

УДК 621.01:539.422.24+621-027.45

## МЕТОДИКА ОЦЕНКИ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВИБРАЦИОННОЙ НАГРУЗКИ

Н. А. Билык, Т. Н. Артемьева  
(РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров)

Приводятся метод и алгоритм оценки показателей надежности к усталостной прочности деталей механических конструкций под действием многоступенчатой случайной вибрации со случайным спектром. Действующая нагрузка задается на местах крепления изделия или напряжения в опасном сечении детали. Метод позволяет оценивать меру накопленных повреждений на каждой ступени нагружения и за все время нагружения, среднее значение и среднее квадратическое отклонение логарифма *времени жизни* детали. Создан программный комплекс для АРМ, реализующий данный подход.

*Ключевые слова:* случайная вибрация, многоступенчатая случайная вибрация, *время жизни* детали, мера накопленных повреждений, показатель надежности.

### Введение

На составные части механических конструкций (изделий) во время эксплуатации действуют вибрационные нагрузки в виде случайных вибраций со случайным спектром с несколькими степенями нагружения. Например, это наблюдается при транспортировке железнодорожным или автомобильным транспортом, на активном и пассивном участках полета ракеты и т. п. Выход конструкции из строя при таком воздействии происходит зачастую из-за усталостного разрушения деталей.

Исследованию усталостной прочности уделяется большое внимание. Проводятся как эксперименты со стандартными образцами или макетами изделий [1, 2], так и расчетно-теоретические исследования [1–3]. При этом учитываются испытания образцов по накоплению меры повреждений при ступенчатом вибрационном нагружении [1, 4, 5] и при действии случайной вибрации [6].

Программный комплекс для расчета усталостного разрушения элементов конструкции при многоступенчатом нагружении случайной вибрацией позволяет определить показатели надежности: вероятность  $\hat{R}$  неразрушения детали под действием случайных вибраций, среднее квадратическое отклонение (СКО) вероятности  $\hat{R}$ , среднее значение и СКО логарифма *времени жизни* детали, меру накопленных повреждений в опасном сечении детали.

### Случайный характер вибрационных кривых усталости материала деталей

Кривую *усталости* материала под действием  $N$  циклов гармонической вибрации запишем в виде [7, 8]

$$N - N_1 = N_0 (\sigma - \sigma_{-1m})^{-m}, \quad (1)$$

где  $N_0$ ,  $N_1$ ,  $m$  — параметры кривой усталости;  $\sigma_{-1m}$  — минимальный предел усталости материала при  $N \rightarrow \infty$ .

В предположении  $N \geq 10^5$  параметр  $N_1$  берется равным нулю и формула (1) записывается в виде [1, 3]

$$N = N_0 (\sigma - \sigma_{-1m})^{-m}. \quad (2)$$

Как показывает статистическая обработка экспериментальных данных [7, 8], параметр  $m$  для определенного материала является постоянной величиной и равен  $4 \div 6$ ; исключение составляет сплав АК6, для которого  $m = 8$ . При растяжении-сжатии и при изгибе с вращением параметры  $m$  и  $N_0$  практически совпадают для всех материалов (авторами данной статьи исследованы сплавы АЛ9-Т5, Д16, АМг6, сталь 45, Д16-Т, 30ХГСА, 20ХНЗА, Х18Н9Т, ВТ2, а также паяные конструкции стальных (марки 12Х18Н10Т) и медных (марки МЗР.М) трубопроводов).

Ограничение по минимальному пределу усталости  $\sigma_{-1m}$  следует из диаграммы усталостного разрушения, построенной по экспериментальным данным, полученным при нагружениях до  $10^9 - 10^{10}$  циклов [5]. Определяющей величиной при выборе минимального предела усталости  $\sigma_{-1m}$  является отношение среднего значения минимального предела усталости  $\bar{\sigma}_{-1m}$  к среднему значению предела усталости  $\bar{\sigma}_{-1}$  при числе циклов нагружения  $10^7$  [3]:

$$\bar{\sigma}_{-1m}^{(1)} = \frac{\bar{\sigma}_{-1m}}{\bar{\sigma}_{-1}}.$$

Для кривой усталости алюминиевых сплавов  $\bar{\sigma}_{-1m}^{(1)} \sim 0,66 \bar{\sigma}_{-1}$ , а для обобщенной кривой усталости  $\bar{\sigma}_{-1m}^{(1)} \sim 0,45 \bar{\sigma}_{-1}$  [7–9]. В [3] указывается, что накопление повреждений в материале начинается при амплитудах напряжений  $\sim 0,6$  от предела усталости на базе  $10^7$  циклов.

