

УДК 621.039.342

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В КАСКАДЕ ГАЗОВЫХ ЦЕНТРИФУГ ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ ИЗОТОПОВ КРИПТОНА

А. А. Орлов, А. А. Ушаков, В. П. Сочач

(Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск;  
АО "ПО «Электрохимический завод»", г. Зеленогорск Красноярского края)

Приведены результаты разработки математической модели нестационарных разделительных процессов, протекающих в каскадах газовых центрифуг по разделению многокомпонентных изотопных смесей. С помощью разработанной модели проведен расчет параметров нестационарного процесса по разделению изотопов криптона. Показано, что она адекватно описывает нестационарные процессы в каскаде и пригодна для расчета их параметров при разделении многокомпонентных изотопных смесей.

*Ключевые слова:* газовая центрифуга, многокомпонентная изотопная смесь, разделительный каскад, изотоп, гидравлика, разделение, моделирование, нестационарные процессы.

### Введение

При реализации процесса разделения в каскаде газовых центрифуг (ГЦ) используется рабочее вещество — газообразное соединение, молекулы которого могут состоять из атомов одного (целевого) химического элемента (например, Ag, Kr, Xe) или нескольких (например,  $WF_6$ ,  $Fe(CO)_5$ ,  $Cd(CH_3)_2$ ). Элементы представлены различным числом изотопов и определяют рабочее вещество как многокомпонентную изотопную смесь.

Технологический процесс разделения многокомпонентных изотопных смесей в каскаде ГЦ идет непрерывно в стационарном режиме. Однако в процессе эксплуатации каскада возникают нестационарные гидравлические процессы, в ходе которых изменяются давление и потоки рабочего вещества в ступенях и выходящих потоках. Нестационарный гидравлический процесс порождает нестационарный разделительный процесс, в ходе которого происходит изменение изотопного состава рабочего вещества в ступенях и потоках каскада.

Во всех нестационарных процессах необходимо обеспечить безопасность оборудования и свести к минимуму потери при разделении изотопов, что обуславливает важность изучаемой проблемы. Кроме того, по сравнению с газодиффузионными каскадами ГЦ имеют меньшее газосодержание и, следовательно, меньшую инерционность. Малая инерционность приводит к усилению влияния нестационарных процессов на эффективность функционирования каскадов ГЦ. Особенно это может проявиться в каскадах для разделения многокомпонентных изотопных смесей, которые, в отличие от каскадов для разделения изотопов урана, имеют существенно меньшие объемы оборудования и отличаются регулирующими элементами в межступенных коммуникациях и на внешних потоках. В связи с этим приобрело актуальность решение задачи полномасштабного учета нестационарных процессов при разделении многокомпонентных изотопных смесей.

Использование экспериментального подхода к решению данной задачи является достаточно затратным и требует создания дополнительных исследовательских установок. Поэтому целесообразно

изучать нестационарные процессы путем их математического моделирования. К настоящему времени в этом направлении выполнен ряд работ, ориентированных в основном на создание математических моделей нестационарных гидравлических и разделительных процессов в каскадах ГЦ для разделения бинарных смесей. Так, в работах [1, 2] представлены модели совместного расчета нестационарных гидравлических и разделительных процессов в каскадах ГЦ для разделения изотопов урана.

Нестационарным разделительным процессам в каскадах по разделению многокомпонентных изотопных смесей посвящен ряд работ [3–7].

В работе [3] система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая нестационарные разделительные процессы, заменена системой обыкновенных дифференциальных уравнений (с помощью замены пространственных производных симметричными конечно-разностными соотношениями), решение которой осуществляется методом Рунге—Кутты [8]. Недостатком математической модели [3] является малый шаг интегрирования для обеспечения устойчивости решения, что приводит к увеличению времени выполнения расчетов.

Для уменьшения времени расчетов в математических моделях [4–7] использован численный способ решения дифференциальных уравнений, основанный на аппроксимации дифференциальных уравнений в частных производных симметричными конечно-разностными соотношениями и усреднении концентраций компонентов (изотопов) по двум соседним временным слоям в полученных соотношениях аналогично методу Дюфорты—Френкеля [8].

Недостатком моделей [3–7] является ограниченная область применения: моделирование возможно только для случая стационарных гидравлических параметров каскада ГЦ, использование данных моделей для совместного расчета нестационарных гидравлических и разделительных процессов невозможно.

Для устранения указанных недостатков авторами данной статьи была сначала разработана математическая модель нестационарных гидравлических процессов, протекающих в каскадах ГЦ при разделении многокомпонентных изотопных смесей, подробно описанная в [9]. В ней использован численный метод решения, основанный на замене дифференциальных уравнений разностными уравнениями по неявной схеме Эйлера [8], который позволил уменьшить время расчетов по сравнению с неявной схемой Эйлера—Коши совместно с линеаризацией приращений функций [8], использованными в работе [1], и неявной схемой Эйлера с пересчетом [8] из работы [2]. Данная модель опробована для разделения изотопов Si, Xe, W, Ni. Показано, что она адекватно описывает нестационарные гидравлические процессы. Отклонения расчетных значений гидравлических параметров каскада ГЦ от фактических не превышают 7,5% [10].

Дальнейшие работы были направлены на создание математической модели нестационарных разделительных процессов, протекающих в каскаде ГЦ для разделения многокомпонентных изотопных смесей. Этой модели посвящена данная статья.

