

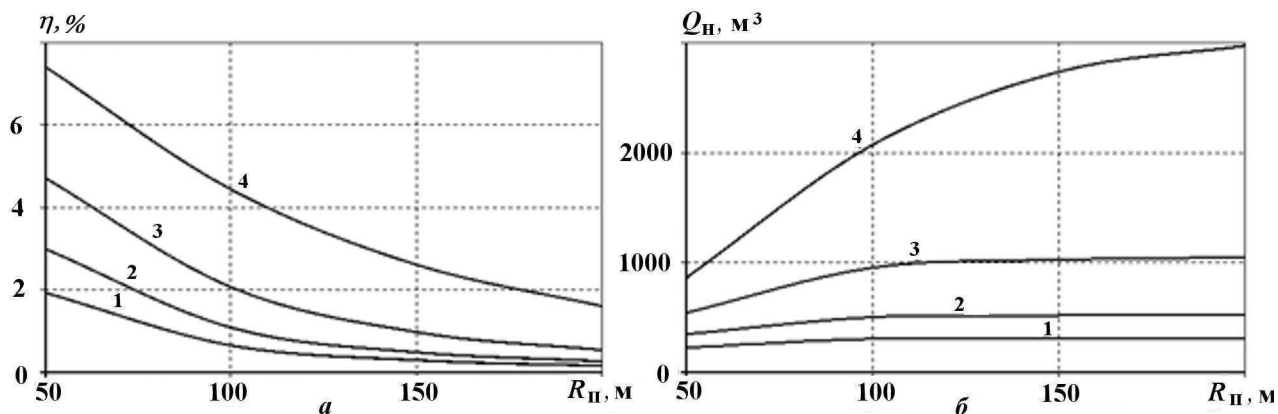


Рис. 2. Зависимости коэффициента нефтеотдачи η (а) и количества добытой нефти Q_n (б) от радиуса R_n области: 1 — $\theta = 93 \%$; 2 — $\theta = 94 \%$; 3 — $\theta = 95 \%$; 4 — $\theta = 96 \%$

при $R_{п}$, равном 50, 100 и 200 м, для $\theta = 93\%$ T соответственно равно 200, 304 и 304 суток, а для $\theta = 96\%$ — 1460, 3960 и 6040 суток.

Зависимости количеств $Q_{н,б}$ и $Q_{н,т}$ добытой нефти из блоков и трещин от $R_{п}$ имеют разный характер: для блоков это монотонно возрастающие функции, а для трещин — немонотонные, имеющие максимум внутри рассмотренного интервала (рис. 3). Такой характер зависимостей $Q_{н,т}$ приводит к тому, что при $R_{п}$, равном 50 и 100 м, количество добытой нефти из трещин больше, чем из блоков, а при $R_{п}$, равном 150 и 200 м, наоборот, $Q_{н,т} < Q_{н,б}$.

На рис. 4 (см. также цветную вкладку) приведены карты распределения водонасыщенности в трещинах (см. рис. 4, а, б) и блоках (см. рис. 4, в, г) при $\theta = 96\%$ в пласте протяженностью 50 и

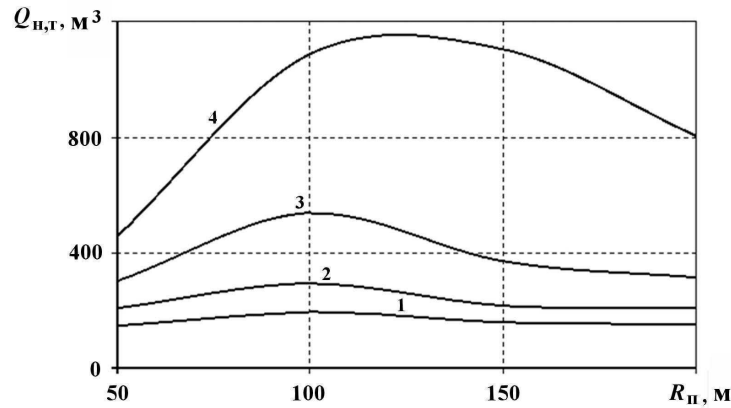


Рис. 3. Зависимости количества добытой нефти $Q_{н,т}$ из трещин от радиуса $R_{п}$ области: 1 — $\theta = 93\%$; 2 — $\theta = 94\%$; 3 — $\theta = 95\%$; 4 — $\theta = 96\%$