Отношение среднего значения предела циклической усталости  $\bar{\sigma}_{-1}$  к среднему значению предела прочности  $\bar{\sigma}_B$  для алюминиевых сплавов составляет  $\sim 1/3$  [4, 7], для сталей  $\sim 1/2$  [4, 9]. Отсюда отношение

$$\bar{\sigma}_{-1m}^{(2)} = \frac{\bar{\sigma}_{-1m}}{\bar{\sigma}_B}$$

для алюминиевых сплавов составляет  $\sim 0,15$ , а для сталей  $\sim 0,3$ .

Такие характеристики сопротивления материалов усталости, как число циклов до разрушения  $N$  или предел усталости  $\sigma_{-1}$ , являются случайными величинами, которым свойственно большое рассеяние даже при условии испытаний идентичных образцов, изготовленных из материала одной плавки. Поэтому можно определить математическое ожидание (МО) и СКО этих случайных величин.

Зависимость среднего предела усталости материала от среднего предела прочности близка к линейной [7, 10, 11]:

$$\bar{\sigma}_{-1} \approx a_1 \bar{\sigma}_B,$$

и для каждой случайной реализации

$$\sigma_{-1} = a_1 \sigma_B + \xi_1, \quad (3)$$

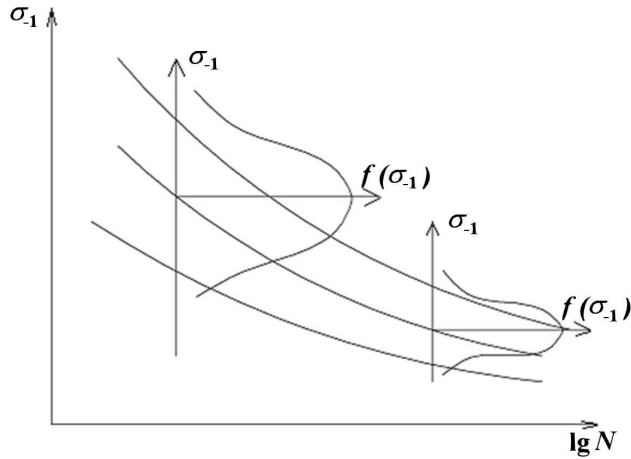
где  $\xi_1$  — случайная неуправляемая величина с МО  $M(\xi_1)$  и СКО  $S_{\xi_1}$ ;  $a_1$  — постоянный коэффициент при конкретном числе циклов нагружения;  $\sigma_B$  — предел прочности материала (случайная величина).

На основании (3) можно предположить, что каждому образцу с конкретным значением предела прочности соответствует своя кривая усталости и заданному числу образцов соответствует семейство кривых (рисунок). При этом для минимального предела усталости имеется зависимость

$$\sigma_{-1m} = a_2 \sigma_B + \xi_2,$$

где  $a_2 < a_1$ . МО и СКО минимального предела усталости равны соответственно  $M(\sigma_{-1m}) \cong \bar{\sigma}_{-1m}$ ,  $S_{\sigma_{-1m}} = \sqrt{a_2^2 S_{\sigma_B}^2 + S_{\xi_2}^2}$ . Аналогичные выражения можно записать и для  $\sigma_{-1}$ .

Гипотезу о таком характере семейства кривых усталости подтверждают усталостные испытания образцов алюминиевого сплава и других материалов с крупным и мелким зерном [7, 12], а полученные при этом кривые названы в [4] индивидуальными кривыми усталости. Если пренебречь разбросом предела усталости от неуправляемых факторов, то коэффициент вариации  $\sigma_{-1}$  будет постоянным при любом числе циклов (т. е.  $w_{\sigma_{-1}} \cong w_{\sigma_B} = \text{const}$ ) и вдоль кривой усталости, что подтверждается для алюминиевых сплавов [8].



Семейство кривых усталости

При числе циклов до разрушения образца  $10^7-10^8$  СКО логарифма числа циклов можно определить по формуле

$$S_{\lg N} = mM \frac{w_{\sigma-1} \bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_{-1} - \bar{\sigma}_{-1m}}, \quad (4)$$

которая получена в предположении, что разброс  $\sigma_{-1m}$  мал по сравнению с  $\sigma_{-1}$ . Формула (4) дает увеличение СКО числа циклов до разрушения образца с уменьшением  $\bar{\sigma}_{-1}$  и удовлетворительно совпадает с экспериментальными данными по алюминиевым сплавам.