## Описание математической модели нестационарных разделительных процессов

**1. Основные параметры ступени и каскада.** Разделение многокомпонентной изотопной смеси происходит в каскаде ГЦ. Многокомпонентная изотопная смесь (рабочее вещество) содержит  $n$  компонентов, которые идентифицируются номером  $j$  ( $j = \overline{1, n}$ ). Каскад состоит из  $S$  ступеней (рис. 1), которые идентифицируются номером  $i$  ( $i = \overline{1, S}$ ). Ступени соединены по противопоточно-симметричной схеме [11]. В каскад подается поток питания  $F$  и отбираются потоки  $P$  легкой и  $W$  тяжелой фракций. Поток питания подается в ступень с номером  $S_F$ , поток тяжелой фракции отбирается из первой ступени, поток легкой фракции — из ступени  $S$ .

Разделительная ступень состоит из  $N$  параллельно соединенных ГЦ. В ступень подается поток питания  $G_{Fi}$  и отбираются потоки легкой  $G_{Pi}$  и тяжелой  $G_{Wi}$  фракций (рис. 2). Концентрации  $j$ -го компонента в потоках питания, легкой и тяжелой фракций  $i$ -й ступени обозначаются  $C_{Fi,j}$ ,  $C_{Pi,j}$  и  $C_{Wi,j}$  соответственно. Тяжелая фракция первой ступени (или легкая фракция  $S$ -й ступени) может частично подаваться потоком закрутки тяжелой фракции  $G_{zW}$  (или потоком закрутки легкой фракции  $G_{zP}$ ) на питание первой ступени (или  $S$ -й ступени).

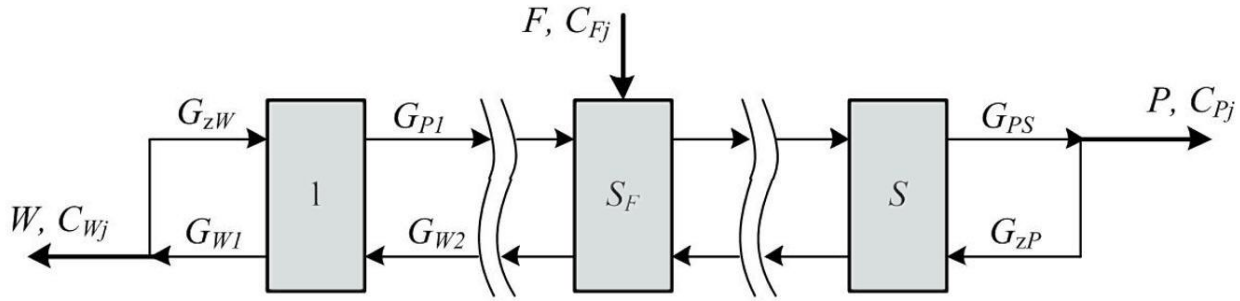


Рис. 1. Разделительный каскад

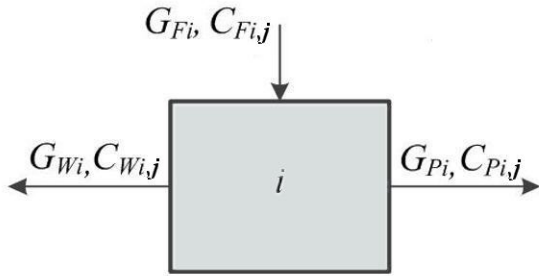


Рис. 2. Разделительная ступень

В стационарном гидравлическом режиме потоки ступени и концентрации компонентов в них связаны уравнениями баланса рабочего вещества и каждого компонента (изотопа) в ступени (при отсутствии коррозионных потерь рабочего вещества):

$$\begin{aligned} G_{Fi} &= G_{Pi} + G_{Wi}; \\ G_{Fi}C_{Fi,j} &= G_{Pi}C_{Pi,j} + G_{Wi}C_{Wi,j}; \\ \theta_i &= \frac{G_{Pi}}{G_{Fi}}, \end{aligned}$$

где  $\theta_i$  — коэффициент деления потока  $i$ -й ступени. Сумма концентраций компонентов для любого потока равна единице.

Разделение компонентов в ступени определяется выражениями

$$\chi_{ijl} = \frac{C_{Pi,j}C_{Wi,l}}{C_{Pi,l}C_{Wi,j}}; \quad \chi_{ijl} = \chi_{0i}^{M_j - M_l},$$

где  $\chi_{ijl}$  — коэффициент разделения  $j$ -го и  $l$ -го компонентов в  $i$ -й ступени;  $\chi_{0i}$  — коэффициент разделения, приходящийся на единицу разности массовых чисел компонентов;  $M_j, M_l$  — массовые числа  $j$ -го и  $l$ -го компонентов.

Величина  $\chi_{0i}$  зависит от гидравлических параметров ступени:

$$\chi_{0i} = f(G_{Fi}, \theta_i).$$

Потоки каскада в стационарном гидравлическом режиме связаны уравнениями баланса:

$$F = P + W; \quad FC_{Fj} = PC_{Pj} + WC_{Wj}.$$

**Объемы, входящие в модель.** Методика расчета нестационарных разделительных процессов основывается на следующих положениях:

- в каждой ступени каскада выделяется конечное число объемов, в которых содержится рабочее вещество [9];
- в любой момент времени температура, давление рабочего вещества и концентрация  $j$ -го компонента одинаковы в каждой точке объема;
- основными уравнениями модели являются уравнения баланса рабочего вещества и компонентов в каждом объеме и уравнение разделения многокомпонентной изотопной смеси в ГЦ.