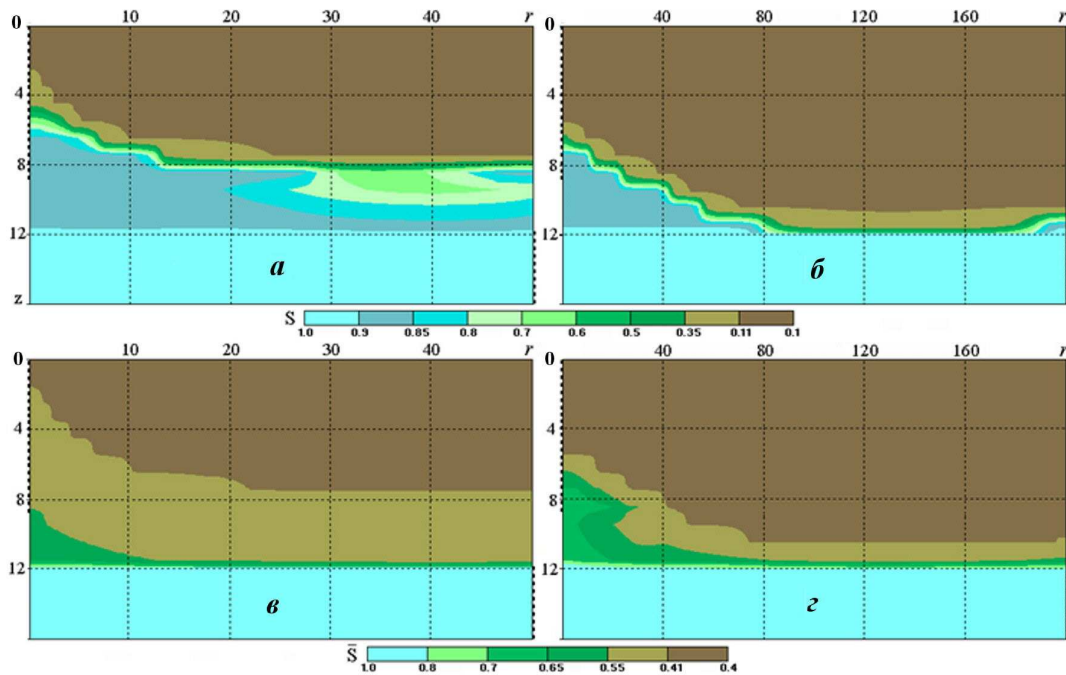


Рис. 4. Карты распределения водонасыщенности в трещинах (а, б) и блоках (в, г) при $R_{п} = 50$ м (а, в) и $R_{п} = 200$ м (б, г)

200 м. Участки проницаемых боковых границ пласта показаны на рисунке штриховыми линиями. Добывающая скважина расположена на его левой границе. Хорошо видны конусы подошвенной воды, поднимающиеся из нижнего водоносного слоя. При $R_{\text{п}} = 50$ м основание конуса занимает всю длину пласта, а при $R_{\text{п}} = 200$ м — менее 80 м. Характер распределения водонасыщенности в блоках обусловлен неоднородностью абсолютной проницаемости слоев. Низкая проницаемость блоков второго (невскрытого) слоя приводит к растеканию воды по границе между вторым и третьим пропластками. Некоторый подъем воды в окрестности правой границы пласта связан с вертикальным направлением потока, возникающего вследствие непроницаемости верхних слоев на этой границе.

Влияние постоянного дебита скважины на нефтеотдачу пласта. Дебит скважины непосредственно влияет на темп разработки пласта. Поэтому зависимость нефтеотдачи пласта от дебита анализируется при фиксированном объеме добытой жидкости (двухфазной смеси). Прежде всего отметим, что дебит скважины по-разному влияет на отбор нефти из трещин и из блоков: чем он больше, тем больше извлекается нефти из трещин и тем меньше из блоков (рис. 5). В результате функция $Q_{\text{н}}(q)$ становится немонотонной и при некотором значении q имеет минимум. Например, если $Q = 1,5 \cdot 10^4 \text{ м}^3$, то независимо от радиуса $R_{\text{п}}$ наименьшее значение достигается при $q \sim 100 \text{ м}^3/\text{сут}$, если же $Q = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^3$, то при $q \sim 200 \text{ м}^3/\text{сут}$. Такой характер зависимостей обусловлен не-newтоновскими свойствами нефти.

При $q = 10 \text{ м}^3/\text{сут}$ область $D_{\text{р}}$ фильтрации с разрушенной структурой нефти весьма мала как у трещин, так и у блоков и локализована в окрестности скважины. С ростом q размер $D_{\text{р}}$ в трещинах увеличивается (рис. 6, см. также цветную вкладку), что приводит к увеличению отбора нефти из трещин и уменьшению перетока нефти из блоков, в которых область $D_{\text{р}}$ изменяется весьма незначительно. Существование минимума у функции $Q_{\text{н}}(q)$ для пласта в целом показывает, что сначала преобладает отрицательное влияние увеличения дебита из-за поднятия конуса воды в окрестности скважины, а затем — положительное влияние, обусловленное увеличением размера области $D_{\text{р}}$. Сделанные выводы подтверждают вычислительные эксперименты, проведенные с обычной newтоновской нефтью, которые показали, что количество добытой нефти $Q_{\text{н}}$ из пласта монотонно снижается при увеличении дебита.