В [8] предлагается принимать распределение предела усталости нормальным, а распределение числа циклов до разрушения образца при постоянном напряжении логарифмически-нормальным или логарифмически-нормальным с наличием порога чувствительности по циклам. Очевидно, что в действительности распределение предела усталости  $\sigma_{-1}$  имеет отличия как от

классического нормального распределения, так и от нормального распределения с ограничениями снизу и сверху. Однако для упрощения расчета будем принимать  $\sigma_{-1}$  распределенным по нормальному закону.

### Кривые вибрационной усталости деталей

Влияние конструктивных факторов и постоянного напряжения  $\sigma_{од}$  в опасном сечении детали на предел усталости детали учтем путем умножения предела усталости образца  $\sigma_{-1}$  на коэффициент [2, 10]

$$K = \frac{\varepsilon_{п} \varepsilon_{м}}{K_{-1}} \left( 1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_{в}} \right),$$

где  $\varepsilon_{м}$  — масштабный коэффициент, учитывающий отличие размеров детали и образца;  $\varepsilon_{п}$  — коэффициент, учитывающий чистоту обработки поверхности;  $K_{-1}$  — эффективный коэффициент концентрации напряжений в опасном сечении детали. Более полный учет формы детали и напряженного состояния можно выполнить по методу В. П. Когаева [3, 6].

Напряжение  $\sigma_{-1ад}$ , при котором произойдет разрушение детали на базе  $N$  циклов, определим по формуле

$$\sigma_{-1ад} \approx \sigma_{-1} \frac{\varepsilon_{п} \varepsilon_{м}}{K_{-1}} \left( 1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_{в}} \right),$$

где  $\sigma_{-1}$  — ограниченный предел усталости на базе  $N$  циклов;  $\sigma_{од}$  — постоянное напряжение в опасном сечении детали.

Кривую усталости детали при вибрационном синусоидальном (в том числе асимметричном) нагружении запишем в виде

$$N_{д} = N_{од} (\sigma_{ад} - \sigma_{-1д})^{-m},$$

где

$$N_{од} = N_0 \left[ \frac{\varepsilon_{п} \varepsilon_{м}}{K_{-1}} \left( 1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_{в}} \right) \right]^m; \quad \sigma_{-1д} = \frac{\varepsilon_{п} \varepsilon_{м}}{K_{-1}} \sigma_{-1m} \left( 1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_{в}} \right). \quad (5)$$

## Мера повреждаемости деталей при вибрационном нагружении

При расчете усталостного разрушения детали под действием вибрационной нагрузки используется гипотеза линейного накопления повреждений (правило Майера) [1, 2, 4]:

$$d = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i},$$

где  $d$  — мера накопленных усталостных повреждений детали;  $k$  — число блоков с напряжением  $\sigma_{ад}$ ;  $n_i$  — число циклов в блоке с напряжением  $\sigma_{адi}$ ;  $N_i$  — число циклов до разрушения детали при напряжении  $\sigma_{адi} = \sigma_{-1адi}$ . Условие разрушения записывается в виде  $d = 1$ .

Результаты многих исследований показывают, что даже при испытании достаточно большого количества образцов в каждом блоке ступенчатого нагружения величина  $d$  отклоняется от единицы [3, 5, 13]. Это отклонение имеет детерминированную и случайную составляющие. Детерминированная составляющая возникает из-за того, что действительные закономерности накопления усталостных повреждений более сложные, чем простое линейное суммирование относительных долговечностей [13, 14]. Случайная составляющая связана со значительным рассеиванием как самих долговечностей  $N_i$  и  $N_{сум}$ , где  $N_{сум} = \sum_{i=1}^k n_i$ , так и их средних значений  $\bar{N}_i$  и  $\bar{N}_{сум}$  ( $\bar{N}_{сум} = \sum_{i=1}^k \bar{n}_i$ ).

Приближенная оценка доверительных интервалов для меры накопленных повреждений  $d$  при вибрационном разрушении образца показывает, что при  $S_{lg N} = 0,2$  и при справедливости линейной гипотезы суммирования повреждений в среднем (медианное значение  $\tilde{d} = 1$ ) 95 %-ным доверительным интервалом для  $\bar{d}$ , где  $\bar{d} = \sum_{i=1}^k \frac{\bar{n}_i}{\bar{N}_i}$ , а  $\bar{N}_i$  определялось по 15–20 образцам в каждом блоке нагружения, является интервал  $0,6 < \bar{d} < 1,6$  [3, 5, 13]. При  $S_{lg N} = 0,6$  получается интервал  $0,25 < \bar{d} < 4$ , что подтверждается опытными данными. Многочисленные исследования показывают, что значения  $\bar{d}$  находятся почти всегда в пределах  $0,5 < \bar{d} < 2,0$  [2, 5].