Каждый объем  $V$  характеризуется следующими величинами: давление  $p$  рабочего вещества, находящегося в объеме; концентрация  $j$ -го компонента  $C_j$ ; величины, связанные с физическими свойствами рабочего вещества (молярная масса  $\mu$ , динамическая вязкость  $\eta$ , температура  $T$ ); масса рабочего вещества внутри объема (газосодержание)  $H$ , определяемая величинами  $V$ ,  $p$ ,  $\mu$  и  $T$ .

В результате все газосодержание каскада считается сосредоточенным в  $4S$  объемах, куда входят по  $S$  объемов ГЦ-ступени, коллекторов питания ступени, коллекторов легкой и коллекторов тяжелой фракций ступени.

На рис. 3 показаны выделяемые объемы  $i$ -й ступени. Входящий в ступень поток  $G_{Fi}$  с концентрацией  $C_{Fi,j}$  поступает в коллектор питания, в котором создается давление  $p_{Fi}$ . Поток питания ГЦ  $G'_{Fi}$  с концентрацией  $C'_{Fi,j}$  из коллектора питания поступает в ГЦ. Газосодержание ГЦ  $H'_i$  пропорционально давлению  $p'_i$ , концентрация компонентов в ГЦ обозначается как  $C'_{i,j}$ . Из ГЦ выходят потоки  $G'_{Pi}$  и  $G'_{Wi}$  с концентрациями  $C'_{Pi,j}$  и  $C'_{Wi,j}$ , поступающие соответственно в коллекторы легкой и тяжелой фракций. Из коллекторов выходят потоки  $G_{Pi}$  и  $G_{Wi}$  с концентрациями  $j$ -го компонента  $C_{Pi,j}$  и  $C_{Wi,j}$  соответственно. В коллекторе тяжелой фракции создается давление  $p_{Wi}$ , в коллекторе легкой фракции —  $p_{Pi}$ . Концентрация  $C_{Fi,j}$  в потоке  $G_{Fi}$  определяется выражением

$$C_{Fi,j} = \frac{1}{G_{Fi}} \times \begin{cases} \delta_i F C_{Fj} + G_{zW} C_{Wi,j} + G_{Wi+1} C_{Wi+1,j}, & i = 1; \\ \delta_i F C_{Fj} + G_{Pi-1} C_{Pi-1,j} + G_{Wi+1} C_{Wi+1,j}, & i = \overline{2, S-1}; \\ \delta_i F C_{Fj} + G_{Pi-1} C_{Pi-1,j} + G_{zP} C_{Pi,j}, & i = S; \end{cases} \quad \delta_i = \begin{cases} 1, & i = S_F; \\ 0, & i \neq S_F \end{cases},$$

где  $\delta_i$  — признак наличия потока питания  $F$  в  $i$ -ю ступень.

Частота вращения роторов ГЦ и температурный режим работы оборудования считаются постоянными.

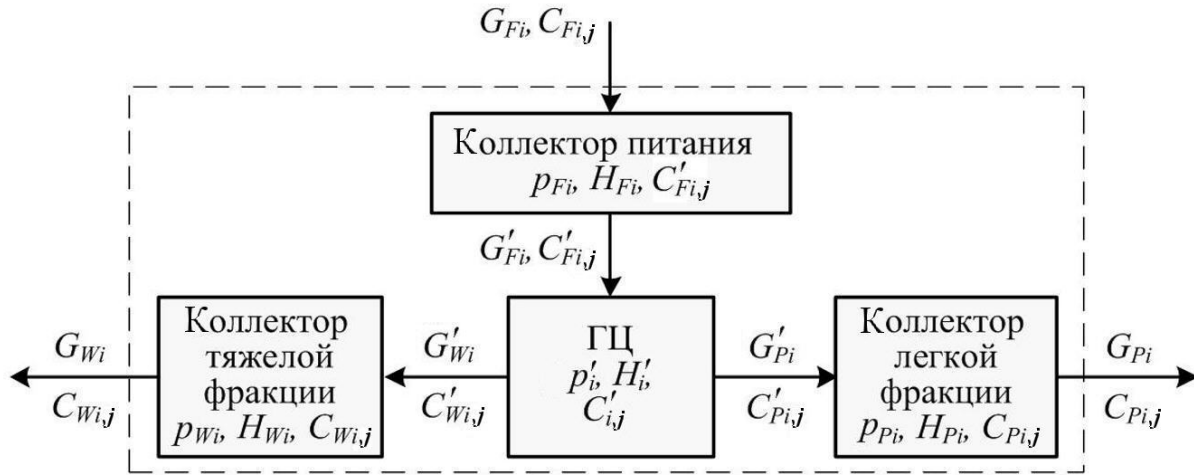


Рис. 3. Объемы  $i$ -й ступени

**Основные уравнения, описывающие нестационарные процессы.** Основными уравнениями нестационарного гидравлического процесса являются уравнения баланса рабочего вещества в выделенных объемах [9]:

$$\begin{aligned} \frac{dH'_i}{dt} &= G'_{Fi} - G'_{Pi} - G'_{Wi}; & \frac{dH_{Fi}}{dt} &= G_{Fi} - G'_{Fi}; \\ \frac{dH_{Wi}}{dt} &= \begin{cases} G'_{Wi} - W - G_{zW}, & i = 1; \\ G'_{Wi} - G_{Wi}, & i = \overline{2, S}; \end{cases} & \frac{dH_{Pi}}{dt} &= \begin{cases} G'_{Pi} - G_{Pi}, & i = \overline{1, S-1}; \\ G'_{Pi} - P - G_{zP}, & i = S, \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $H'_i, H_{Fi}, H_{Pi}, H_{Wi}$  [кг] — газосодержание ГЦ, коллекторов питания, легкой и тяжелой фракций  $i$ -й ступени.