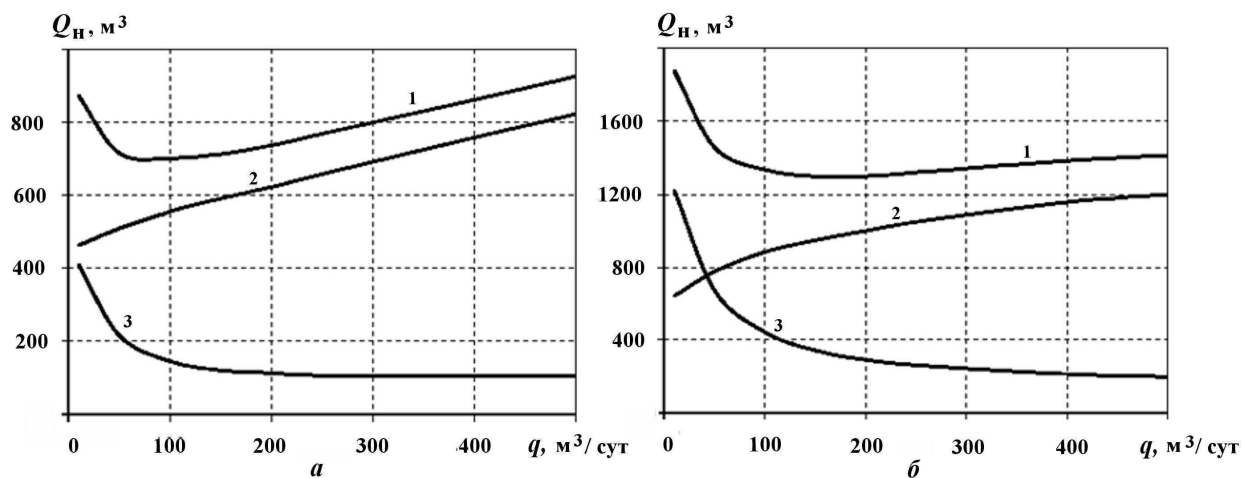


Рис. 5. Зависимость количества добытой нефти $Q_{\text{н}}$ из пласта (1), трещин (2) и блоков (3) от дебита q скважины: а — $Q = 1,5 \cdot 10^4 \text{ м}^3$; б — $Q = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^3$

Влияние модуля скорости фильтрации предельного разрушения структуры нефти на нефтеотдачу пласта. Рис. 6 (см. также цветную вкладку), на котором приводится конфигурация области $D_{\text{р}}$, свидетельствует, что зона перехода, где вязкость нефти меняется от значения $\mu_{2,\text{р}}$ до значения $\mu_{2,0}$, является весьма узкой, и можно сказать, что это изменение происходит скачком. Такой характер изменения вязкости в пласте приводит к тому, что решение задачи не зависит от

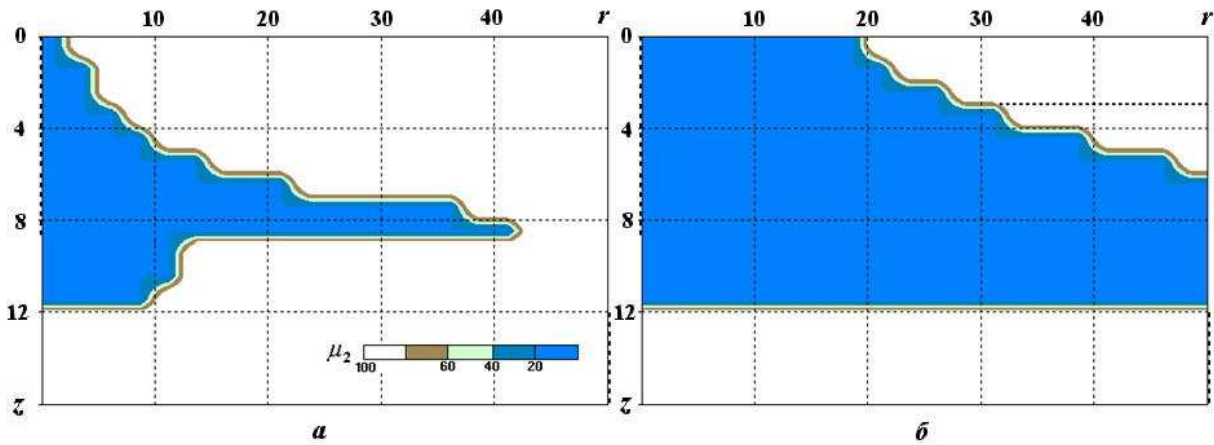


Рис. 6. Конфигурация области D_p с разрушенной структурой нефти при различных значениях дебита скважины: $a - q = 50 \text{ м}^3/\text{сут}$; $b - q = 400 \text{ м}^3/\text{сут}$

параметра γ_n при $0 \leq \gamma_n < \gamma_p$ и вида аппроксимации функциональной зависимости подвижности нефти ν от модуля γ скорости фильтрации. Как показал анализ результатов расчетов, размер переходной зоны практически не зависит как от дебита q , так и от значений параметров γ_p , γ_n , $\mu_{2,p}$, $\mu_{2,0}$.

Интересной особенностью области D_p с разрушенной структурой является ее вытянутость вдоль границы слабо- и высокопроницаемого слоев. Такая конфигурация D_p связана с растеканием воды по кровле слабопроницаемого второго слоя под действием гравитационных сил. Таким образом, область, занятая нефтью с разрушенной структурой, увеличивается в том направлении, где выше водонасыщенность.