Из сказанного следует, что практически весь интервал разброса меры накопленных повреждений охватывает доверительный интервал, связанный со статистическим характером усталостного разрушения детали. Наряду с этим, поскольку разброс числа циклов до разрушения меняется вдоль кривой усталости, разброс меры накопленных повреждений будет меняться в зависимости от характера блоков напряжений [1].

## Вероятность усталостного разрушения детали под действием случайной вибрации

Алгоритм расчета вероятности усталостного разрушения детали приводится в предположении, что при разрушении мера накопленных усталостных повреждений детали  $d = 1$ . При определении значения  $d$  в опытах полученное значение может использоваться и в расчете.

За показатели надежности элементов механических конструкций под действием вибрационной нагрузки принимаются вероятность неразрушения детали  $\hat{R}$  и нижняя граница вероятности неразрушения  $R_\omega$ , соответствующая доверительной вероятности  $\omega$ , которые определяются по формулам

$$\hat{R} = 1 - \hat{q}; \quad R_\omega = 1 - u_\omega \sigma_{\hat{R}}, \quad \sigma_{\hat{R}} = \hat{q}.$$

Если спектр вибрационной нагрузки обеспечивается с доверительной вероятностью  $\omega = 0,9$ , то  $\sigma_{\hat{R}} = 0$ .

Вероятность усталостного разрушения детали под действием случайной вибрации за время эксплуатации изделия  $T$ , определяется формулой

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_{\hat{q}}} e^{-t^2/2} dt,$$

где  $u_{\hat{q}} = \frac{\lg(T_{\text{э}}) - \lg(\xi_{T_{\text{д}}})}{S_{\lg T_{\text{д}}}}$  — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности  $\hat{q}$ ;  $S_{\lg T_{\text{д}}}$  — СКО логарифма времени жизни детали под действием случайной вибрации;  $\lg(\xi_{T_{\text{д}}})$  — среднее значение логарифма времени жизни детали,  $\lg(\xi_{T_{\text{д}}}) = \lg(N_{\text{од}}) - \lg(x_{\text{од}})$ .

При  $k$  ступенях нагружения изделия случайной вибрационной нагрузкой в течение времени  $T_{\text{э}1}, T_{\text{э}2}, \dots, T_{\text{э}k}$ , (т. е.  $T_{\text{э}j}$ ,  $j = \overline{1, k}$ ), пользуемся формулами

$$T_{\text{э}} = \sum_{j=1}^k T_{\text{э}j}; \quad \lg(\xi_{T_{\text{д}}}) = \lg\left(\frac{1}{T_{\text{э}}} \sum_{j=1}^k \xi_{T_{\text{д}j}} T_{\text{э}j}\right);$$

$$\lg(\xi_{T_{\text{д}j}}) = \lg(N_{\text{од}}^j) - \lg(x_{\text{од}}^j), \quad x_{\text{од}}^j = N_{1\text{max}}^j S_{\text{ад}j}^m \Psi(x_1^j), \quad x_1^j = \frac{\sigma_{-1\text{д}j}}{S_{\text{ад}j}}, \quad j = \overline{1, k}.$$

Здесь  $S_{\text{ад}j}$  — СКО напряжений (интенсивности напряжений) в опасном сечении детали, которые вызваны действием случайной вибрационной нагрузки на деталь с СКО  $S_{\text{а}j}$ ;  $N_{1\text{max}}^j$  — среднее число максимумов случайной вибрационной нагрузки на  $j$ -й ступени нагружения в секунду;  $\Psi(x_1^j)$  — функция, характеризующая спектр вибрационного нагружения детали;  $x_1^j$  — относительный к  $S_{\text{ад}j}$  минимальный предел усталости детали. Величина  $S_{\text{ад}j}$  определяется по формулам

$$S_{\text{ад}j} = \frac{\sigma_{\text{эКВ}}}{n_g} S_{\text{а}j}, \quad S_{\text{а}j} = \sqrt{\sum_{i=1}^h \Phi_{ij} \beta_i^2 \Delta f_i},$$

где  $\sigma_{\text{эКВ}}$  — напряжение от действия перегрузки  $n_g$ ;  $S_{\text{а}j}$  — СКО перегрузки в опасном сечении детали при действии случайной вибрационной нагрузки на  $j$ -й ступени нагружения;  $h$  — число интервалов, на которые разделена по частоте передаточная функция;  $\Phi_{ij}$  — спектральная плотность вибрационной нагрузки на месте крепления изделия;  $\beta_i$  — коэффициент динамичности детали, соответствующий частоте  $f_i$ ;  $\Delta f_i$  — интервал частот в окрестности  $f_i$ .