Основными уравнениями нестационарного разделительного процесса являются уравнения баланса рабочего вещества и компонентов (изотопов) в выделенных объемах:

$$\begin{aligned} \frac{d(H'_i C'_{i,j})}{dt} &= G'_{Fi} C'_{Fi,j} - G'_{Pi} C'_{Pi,j} - G'_{Wi} C'_{Wi,j}; \\ \frac{d(H_{Fi} C_{Fi,j})}{dt} &= G_{Fi} C_{Fi,j} - G'_{Fi} C'_{Fi,j}; \\ \frac{d(H_{Wi} C_{Wi,j})}{dt} &= \begin{cases} G'_{Wi} C'_{Wi,j} - C_{Wi,j} (W + G_{zW}), & i = 1; \\ G'_{Wi} C'_{Wi,j} - G_{Wi} C_{Wi,j}, & i = \overline{2, S}; \end{cases} \\ \frac{d(H_{Pi} C_{Pi,j})}{dt} &= \begin{cases} G'_{Pi} C'_{Pi,j} - G_{Pi} C_{Pi,j}, & i = \overline{1, S-1}; \\ G'_{Pi} C'_{Pi,j} - C_{Pi,j} (P + G_{zP}), & i = S. \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Задача расчета параметров нестационарных разделительных процессов сводится к решению системы дифференциальных уравнений первого порядка (2) с начальными условиями (концентрациями компонентов в начальный момент времени). Входящие в уравнения величины потоков и газосодержания ступеней являются произвольными функциями времени. Эти обстоятельства делают невозможным аналитическое решение поставленной задачи в общем случае.

### Алгоритм решения уравнений нестационарного разделения

Рассмотрим объем с газосодержанием  $H$  и концентрацией  $j$ -го компонента  $C_j$ . В него подается суммарный поток  $G_{\text{вх}}$  со средневзвешенной концентрацией  $C_{\text{вх}j}$ , из объема отбирается суммарный поток  $G_{\text{вых}}$  со средневзвешенной концентрацией  $C_{\text{вых}j}$ , которая соответствует  $C_j$  ( $C_{\text{вых}j} = C_j$ ).

Дифференциальные уравнения, входящие в систему (1), описывающие нестационарные гидравлические процессы в данном объеме, можно записать в общем виде:

$$\frac{dH}{dt} = G_{\text{вх}} - G_{\text{вых}}. \quad (3)$$

Газосодержание и потоки определяются из численного решения дифференциальных уравнений вида (3) по алгоритму, описанному в работе [9].

Дифференциальные уравнения, входящие в систему (2), описывающие нестационарные разделительные процессы в данном объеме, в общем виде записываются следующим образом:

$$\frac{d(HC_j)}{dt} = G_{\text{вх}} C_{\text{вх}j} - G_{\text{вых}} C_j. \quad (4)$$

Заменяя производные разностными уравнениями по неявной схеме Эйлера [8] и рассматривая уравнение (4) на  $k$ -м временном слое (в момент времени  $t^{(k)}$ ), получаем

$$\frac{H^{(k)} C_j^{(k)} - H^{(k-1)} C_j^{(k-1)}}{\Delta t} = G_{\text{вх}}^{(k)} C_{\text{вх}j}^{(k)} - G_{\text{вых}}^{(k)} C_j^{(k)}, \quad \Delta t = t^{(k)} - t^{(k-1)}, \quad (5)$$

где  $\Delta t$  [с] — временной шаг;  $k$  — номер временного слоя.

Записав выражения вида (5) для всех выделенных объемов каждой ступени каскада и выразив концентрации компонентов в потоках и объемах ступени через их концентрации в потоке легкой фракции ГЦ, получим систему линейных алгебраических уравнений относительно концентраций компонентов в потоке легкой фракции ГЦ.

Зная значения концентраций на предыдущем  $(k-1)$ -м временном слое (в момент времени  $t^{(k-1)}$ ), решаем полученную систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса [8] и находим значения концентраций компонентов в потоке легкой фракции ГЦ в момент времени  $t^{(k)}$ . В качестве начального приближения на  $k$ -м временном слое используются значения концентраций на  $(k-1)$ -м временном слое.