Значительное влияние на нефтеотдачу пласта оказывает величина γ_p . Проведены вычислительные эксперименты при тех же значениях вязкости нефти с разрушенной и неразрушенной структурой, что и в базовом варианте, но с уменьшенными в 10 раз значениями параметров γ_p и γ_n , т. е. $\gamma_p = 0,002 \text{ м/сут}$; $\gamma_n = 0,001 \text{ м/сут}$. Анализ результатов расчетов показывает, что параметр γ_p качественно не влияет на работу скважины, но существенно изменяет ее количественные показатели. Так, например, при $\theta = 94 \%$, $\theta = 95 \%$ и $\theta = 96 \%$ нефтеотдача пласта соответственно больше на 27, 30 и 19 % при $R_n = 50 \text{ м}$ и на 51, 61 и 50 % при $R_n = 200 \text{ м}$. Следует заметить, что время T достижения заданного значения θ также существенно увеличивается. Например, если $\theta = 96 \%$, то рост T составляет 14 и 50 % при $R_n = 50 \text{ м}$ и $R_n = 200 \text{ м}$ соответственно. Отбор нефти увеличивается при любом дебите скважины.

В табл. 2 приведен относительный прирост $\delta\eta = (\eta/\eta_6 - 1) \cdot 100 \%$ нефтеотдачи η в рассматриваемом варианте по сравнению с в базовым вариантом (η_6) при различных q для трех значений Q .

Отметим, что функция $Q_n(q)$ также немонотонна при $\gamma_p = 0,002 \text{ м/сут}$, но ее минимум достигается при других значениях q_1 . Например, если $Q = 1,5 \cdot 10^4 \text{ м}^3$, то $q_1 \approx 50 \text{ м}^3/\text{сут}$, если же $Q = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^3$, то $q_1 \approx 100 \text{ м}^3/\text{сут}$.

Таблица 2

Относительный прирост нефтеотдачи

Q	q				
	10	50	100	150	500
15 000	11	26	51	57	33
30 000	10	18	30	36	31
50 000	10	12	17	21	28

Рассмотрим теперь зависимость нефтеотдачи η пласта от объема добытой жидкости Q при различных значениях дебита q скважины (рис. 7). Обращает на себя внимание тот факт, что при $Q < 10\,000\text{ м}^3$ нефтеотдача η тем выше, чем больше значение q . Однако по мере дальнейшего роста Q темп роста нефтеотдачи η падает тем быстрее, чем больше дебит q скважины. Так, при $Q = 50\,000\text{ м}^3$ наибольшая нефтеотдача (17,6 %) соответствует наименьшему дебиту $q = 10\text{ м}^3/\text{сут}$, в то время как при $q = 500\text{ м}^3/\text{сут}$ нефтеотдача достигает лишь 15,5 %. Такое падение дебита скважины по нефти обусловлено различием его обводненности при различных значениях q . В рассматриваемых случаях обводненность дебита составляет 97,6 и 99,3 % соответственно.

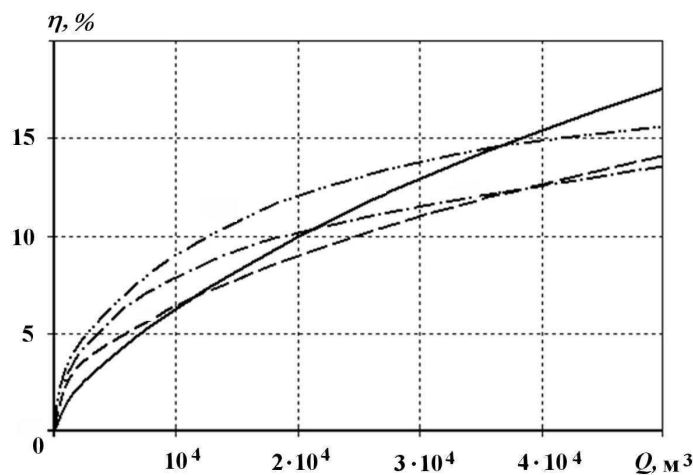


Рис. 7. Зависимость нефтеотдачи пласта от объема добытой жидкости: — — — $q = 10\text{ м}^3/\text{сут}$; — — — — $q = 50\text{ м}^3/\text{сут}$; — · — — $q = 100\text{ м}^3/\text{сут}$; — · · — — $q = 500\text{ м}^3/\text{сут}$

Влияние фильтрационно-емкостных параметров коллектора на нефтеотдачу пласта.

Прежде всего отметим, что варьирование фильтрационно-емкостных параметров пласта не отражается на качественной стороне процесса фильтрации. Поэтому рассматриваются только изменения $\delta\eta$ нефтеотдачи пласта по отношению к базовому варианту при $Q = 5 \cdot 10^4\text{ м}^3$.

Влияние параметров водоносного (третьего) слоя. Более высокая абсолютная проницаемость этого пропластка приводит к меньшей нефтеотдаче пласта. Так, при значениях проницаемости трещин и блоков в 2 и 4 раза больше базовых нефтеотдача снижается на 6,0 и 9,7 % соответственно. Аналогично влияет изменение толщины третьего слоя: при ее увеличении в 2 и 4 раза соответственно $\delta\eta = -5,7\%$ и $\delta\eta = -8,7\%$.

Таким образом, толщина и абсолютная проницаемость водоносного слоя оказывают на нефтеотдачу η пласта одинаковое влияние. Изменение пористости в 2–3 раза практически не влияет на η .