Если задана спектральная плотность напряжения (интенсивности напряжений)  $\Phi'_{ij}$  в опасном сечении детали, то СКО напряжения равно  $S_{\text{а}j} = \sqrt{\sum_{i=1}^h \Phi'_{ij} \Delta f_i}$ . Число пересечений нулевого уровня вычисляется по формуле

$$N_{1\text{max}}^j = \sqrt{\frac{\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^4 \Delta f_i}{\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^2 \Delta f_i}}, \quad j = \overline{1, k}, \quad (6)$$

и если задана спектральная плотность напряжения в опасном сечении детали, то в (6)  $\beta_i \equiv 1$ .

На  $j$ -й ступени нагружения

$$\sigma_{-1\text{д}j} = \frac{\varepsilon_{\text{п}} \varepsilon_{\text{м}}}{K_{-1}} \sigma_{-1\text{м}} \left(1 - \frac{\sigma_{\text{од}j}}{\bar{\sigma}_{\text{в}}}\right); \quad x_1^j = \frac{\sigma_{-1\text{д}j}}{S_{\text{ад}j}} \quad (j = \overline{1, k}),$$

где  $\sigma_{\text{од}j}$ ,  $\sigma_{-1\text{д}j}$  — соответственно постоянное напряжение в опасном сечении детали и минимальный предел усталости детали при действии случайной вибрационной нагрузки на  $j$ -й ступени нагружения;  $\bar{\sigma}_{\text{в}}$  — среднее значение предела прочности  $\sigma_{\text{в}}$  материала детали.

**Алгоритм усталостного разрушения детали  
под действием многоступенчатой случайной вибрации**

При нагружении конкретной детали случайной вибрацией на  $j$ -й ступени нагружения ее время жизни определяется по формуле

$$T_{dj} = \frac{N_{од}^j}{N_{1\max}^j \int_{\sigma_{-1dj}}^{\infty} (\sigma - \sigma_{-1dj})^m \Psi(\sigma) d\sigma} = \frac{N_{од}^j}{x_{од}^j}.$$

Здесь  $N_{од}^j$  и  $\sigma_{-1dj}$  определяются по формулам (5);  $\Psi(\sigma) = \Psi(x_1^j)$ .

Для вычисления  $\Psi(x_1^j)$  используется формула

$$\Psi(x_1^j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1^j}^{x_b^j} \left[ \nu_j \exp\left(-\frac{x^2}{2\nu_j^2}\right) + x \sqrt{2\pi(1-\nu_j^2)} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) F\left(\frac{\sqrt{1-\nu_j^2}}{\nu_j}\right) \right] (x - x_1^j)^m dx, \quad j = \overline{1, k}, \quad (7)$$

где  $F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt$  — интеграл вероятности (нормальный закон);

$$\nu_j = \sqrt{1 - \frac{\left(\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^2 \Delta f_i\right)^2}{\left(\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 \Delta f_i\right) \left(\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^4 \Delta f_i\right)}}; \quad x_1^j = \frac{\sigma_{-1dj}}{S_{adj}}; \quad x_b^j = \frac{\bar{\sigma}_b}{S_{adj}}; \quad j = \overline{1, k}.$$

В (7) при  $\nu_j > 1 - 10^{-6}$  принимается  $\exp\left(-\frac{x^2}{2\nu_j^2}\right) = 0$ ;  $F\left(\frac{\sqrt{1-\nu_j^2}}{\nu_j}\right) = 1$  (широкополосный процесс).

При  $\nu_j < 10^{-6}$  принимаем  $F\left(\frac{\sqrt{1-\nu_j^2}}{\nu_j}\right) = 0,5$  (узкополосный процесс).

Если  $\Psi(x_1^j) < 10^{-6}$ , полагаем  $\Psi(x_1^j) = 10^{-6}$ .