Таким образом, совместный расчет нестационарных гидравлических и разделительных процессов сводится к следующим действиям:

- 1) определение гидравлических параметров каскада по алгоритму, изложенному в работе [9];
- 2) замена дифференциальных уравнений нестационарного разделения первого порядка разностными уравнениями;
- 3) составление и решение полученных систем линейных алгебраических уравнений;
- 4) нахождение значений концентраций компонентов во всех объемах и потоках на каждом временном слое, удовлетворяющих условию баланса  $j$ -го компонента в каскаде

$$\left| \frac{\left( F^{(k)} C_{Fj}^{(k)} - P^{(k)} C_{Pj}^{(k)} - W^{(k)} C_{Wj}^{(k)} \right) \Delta t}{H'^{(k)} C_{Hj}^{(k)} - H'^{(k-1)} C_{Hj}^{(k-1)}} - 1 \right| \leq \sigma,$$

$$H'^{(k)} = \sum_{i=1}^S \left( H_i'^{(k)} + H_{Fi}^{(k)} + H_{Wi}^{(k)} + H_{Pi}^{(k)} \right),$$

$$C_{Hj}^{(k)} = \frac{1}{H'^{(k)}} \sum_{i=1}^S \left( H_i'^{(k)} C_{i,j}^{(k)} + H_{Fi}^{(k)} C_{Fi,j}^{(k)} + H_{Wi}^{(k)} C_{Wi,j}^{(k)} + H_{Pi}^{(k)} C_{Pi,j}^{(k)} \right),$$

где  $H'$  [кг] — газосодержание каскада;  $C_{Hj}$  — средневзвешенная концентрация  $j$ -го компонента в газосодержании каскада;  $\sigma$  — критерий окончания итерационного процесса (задаваемая относительная точность вычислений).

Описанный алгоритм был реализован в виде программного продукта на языке Delphi в среде Embarcadero Delphi XE2.

### Расчет нестационарных процессов в каскаде ГЦ для разделения изотопов криптона

Для верификации математической модели и реализующего ее программного продукта проведены расчеты параметров нестационарного разделительного процесса, протекающего в модельном каскаде ГЦ для разделения изотопов криптона. Для возможности сравнения результатов с полученными ранее в работе [6] рассмотрен каскад постоянной ширины (КПШ), имеющий одинаковую производительность всех разделительных ступеней. В качестве рабочего вещества в нем использовался криптон (Кг,  $\mu \sim 84$  кг/кмоль). В КПШ значение  $G_F$  в стационарном режиме принималось постоянным для всех ступеней каскада. Были введены безразмерные параметры каскада:

$$y_P = \varepsilon_0 S; \quad \tau = \frac{G_F \varepsilon_0^2 t}{H}; \quad \varepsilon_0 = \ln \chi_0,$$

где  $y_P$  — длина каскада (координата точки отбора легкой фракции каскада);  $S$  — количество ступеней в каскаде;  $\tau$  — время;  $\varepsilon_0$  — коэффициент обогащения, приходящийся на единицу разности массовых чисел.

Изотопный состав природного криптона (потока питания каскада) приведен в табл. 1, параметры КПШ — в табл. 2 ( $y_F$  — координата точки подачи потока питания,  $0 < y_F < y_P$ ).

Нестационарный процесс условно разделили на следующие составляющие:

Таблица 1

Таблица 2

**Изотопный состав природного криптона**

Изотоп	Концентрация, %
$^{78}\text{Kr}$	0,35
$^{80}\text{Kr}$	2,27
$^{82}\text{Kr}$	11,56
$^{83}\text{Kr}$	11,55
$^{84}\text{Kr}$	56,90
$^{86}\text{Kr}$	17,37

**Параметры КПШ**

Параметр	Значение
$y_P$	6,90
$y_F$	3,72
$\frac{\varepsilon_0 G_F}{W}$	1,87
$\frac{\varepsilon_0 G_F}{P}$	3,75

1. Заполнение каскада рабочим веществом, в течение которого в каскаде происходит увеличение гидравлических параметров до стационарных значений, сопровождающееся процессом разделения изотопов и их распределением по длине каскада.
2. Накопление, в течение которого при практически неизменных гидравлических параметрах происходит изменение концентраций компонентов в ступенях и потоках каскада до стационарных значений.

Авторами был проведен расчет параметров нестационарных разделительных процессов в КПШ для двух начальных состояний:

- 1) гидравлические параметры каскада соответствуют стационарным, концентрации изотопов во всех ступенях равны их концентрациям в потоке питания [6] (начальное состояние 1);
- 2) гидравлические параметры и концентрации изотопов в ступенях — результат расчета нестационарного процесса заполнения каскада рабочим веществом (начальное состояние 2).

Расчетные данные по распределению изотопов криптона по длине каскада после его заполнения рабочим веществом приведены на рис. 4. На рис. 5, 6 представлены полученные расчетные значения концентраций изотопов криптона в потоке тяжелой фракции каскада, а также для сравнения результаты расчетов [6], полученные при начальном состоянии 1.