Влияние параметров второго (слабопроницаемого) слоя. Очевидно, чем меньше абсолютные проницаемости \bar{K}_2 блоков и K_2 трещин этого слоя и чем больше его толщина, тем выше будет нефтеотдача η пласта. Так, уменьшение значений \bar{K}_2 и K_2 в 2 раза приводит к росту η на 4,5 %.

Для сравнения степени влияния проницаемости второго и третьего слоев на нефтеотдачу пласта был рассмотрен вариант, в котором \bar{K}_2 и K_2 уменьшены в 2 раза, а \bar{K}_3 и K_3 увеличены в 2 раза по сравнению с базовыми значениями. В результате оказалось, что нефтеотдача пласта изменилась незначительно (примерно на 1,3 %). В следующем варианте толщина второго слоя была удвоена при одновременном уменьшении пористости во столько же раз (чтобы объем его пор остался постоянным), а толщина третьего слоя была также увеличена в 2 раза. В этом случае $\delta\eta = 3,8\%$.

Полученные результаты показывают, что фильтрационно-емкостные параметры второго пропластка оказывают на нефтеотдачу пласта большее влияние, чем параметры водоносного слоя.

При увеличении в 2 раза значений \overline{K}_1 , K_1 , \overline{K}_2 и K_2 приращение $\delta\eta$ нефтеотдачи составило 17,4 %. Следовательно, на нефтеотдачу η абсолютная проницаемость первого слоя оказывает существенно большее влияние, чем второго. Отметим, что при увеличении проницаемости только первого слоя $\delta\eta = 21,8\%$.

Влияние пористости трещин и блоков нефтеносных слоев на нефтеотдачу η пласта. Как известно, суммарная пористость m_i^Σ достаточно хорошо определяется в экспериментах. Однако экспериментальное ее разделение на пористость трещин m_i и блоков \overline{m}_i связано со значительными трудностями. Поэтому оценка влияния величин m_i и \overline{m}_i при сохранении суммарной пористости m_i^Σ представляет как теоретический, так и практический интерес.

В первом варианте расчетов пористость верхнего слоя $m_1^\Sigma = 0,22$, а пористость трещин в нем была удвоена ($m_1 = 0,04$), так что $\overline{m}_1 = 0,18$. В этом случае нефтеотдача увеличилась незначительно: $\delta\eta \approx 2,2\%$. В следующем варианте пористость трещин была увеличена в 2 раза не только в первом, но и во втором слое; прирост $\delta\eta$ нефтеотдачи пласта составил 12,1 %. Результаты вычислительных экспериментов, выполненных при варьировании значений m_1 , \overline{m}_1 и m_2 , \overline{m}_2 при фиксированных значениях m_1^Σ и m_2^Σ , показали, что соответствующие изменения пористости трещин и блоков во втором слое оказывают более существенное влияние на нефтеотдачу пласта, чем изменения в первом слое. Это связано с тем, что нефтеотдача трещин второго слоя значительно выше, чем первого.

Влияние коэффициента α , входящего в функциональную зависимость проницаемости трещин от давления, на работу скважины. Как известно, функция давления имеет логарифмический характер, так что зависимость абсолютной проницаемости трещин от давления в основном проявляется в призабойной зоне пласта. Поэтому при работе скважины в режиме заданного дебита ухудшение проницаемости приводит к снижению забойного давления P_c , и чем больше α , тем оно меньше. В реальных условиях P_c ограничено снизу, что приводит к соответствующим ограничениям на дебит скважины. Учитывая это, можно сказать, что чем больше α , тем меньше допустимый дебит. Так, например, при $q > 200 \text{ м}^3/\text{сут}$ и $\alpha = 0,1$ общий градиент в пласте оказывается слишком большим и нереализуемым на практике, а при $\alpha = 0,01$ недопустимые по той же причине дебиты превышают $400 \text{ м}^3/\text{сут}$. Однако при обводненности скважины более 80–90 % указанные дебиты становятся реализуемыми.

Коэффициент α , влияя на абсолютную проницаемость трещин в призабойной зоне, приводит к перераспределению притоков в скважину из трещин и блоков. Так, при $\alpha = 0,1$ и $q = 200 \text{ м}^3/\text{сут}$ поток в скважину из блоков увеличивается по сравнению с базовым вариантом в 2–4 раза, что приводит к более высокой нефтеотдаче блоков (например, при $t = 15$ сут она больше в 1,5 раза, а при $t = 250$ сут — на 9 %). Однако вклад притока из блоков в суммарный дебит скважины весьма незначителен и представляет собой убывающую функцию времени (например, при $t = 15$ сут он составляет 0,5 % при $\alpha = 0,01$ и 1,3 % при $\alpha = 0,1$, а при $t = 250$ сут — соответственно 0,15 и 0,5 %). Поэтому значение коэффициента α не оказывает существенного влияния на конечную нефтеотдачу пласта в целом (нефтеотдача η в рассматриваемом примере больше базового значения η_0 на 1,8 %).