Логарифм времени жизни конкретной детали на  $j$ -й ступени нагружения определяется по формуле  $\lg(T_{dj}) = \lg(N_{од}^j) - \lg(x_{од}^j)$ . При  $N_0 = \text{const}$

$$\lg(N_{од}^j) = \lg(N_0) + m \lg\left(\frac{\varepsilon_{п\varepsilon_{м}}}{K_{-1}} \left(1 - \frac{\sigma_{одj}}{\bar{\sigma}_b}\right)\right), \quad \text{т. е. } N_{од}^j = \left[\frac{\varepsilon_{п\varepsilon_{м}}}{K_{-1}} \left(1 - \frac{\sigma_{одj}}{\bar{\sigma}_b}\right)\right]^m N_0;$$

$$\lg(N_{од}) = \lg\left(\frac{\sum_{j=1}^k N_{од}^j T_{эj}}{T_э}\right); \quad S_{\lg T_d} = \frac{1}{\sum_{j=1}^k T_{эj}} \sum_{j=1}^k T_{эj} S_{\lg T_{dj}};$$

$$d_j = \frac{x_{од}^j}{N_{од}^j} T_{эj}; \quad d = \sum_{j=1}^k d_j. \quad (8)$$

В (8) при  $d_j < 10^{-6}$  полагается  $d_j = 10^{-6}$ .

СКО логарифма времени жизни определяется по формуле

$$S_{\lg T_{\Delta j}}(x_1^j) = \sqrt{\frac{1}{N_M} \sum_{i=1}^{N_M} \left[ \lg \left( T_{\Delta j} \left( x_1^j \right) \right) - \lg \left( \xi_{T_{\Delta j}} \left( x_1^j \right) \right) \right]^2},$$

или

$$S_{\lg T_{\Delta j}}(x_1^j) = \sqrt{\frac{1}{N_M} \sum_{i=1}^{N_M} \left[ -m \lg(1 + \varphi_i) - m \lg(1 + \phi_i) - \lg \left( \Psi \left( x_{1i}^j \right) \right) + \lg \left( \Psi \left( x_1^j \right) \right) \right]^2}. \quad (9)$$

Здесь

$$x_{1i}^j = \frac{\sigma_{-1\Delta i}}{S_{\text{ад}}^j} = \frac{\bar{\sigma}_{-1\Delta} (1 + \varphi_i)}{\bar{S}_{\text{ад}}^j (1 + \phi_i)}, \quad x_1^j = \frac{\bar{\sigma}_{-1\Delta}}{S_{\text{ад}}^j}; \quad x_{\text{в}i}^j = \frac{\sigma_{\text{в}i}}{S_{\text{ад}}^j} = \frac{\bar{\sigma}_{\text{в}} (1 + \varphi_i)}{\bar{S}_{\text{ад}}^j (1 + \phi_i)}, \quad x_{\text{в}}^j = \frac{\bar{\sigma}_{\text{в}}}{S_{\text{ад}}^j};$$

$$\sigma_{-1\Delta i} = \bar{\sigma}_{-1\Delta} (1 + \varphi_i); \quad S_{\text{ад}}^j = \bar{S}_{\text{ад}}^j (1 + \phi_i); \quad j = \overline{1, k}; \quad i = \overline{1, N_M};$$

$N_M$  — число циклов при моделировании случайного процесса;  $\bar{\sigma}_{-1\Delta}$  — среднее значение минимального предела усталости детали, вычисляется по формуле (5);  $\varphi = \{\varphi_i\}$  — случайная величина, характеризующая кривую усталости детали, распределенная по нормальному закону, со средним значением  $M(\varphi) = 0$  и СКО  $S_\varphi = w_{\sigma_{\text{в}}} = w_{\sigma_{-1}}$ ;  $\bar{S}_{\text{ад}}^j$  — среднее значение СКО напряжения в детали от случайной вибрации со спектром  $\Phi_{ij}$  на  $j$ -й ступени нагружения;  $\phi = \{\phi_i\}$  — случайная величина, характеризующая спектр нагружения, распределенная по нормальному закону, со средним значением  $M(\phi) = 0$  и СКО  $S_\phi = w_{\sigma_{\text{ад}}}^j = \frac{1}{2} w_\phi^j$ . Относительный разброс (коэффициент вариации) спектральной плотности постоянный во всем диапазоне частот.

В (9) при вычислении  $S_{\lg T_{\Delta j}}$  принимаются те же допущения, что и в (7). Кроме того:

- 1) если  $1 + \varphi_i < 10^{-6}$ , полагается  $1 + \varphi_i = 10^{-6}$ ;
- 2) если  $1 + \phi_i < 10^{-6}$ , полагается  $1 + \phi_i = 10^{-6}$ ;
- 3) если  $\Psi(x_1^j) < 10^{-6}$ , полагается  $\Psi(x_1^j) = 10^{-6}$

или соответствующий член суммы (9) исключается, а вместо него берется другой (количество слагаемых должно быть  $N_M$ ).