Как видно из рис. 4, в процессе заполнения каскада рабочим веществом происходит разделение изотопов. В результате изотопы распределяются по длине каскада в соответствии с их массовыми числами: в точке отбора тяжелой фракции ( $y = 0$ ) концентрируется  $^{86}\text{Kr}$ , в средней части каскада — изотопы  $^{83}\text{Kr}$ ,  $^{84}\text{Kr}$ , в точке отбора легкой фракции ( $y = y_P$ ) —  $^{78}\text{Kr}$ ,  $^{80}\text{Kr}$ ,  $^{82}\text{Kr}$ . Такое распределение

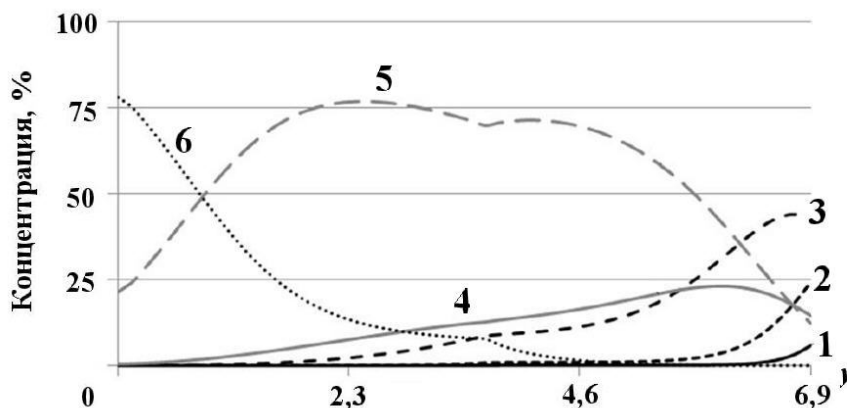


Рис. 4. Распределение изотопов криптона по длине каскада после его заполнения рабочим веществом: 1 —  $^{78}\text{Kr}$ ; 2 —  $^{80}\text{Kr}$ ; 3 —  $^{82}\text{Kr}$ ; 4 —  $^{83}\text{Kr}$ ; 5 —  $^{84}\text{Kr}$ ; 6 —  $^{86}\text{Kr}$

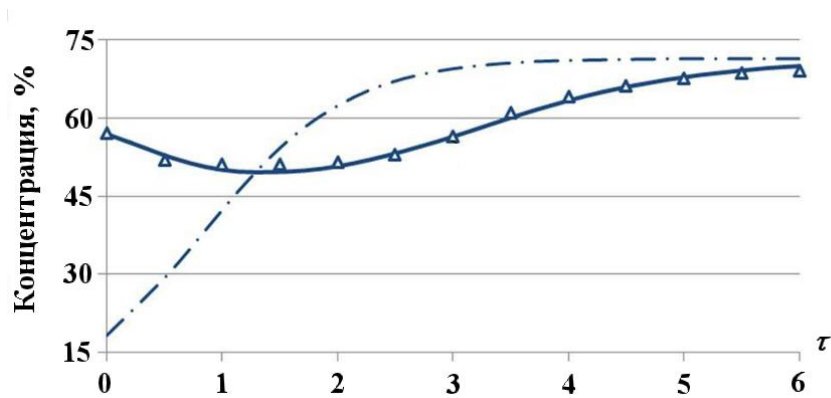


Рис. 5. Изменение концентрации  $^{84}\text{Kr}$  в потоке тяжелой фракции каскада во времени: — предлагаемая модель, начальное состояние 1; - - - предлагаемая модель, начальное состояние 2;  $\Delta$  — модель [6]

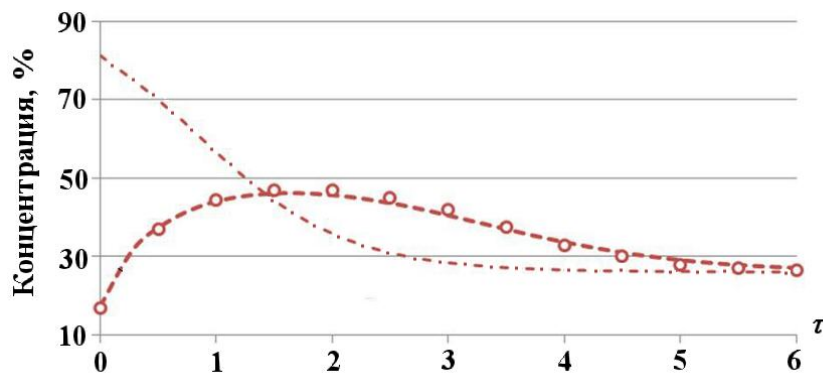


Рис. 6. Изменение концентрации  $^{86}\text{Kr}$  в потоке тяжелой фракции каскада во времени: - - - предлагаемая модель, начальное состояние 1; - · - · - предлагаемая модель, начальное состояние 2;  $\circ$  — модель [6]

изотопов после заполнения каскада, соответствующее начальному состоянию 2, существенно влияет на характер изменения концентраций изотопов в течение дальнейшего нестационарного процесса и на его продолжительность (см. рис. 5, 6).

Как видно из рис. 5, 6, результаты расчетов, полученные с использованием предлагаемой модели для начального состояния 1, коррелируют с данными работы [6], что свидетельствует об адекватности разработки. Характер изменения концентраций изотопов в ходе нестационарного процесса зависит от начального состояния (значений концентраций изотопов в ступенях каскада после его заполнения в момент времени  $\tau = 0$ ).

На рис. 7, 8 представлены полученные расчетные значения концентраций изотопов криптона в потоке легкой фракции каскада.

Из рис. 5–8 видно, что время установления стационарных значений концентраций изотопов  $^{78}\text{Kr}$  и  $^{86}\text{Kr}$  меньше, чем для остальных изотопов криптона.

На рис. 9 показано распределение изотопов криптона по длине каскада в стационарном режиме, в табл. 3 — динамика изменения изотопного состава криптона в газосодержании каскада.