Влияние периодической работы скважины на нефтеотдачу пласта. Для повышения эффективности выработки блоков используется циклическое воздействие на трещиновато-пористые пласты с достаточно коротким периодом. Оптимальные параметры воздействия определяются в результате решения вопроса о соотношении полупериодов работы τ_1 и простоя τ_2 . Гравитационные силы могут оказать определенное влияние на выбор времени τ_2 простоя. Однако в данном случае оседание конуса происходит достаточно медленно из-за высокой вязкости нефти с неразрушенной структурой. Поэтому на выбор соотношения между значениями τ_1 и τ_2 существенно большее влияние оказывает неньютоновское свойство нефти. Действие упругих сил, как известно, распространяется в пласте на расстояние, пропорциональное величине $\sqrt{K\tau_1(K_1^* + \mu K_2^*)/\beta}$. Так как $\mu_2 = \mu_2(\gamma)$, то во время работы скважины радиус воздействия будет определяться вязкостью нефти с разрушенной структурой $\mu_{2,0}$, а при остановке скважины — вязкостью $\mu_{2,p}$ с неразрушенной структурой. В рассматриваемом примере значения этих величин отличаются в 5 раз. В проведенных вычислительных экспериментах $\tau_2 = 4\tau_1$.

Результаты расчетов показали, что независимо от дебита и радиуса $R_{\text{п}}$ периодическая работа скважины существенно увеличивает нефтеотдачу пласта. Наибольшая нефтеотдача достигается при наименьшем из рассмотренных $\tau_1 = 0,5$ сут. При $R_{\text{п}} = 50$ м и $R_{\text{п}} = 200$ м оптимальными оказываются дебиты $q = 50 \text{ м}^3/\text{сут}$ и $q = 500 \text{ м}^3/\text{сут}$ соответственно. В этих случаях прирост нефтеотдачи $\delta\eta$, $\delta\eta_{\text{т}}$ и $\delta\eta_{\text{б}}$ пласта, трещин и блоков составил соответственно 38, -10, и 89 % при $R_{\text{п}} = 50$ м, 42, -43, и 331 % при $R_{\text{п}} = 200$ м. Отрицательные значения $\delta\eta_{\text{т}}$ означают, что в трещинах нефтеотдача снизилась. Это связано со значительным повышением интенсивности перетока нефти из блоков в трещины. При $R_{\text{п}} = 50$ м он увеличился в 2,1 раза, а при $R_{\text{п}} = 200$ м — в 4,3 раза. Дебит нефти из трещин хотя и возрос, но оказался меньше, чем приток из блоков, что и привело к снижению нефтеотдачи трещин*.

Для изучения влияния полупериодов τ_1 и τ_2 на эффективность работы скважин в циклическом режиме проведены два варианта расчетов: при $\tau_2 = 2\tau_1$ и при $\tau_2 = 4\tau_1$ (варианты 1 и 2 соответственно).

На рис. 8 показано влияние полупериода работы скважины на изменение $\Delta\eta$, $\Delta\eta_{\text{б}}$, $\Delta\eta_{\text{т}}$ нефтеотдачи пласта, блоков и трещин, отнесенной к соответствующим значениям нефтеотдачи $\eta_{\text{ф}}$, $\eta_{\text{бф}}$, $\eta_{\text{тф}}$ в базовом варианте без циклического воздействия при $q_{\text{ф}} = 500 \text{ м}^3/\text{сут}$, т. е. $\Delta\eta = (\eta/\eta_{\text{ф}} - 1) \times 100 \%$, $\Delta\eta_{\text{б}} = (\eta_{\text{б}}/\eta_{\text{бф}} - 1) \cdot 100 \%$, $\Delta\eta_{\text{т}} = (\eta_{\text{т}}/\eta_{\text{тф}} - 1) \cdot 100 \%$. Из рисунка видно, что нефтеотдача пласта возрастает с уменьшением длительности полупериода τ_1 работы скважины и увеличением τ_2 по сравнению с τ_1 . Так, в первом варианте расчетов $\Delta\eta = 5,4 \%$ при $\tau_1 = 5$ сут и $\Delta\eta = 10,2 \%$ при $\tau_1 = 0,25$ сут, а во втором варианте $\Delta\eta = 10,2 \%$ и $\Delta\eta = 13,7 \%$ соответственно. В то же время при $\tau_1 > 2$ сут увеличение длительности полупериода работы скважины приводит к весьма медленному приросту нефтеотдачи пласта. Например, при $\tau_1 = 2$ сут и $\tau_1 = 5$ сут этот прирост отличается на 0,2 % в обоих вариантах расчетов.

Нефтеотдача трещин снижается с уменьшением τ_1 , что связано с повышением интенсивности перетоков нефти из блоков в трещины. Так, в варианте 1 нефтеотдача $\eta_{\text{т}}$ трещин при $\tau_1 = 5$ сут больше на 2 %, а при $\tau_1 = 0,25$ сут меньше на 9,8 % нефтеотдачи $\eta_{\text{тф}}$.