Для упрощения вычисления СКО  $\lg(T_{\Delta j})$ , учитывая, что  $N_{\text{од}}$ ,  $S_{\text{ад}}$ ,  $\Psi(x_1)$  — случайные величины с коэффициентами вариации меньше 0,15 и что связь между ними слабая, принимаем

$$S_{\lg T_{\Delta j}}^2 = S_{\lg N_{\text{од}}}^2 + S_{\lg x_{\text{од}}}^2;$$

$$S_{\lg N_{\text{од}}}^2 = S_{\lg N_0}^2; \quad S_{\lg x_{\text{од}}}^2 = S_{\lg N_{\text{макс}}}^2 + m^2 S_{\lg S_{\text{ад}}}^2 + S_{\lg \Psi(x_1^j)}^2, \quad \text{где } S_{\lg N_{\text{макс}}}^2 = 0.$$

Тогда

$$S_{\lg T_{\Delta j}}^2 = S_{\lg N_0}^2 + m^2 S_{\lg S_{\text{ад}}}^2 + S_{\lg \Psi(x_1^j)}^2,$$

$$\text{т. е. } S_{\lg T_{\Delta j}} = \sqrt{S_{\lg N_0}^2 + m^2 S_{\lg S_{\text{ад}}}^2 + S_{\lg \Psi(x_1^j)}^2}, \quad (10)$$

где

$$S_{\lg N_0} = M m w_{\sigma_{\text{в}}}; \quad S_{\lg S_{\text{ад}}}^j = M w_{\sigma_{\text{ад}}}^j = \frac{1}{2} M w_\phi^j; \quad M = 0,4343;$$

$$S_{\lg \Psi(x_1^j)} = \sqrt{\frac{1}{N_M} \sum_{i=1}^{N_M} \left[ \lg \left( \Psi \left( x_{1i}^j \right) \right) - \lg \left( \Psi \left( x_1^j \right) \right) \right]^2}.$$

Если в (9) и (10)  $w_\phi^j = 0$ , т. е. спектр на  $j$ -й ступени вибрационного нагружения не меняется во всем диапазоне частот или задан с доверительной вероятностью, то в расчете принимается  $w_\phi^j = 0,01$ .

## Расчет усталостного разрушения трубопроводов

Оценим вероятностные характеристики прочности конструкции трубопровода с креплением к кронштейну (части конструкции). Рассмотрим стальной (материал 12Х18Н10Т) и медный (материал МЗР.М) трубопроводы.

Для стального трубопровода предел прочности  $\sigma_b = 560$  МПа; предел текучести  $\sigma_{0,2} = 243$  МПа. Параметры кривой (2) усталости трубопровода:  $m = 5$ ;  $\sigma_{-1m} = 140$  МПа;  $\sigma_{-1} = 270$  МПа;  $\lg N_0 = 17,3$ ;  $w_{\sigma-1} = 10\%$ .

Для медного трубопровода предел прочности  $\sigma_b = 240$  МПа; предел текучести  $\sigma_{0,2} = 80$  МПа. Параметры кривой (2) усталости трубопровода:  $m = 5$ ;  $\sigma_{-1m} = 22,5$  МПа;  $\sigma_{-1} = 72,5$  МПа;  $\lg N_0 = 15,5$ ;  $w_{\sigma-1} = 10\%$ .

Показатель надежности конструкции при воздействии многоступенчатой случайной вибрации со случайным спектром вычисляется с помощью разработанного программного комплекса.

Исходные данные для стального (медного) трубопровода:

- материал: сталь (медь);
- вид обработки поверхности: шлифование;
- число ступеней нагружения:  $k = 3$ ;
- времена действия случайной вибрационной нагрузки:  $T_{эj} = 100\,000; 300; 300$  с;
- значение перегрузки:  $n_q = 100$  м/с<sup>2</sup>;
- эквивалентное напряжение, соответствующее этой перегрузке в опасном сечении детали:  $\sigma_{эkv} = 5$  МПа;
- диаметр детали:  $\varnothing = 4$  мм;
- коэффициент влияния концентрации напряжений в опасном сечении:  $K_{-1} = 1$ ;
- массив постоянных напряжений в опасном сечении детали на  $j$ -й ступени нагружения:  $\sigma_o = (60; 60; 60)$  МПа;
- количество интервалов разбиения частоты  $f_i$ :  $h = 7$ ;
- массив частот  $f_i$ , на которых определяются коэффициенты динамичности:  $f_i = (200; 500; 700; 800; 900; 1\,000; 1\,100)$  1/с;
- массив коэффициентов динамичности  $\beta_i$  детали на частоте  $f_i$ :  $\beta_i = (2; 2,5; 5; 7; 18; 5; 0)$ ;
- интервалы частот в окрестности  $f_i$ :  $\Delta f_i = (400; 200; 150; 100; 100; 100; 100)$  1/с;
- массив спектральных плотностей  $\Phi_{ij}$  вибрационной нагрузки, соответствующей частоте детали

$$f_i \text{ на } j\text{-й ступени нагружения: } \Phi_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)^2 \cdot \text{с};$$