Сравнение данных табл. 3 и распределений изотопов криптона на рис. 4, 9 показывает, что в ходе нестационарного процесса происходит монотонное изменение значений средневзвешенных концентраций изотопов криптона в общем газосодержании каскада: в каскаде накапливаются  $^{83}\text{Kr}$  и  $^{84}\text{Kr}$ , а концентрации  $^{78}\text{Kr}$ ,  $^{80}\text{Kr}$ ,  $^{82}\text{Kr}$  и  $^{86}\text{Kr}$  снижаются.



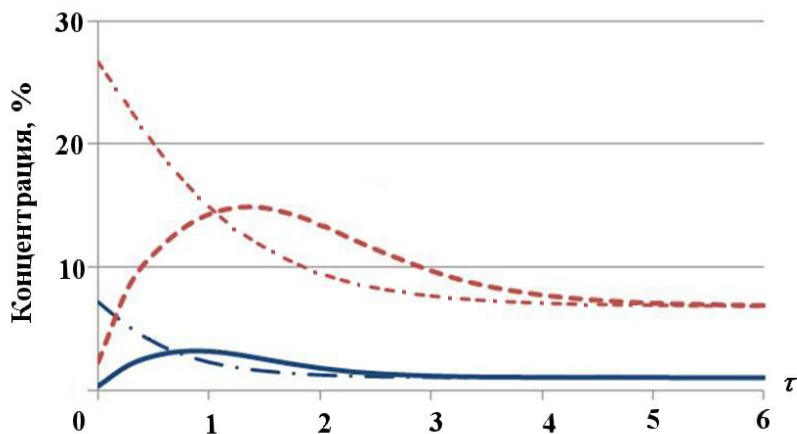


Рис. 7. Изменение концентраций  $^{78}\text{Kr}$  и  $^{80}\text{Kr}$  в потоке легкой фракции каскада во времени: —  $^{78}\text{Kr}$ , начальное состояние 1; - - -  $^{80}\text{Kr}$ , начальное состояние 1; - · - · -  $^{78}\text{Kr}$ , начальное состояние 2; - · - · -  $^{80}\text{Kr}$ , начальное состояние 2

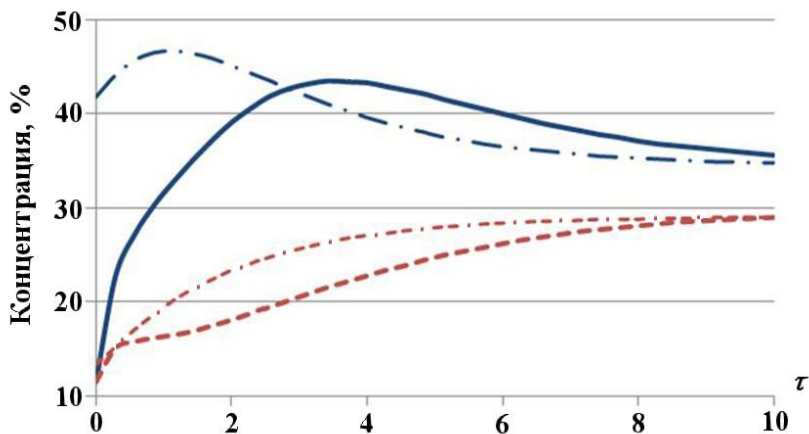


Рис. 8. Изменение концентраций  $^{82}\text{Kr}$  и  $^{83}\text{Kr}$  в потоке легкой фракции каскада во времени: —  $^{82}\text{Kr}$ , начальное состояние 1; - - -  $^{83}\text{Kr}$ , начальное состояние 1; - · - · -  $^{82}\text{Kr}$ , начальное состояние 2; - · - · -  $^{83}\text{Kr}$ , начальное состояние 2

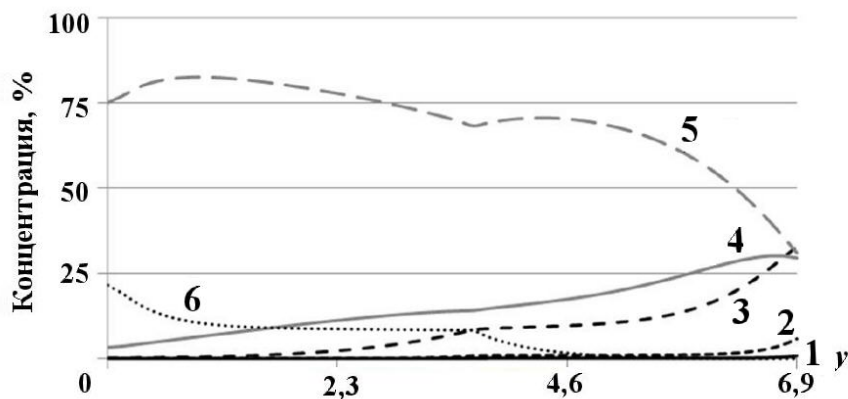


Рис. 9. Распределение изотопов криптона по длине каскада в стационарном режиме: 1 —  $^{78}\text{Kr}$ ; 2 —  $^{80}\text{Kr}$ ; 3 —  $^{82}\text{Kr}$ ; 4 —  $^{83}\text{Kr}$ ; 5 —  $^{84}\text{Kr}$ ; 6 —  $^{86}\text{Kr}$