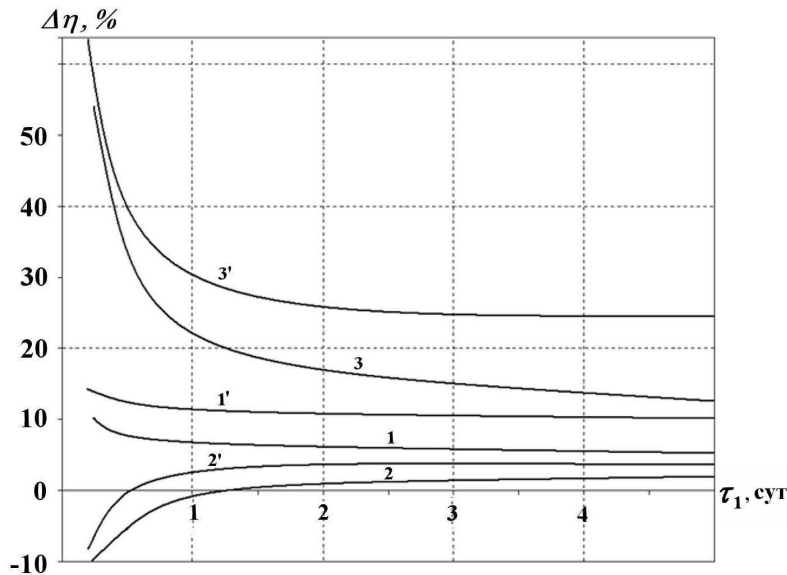


Рис. 8. Зависимости прироста нефтеотдачи пласта (1, 1'), трещин (2, 2'), и блоков (3, 3') от полупериода τ_1 работы скважины: 1—3 — вариант 1; 1'—3' — вариант 2

* В процессе фильтрации происходит перетекание нефти как из блоков в трещины, так и из трещин в блоки, но в меньшем объеме. За переток нефти из блоков в трещины принимается разность между количествами нефти, вытекшей из блоков в трещины и поступившей из трещин в блоки.

Циклический режим приводит к значительному увеличению нефтеотдачи блоков. Так, в первом варианте расчетов $\Delta\eta_6 = 12,6\%$ при $\tau_1 = 5$ сут и $\Delta\eta_6 = 53,9\%$ при $\tau_1 = 0,25$ сут, а во втором варианте $\Delta\eta_6 = 24,6\%$ и $\Delta\eta_6 = 56,7\%$ соответственно. Это, несомненно, связано с работой упругих сил и существенным ростом перетоков между блоками и трещинами.

На рис. 9 показано влияние периода работы скважины на суммарный переток Π и на переток нефти Π^1 из блоков в трещины, нормированные на соответствующие значения перетоков при постоянном дебите скважины. Варианты 1 и 2 соответствуют периодическому воздействию при $\tau_2 = 2\tau_1$ и $\tau_2 = 4\tau_1$. Из рисунка видно, что перетоки весьма сильно зависят от частоты циклического режима работы скважины (особенно при $\tau_1 < 2$). Например, в первом варианте суммарные перетоки выросли в 1,11 раза при $\tau_1 = 5$ сут и в 2,82 раза при $\tau_1 = 0,25$ сут, а во втором — в 1,22 и 3,3 раза соответственно. Перетоки нефти возросли с 1,19 до 1,70 и с 1,32 до 1,77 раза в первом и втором вариантах соответственно.

Таким образом, циклический режим работы скважины с коротким периодом приводит к более интенсивному перетоку из блоков в трещины и, как следствие, к повышению нефтеотдачи пласта. Такое ее увеличение обусловлено работой упругих сил.

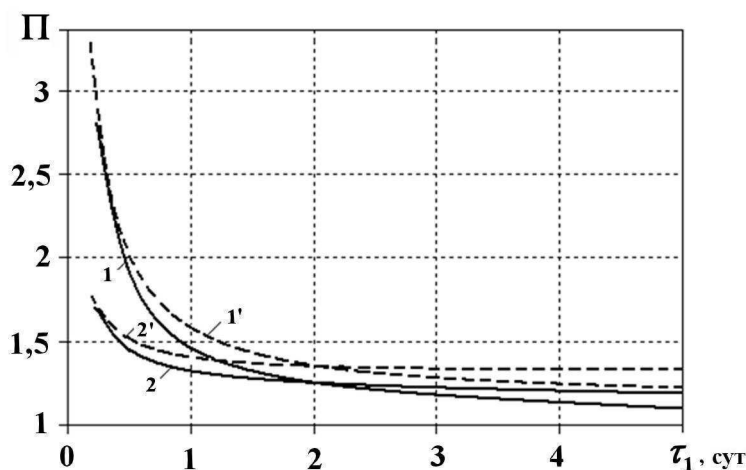


Рис. 9. Зависимости относительных перетоков двухфазной смеси (1, 1') и нефти (2, 2') из блоков в трещины от периода работы скважины: 1, 2 — вариант 1; 1', 2' — вариант 2

Выводы

В рамках модели двухфазной фильтрации дано математическое описание нестационарных процессов в трещиновато-пористом пласте, содержащем неньютоновскую нефть и подошвенную воду. Построены численная и алгоритмическая модели, реализованные в соответствующем программном комплексе, для решения задачи разработки пласта добывающей скважиной при нестационарном эксплуатационном режиме. Из проведенных вычислительных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1. Наличие неньютоновских свойств нефти приводит к немонотонному характеру зависимости нефтеотдачи от дебита добывающей скважины и существованию значения дебита, при котором нефтеотдача оказывается наихудшей. Нефтеотдача пласта тем выше, чем меньше модуль скорости фильтрации предельного разрушения структуры.
2. С увеличением длины пласта (при прочих равных условиях) его нефтеотдача снижается. Зависимости количества добытой нефти из блоков и трещин от радиуса области фильтрации имеют разный характер: для блоков это монотонно возрастающая функция, а для трещин — немонотонная, имеющая максимум внутри интервала изменения $R_{\text{н}}$.