- массив коэффициентов вариации  $w_\phi^j$  спектральной плотности  $\Phi_j$  вибрационной нагрузки, соответствующей частоте детали  $f_i$  на  $j$ -й ступени нагружения:  $w_\phi^j = (0,14; 0,14; 0,14)$ ;
- число циклов для вычисления СКО времени жизни детали:  $N_m = 5\,000$ .

В таблице приведены результаты для двух вариантов расчета: 1 — с использованием формулы определения СКО  $\lg T_d$  (9); 2 — с использованием упрощенной формулы определения СКО  $\lg T_d$  (10).

Из таблицы видно, что нагрузки и длительность их воздействия, выдерживаемые стальным трубопроводом, намного больше, чем для медного трубопровода. При одинаковых вводимых начальных данных у стального трубопровода показатель надежности  $R = 0,99989$ , а у медного  $R = 0,7267$ . Таким образом, подтверждается, что трубопровод из стали более прочный и более надежный при эксплуатации и транспортировке.

Предложенный подход позволяет снизить стоимость проектирования и отработки механических конструкций, уменьшить время на опытно-конструкторские работы.



Результаты расчетов для медного и стального трубопроводов при  $w_{\phi}^j = (0, 14; 0, 14; 0, 14)$

Параметры	Медный трубопровод		Стальной трубопровод	
	Расчет 1	Расчет 2	Расчет 1	Расчет 2
Показатель надежности $R$	0,7267	0,7003	0,99989	0,999992
СКО показателя надежности	0,2733	0,2997	0,00013	$7,033 \cdot 10^{-6}$
Показатель надежности $R_{0,9}^*$	0,3765	0,3161	0,99975	0,999969
Логарифм времени жизни	5,1562	5,1562	33,135	33,135
СКО логарифма времени жизни	0,2548	0,2925	7,7014	6,4661
Повреждения $d_j$ на уровне 1	0,6944	—	$7,03 \cdot 10^{-29}$	—
Повреждения $d_j$ на уровне 2	0,0124	—	$4,94 \cdot 10^{-19}$	—
Повреждения $d_j$ на уровне 3	0,0124	—	$4,94 \cdot 10^{-19}$	—
Сумма накопленных повреждений $d_j$	0,7192	—	$9,88 \cdot 10^{-19}$	—

\*Оценка показателя надежности с доверительной вероятностью 0,9.

### Список литературы

1. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. М.: Стройиздат, 1965.
2. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей на прочность. М.: Машиностроение, 1975.
3. Когаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение, 1977.
4. Селихов А. Ф. Модель рассеяния долговечности элементов конструкции при нерегулярном нагружении // Учёные записки ЦАГИ. 1984. Т. 15, № 3. С. 107—120.
5. Джонсен, Донар. Модель статистических исследований правила Майнера // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. 1981. Т. 103, № 2. С. 35—41.
6. Прочность, ресурс, живучесть и безопасность / Под ред. Н. А. Махутова. М.: URSS, 2008.
7. Иванова В. С. Усталостное разрушение металлов. М.: ГНТИ, 1963.
8. Степнов М. Н., Гуацинтов Е. В. Усталость легких конструкционных сплавов. М.: Машиностроение, 1973.
9. Моубрей, Джикванто, Мерэнгер. Результаты испытаний на усталость двух конструкционных сплавов на никелевой основе при большом числе нагружения // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. 1981. № 2. С. 51—57.
10. Хэйвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости. М.: Машиностроение, 1969.
11. Жуков С. Л. Вид связи предела выносливости с характеристиками прочности при растяжении // Заводская лаборатория. 1946. № 1. С. 104—108.
12. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. М.: Мир, 1984.
13. Романов А. Н. Сопротивление деформированию конструкционных металлических материалов при циклическом нагружении // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. № 4. С. 41—49.
14. Бобир М. І., Халімон О. П., Бондарець О. А. Моделювання кінетики накоплення розсіяних пошкоджень при складному навантаженому стані // Проблеми прочності. 2012. № 1. С. 30—37.