**Динамика изменения изотопного состава криптона в общем газосодержании каскада**

$\tau$	Состояние каскада	Средневзвешенная концентрация изотопов криптона в общем газосодержании каскада, %					
		$^{78}\text{Kr}$	$^{80}\text{Kr}$	$^{82}\text{Kr}$	$^{83}\text{Kr}$	$^{84}\text{Kr}$	$^{86}\text{Kr}$
0	После заполнения	0,35	2,27	11,56	11,55	56,90	17,37
1	В ходе нестационарного процесса (начальное состояние 2)	0,13	1,29	10,79	12,88	64,39	10,52
2		0,09	0,93	9,89	13,66	67,65	7,78
4		0,08	0,77	8,71	14,41	69,18	6,85
6		0,08	0,75	7,89	14,97	69,56	6,75
$\geq 10$	Стационарный режим	0,08	0,75	7,89	14,96	69,53	6,79

**Заключение**

В результате выполненной работы:

1. Создана математическая модель нестационарных разделительных процессов, протекающих в каскадах ГЦ при разделении многокомпонентных изотопных смесей, представляющая собой систему дифференциальных уравнений первого порядка с заданными начальными условиями.

2. Разработан и программно реализован алгоритм решения системы уравнений, описывающей нестационарные разделительные процессы, протекающие в каскаде ГЦ при разделении многокомпонентных изотопных смесей.

3. Проведена верификация разработанной математической модели и реализующего ее программного продукта путем расчета параметров нестационарных разделительных процессов, протекающих в модельном каскаде ГЦ для разделения изотопов криптона.

4. Показано, что разработанная математическая модель адекватно описывает нестационарные разделительные процессы, протекающие в каскаде ГЦ при разделении многокомпонентных изотопных смесей.

5. Установлено, что изменение концентраций изотопов в ходе нестационарного процесса зависит от начального состояния (значений концентраций изотопов в ступенях каскада после его заполнения в момент времени  $\tau = 0$ ).

**Список литературы**

1. Филимонов С. В., Скорынин Г. М., Орлов А. А., Голдобин Д. Н. Моделирование нестационарных гидравлических процессов в промышленных центрифужных каскадах обогащения урана // Изв. Томского политех. ун-та. 2006. Т. 309, № 3. С. 85–88.
2. Orlov A. A., Timchenko S. N., Sidorenko V. S. Mathematical model of non-stationary hydraulic process occurring in gas centrifuges for uranium enrichment // Advanced Materials Research. 2015. Vol. 1084. P. 673–677.
3. Левин Е. В., Лагунцов Н. И., Сулаберидзе Г. А. Об одном методе численного исследования нестационарных процессов в многосекционных установках для разделения многокомпонентных изотопных смесей // Инженерно-физический журнал. 1982. Т. 43, № 3. С. 456–462.
4. Вецко В. М., Девдариани О. А., Левин Е. В. и др. Моделирование переходных процессов в каскадных установках для разделения многокомпонентных изотопных смесей стабильных изотопов // Isotopenpraxis. 1982. Vol. 18(8). P. 288–293.
5. Вецко В. М., Лагунцов Н. И., Левин Е. В. и др. Переходные процессы в двойных каскадах для разделения многокомпонентных изотопных смесей // Атомная энергия. 1987. Т. 63, № 3. С. 184–188.

6. Лагуницов Н. И., Левин Е. В., Николаев Б. И., Сулаберидзе Г. А. О некоторых особенностях переходных процессов при разделении многокомпонентных изотопных смесей в каскадах // Там же. Т. 62, № 6. С. 394–398.
7. Сулаберидзе Г. А., Палкин В. А., Борисевич В. Д. и др. Теория каскадов для разделения бинарных и многокомпонентных изотопных смесей. М.: НИЯУ МИФИ, 2011.
8. Пирумов У. Г. Численные методы. М.: Дрофа, 2003.
9. Орлов А. А., Ушаков А. А., Совач В. П. Математическая модель нестационарных гидравлических процессов, протекающих в каскаде газовых центрифуг при разделении многокомпонентных изотопных смесей // Альтернативная энергетика и экология. 2015. № 23(187). С. 45–50.
10. Orlov A. A., Ushakov A. A., Sovach V. P. Mathematical modeling of non-stationary hydraulic process occurring in the gas centrifuge cascade during the separation of multicomponent isotope mixtures // IOP Conf. Series: Materials Sci. and Eng. 2016. Vol. 142, No 1. P. 012033.
11. Cohen K. The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large-Scale Production of U-235. New York: McGraw Hill, 1951.

Статья поступила в редакцию 12.11.16.

MATHEMATICAL MODELING OF UNSTEADY SEPARATION PROCESSES IN A CASCADE OF GAS CENTRIFUGES FOR SEPARATION OF KRYPTON ISOTOPES / A. A. Orlov, A. A. Ushakov, V. P. Sovach (National Research Tomsk Polytechnical University, Tomsk; JSC "PA ECP", Zelenogorsk, Krasnoyarsk Territory).

The paper presents results of developing a mathematical model of unsteady separation processes in gas centrifuge cascades for the separation of multicomponent isotope mixtures. The developed model was used to calculate parameters of the unsteady krypton isotope separation process. It is demonstrated that the model properly describes the unsteady processes in a cascade and can be used to calculate parameters of the processes of separating multicomponent isotope mixtures.

*Keywords:* gas centrifuge, multicomponent mixture of isotopes, separating stage, isotope, hydraulics, separation, modeling, unsteady processes.

---