3. Толщина и абсолютная проницаемость водоносного слоя оказывают на η одинаковое влияние. При этом большая проницаемость и толщина приводят к меньшей нефтеотдаче пласта. Абсолютная проницаемость первого слоя оказывает существенно большее влияние на η , чем абсолютная проницаемость второго слоя, а второго — больше, чем третьего, водоносного.
4. Распределение пористости между трещинами и блоками во втором слое оказывает более существенное влияние на η по сравнению с первым слоем.
5. Значение коэффициента α , входящего в функциональную зависимость проницаемости трещин от давления, оказывает существенное влияние на забойное давление скважины и нефтеотдачу блоков.
6. Циклический режим работы скважины с коротким периодом усиливает массообмен между блоками и трещинами, что приводит к повышению нефтеотдачи пласта. Наиболее эффективным является режим, при котором соотношение между периодами простоя и работы скважины обусловлено отношением значений вязкости нефти с разрушенной и неразрушенной структурой.

Список литературы

1. *Муслимов Р. Х.* Основные итоги и перспективы дальнейшего применения методов увеличения нефтеотдачи пластов на месторождениях Республики Татарстан // *Материалы семинара-дискуссии "Концепция развития методов увеличения нефтеизвлечения"*. Бугульма, 27—28 мая 1996 г. Казань: Новое знание, 1997. С. 9—24.
2. *Муслимов Р. Х., Десятков В. К., Евтушенко С. П.* Дальнейшее развитие теоретических и экспериментальных промысловых исследований по отработке гидродинамических методов повышения нефтеотдачи на месторождениях Татарстана // Там же. С. 99—110.
3. *Молокович Ю. М., Марков А. И., Давлетшин А. А. и др.* Периодическое гидродинамическое воздействие — определяющий элемент технологической схемы выработки трещиновато-пористых коллекторов // *Тр. науч.-практ. конф. "Приоритетные методы увеличения нефтеотдачи пластов и роль супертехнологий"*. Бугульма, 25—26 ноября 1997 г. Казань: Новое знание, 1998. С. 119—122.
4. *Молокович Ю. М., Чекалин А. Н.* Численное моделирование процесса взаимодействия системы блоков и системы трещин карбонатного коллектора при периодическом режиме дренирования // Там же. С. 122—125.
5. *Конюхов В. М., Костерин А. В., Чекалин А. Н.* Математическое моделирование вытеснения нефти водой при циклическом воздействии на трещиновато-пористый пласт // *Инженерно-физический журнал*. 2000. Т. 73, № 4. С. 695—703.
6. *Костерин А. В., Егоров А. Г.* Упругий режим фильтрации в трещиновато-пористых пластах // *Изв. РАЕН. Сер. Математика. Математическое моделирование. Информатика и управление*. 1997. Т. 1, № 4. С. 60—74.
7. *Егоров А. Г., Костерин А. В., Скворцов Э. В.* Консолидация и акустические волны в насыщенных пористых средах. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990.
8. *Чекалин А. Н., Конюхов В. М., Костерин А. В.* Двухфазная многокомпонентная фильтрация в нефтяных пластах сложной структуры. Казань: КГУ, 2009.
9. *Дияшев Р. Н., Конюхов В. М., Михайлов В. В., Чекалин А. Н.* Численное моделирование фильтрации неньютоновской нефти в трещиновато-пористом пласте с подошвенной водой // *Ученые записки Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. 2011. Т. 153. Кн. 4. С. 84—98.
10. *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.

11. Алишаев М. Г., Розенберг М. Д., Теслюк Е. В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений. М.: Недра, 1985.
12. Дияшев Р. Н., Зейгман Ю. В., Рахимов Р. Л. Исследование аномалий вязкости пластовых нефтей месторождений Республики Татарстан // Георесурсы. 2009. № 2 (30). С. 44–48.
13. Чекалин А. Н. Численные решения задач фильтрации в водонефтяных пластах. Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 1982.
14. Чекалин А. Н. Разрешимость задачи с интегральными граничными условиями для дифференциального уравнения параболического типа // Дифференциальные уравнения. 1985. Т. 21, № 2. С. 348–352.
15. Чекалин А. Н. Вычисление насыщенности при двухфазной фильтрации жидкости // Исследования по подземной гидромеханике. 1987. Вып. 9. С. 144–156.
16. Дияшев Р. Н., Хисамов Р. С., Конюхов В. М., Чекалин А. Н. Форсированный отбор жидкости из коллекторов с двойной пористостью, насыщенных неньютоновскими нефтями. Казань: Фэн, 2012.
17. Годунов С. К., Рябенский В. С. Введение в теорию разностных схем. М.: Физматгиз, 1977.
18. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
19. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
20. Конюхов В. М., Чекалин А. Н., Храмченков М. Г. Миграция разноплотностных жидкостей в водоносных пластах сложной структуры. Казань: Казанское математическое общество, 2005.
21. Конюхов В. М., Чекалин А. Н. Численно-аналитический метод решения задачи переноса рассола в водоносном пласте // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 1. С. 61–76.

Статья поступила в редакцию 19.10.12
